



THÈSE

Pour obtenir le grade de
Docteur

Délivré par l'Université de Montpellier

Préparée au sein de l'école doctorale
Information, Structures, Systèmes
Et de l'unité de recherche UMR5508 (LMGC)
Spécialité: Mécanique et génie civil

Présentée par Lionel BICHET

Mécanismes de transports dans la
fissuration des matériaux
hétérogènes : application à la durée
de vie d'exploitation des centrales
nucléaires.

Soutenue le 30/01/2017 devant le jury composé de

M. Loïc DARIDON	Professeur	UM	Président
Mme Anna PANDOLFI	Professeur	Polimi	Rapporteur
M. Laurent STAINIER	Professeur	EC-Nantes	Rapporteur
Mme Sylvie M. PONNELLE	Ingénieur de recherche	EDF	Examinateur
M. Jean-Luc HANUS	MCF	INSA-CVL	Examinateur
M. Yann MONERIE	Professeur	UM	Directeur
M. Frédéric DUBOIS	Ingénieur de recherche	LMGC	Co-directeur
M. Frédéric PERALES	Ingénieur chercheur	IRSN	Encadrant



“Regardez-les passer ! Eux, ce sont les sauvages.
Ils vont où leur désir le veut, par-dessus monts,
Et bois, et mers, et vents, et loin des esclavages.
L’air qu’ils boivent ferait éclater vos poumons.”

Jean Richepin, *Les oiseaux de passages*.

Remerciements

Je souhaite dans un premier temps remercier l'équipe encadrante de ma thèse : mon directeur de thèse Yann Monerie, mon co-directeur de thèse Frédéric Dubois ainsi que mon encadrant à l'IRSN Frédéric Perales. C'est grâce à leurs nombreux conseils et éclairages scientifiques que ma thèse a pu être soutenue. Je souhaite exprimer ici ma gratitude pour ces apports.

Je remercie Loïc Daridon pour m'avoir fait l'honneur de présider le jury lors de ma soutenance. Je remercie également Anna Pandolfi et Laurent Stainier pour avoir accepté de rapporter l'ensemble de mon travail de thèse et ainsi de m'avoir préparé au mieux pour le jour J. Je remercie Sylvie Michel Ponnelle pour avoir accepté d'évaluer mon travail et d'avoir apporté un regard plus industriel. Je remercie Jean-Luc Hanus (et l'ensemble du département méca de l'ENSIB) qui a été de nombreuses fois d'excellents conseils et un élément moteur dans ma formation.

Dans une autre mesure je souhaite remercier mon entourage proche pour m'avoir aidé/supporté/soutenu tout au long de ma thèse.

Rémy, ton aide pour LMGC90 a été très précieuse et enrichissante! PTA, je dois le reconnaître mais tu es le seul à satisfaire les trois points...Merci! Je tiens également à remercier mes amis thésards avec qui nous avons partagé les moments plus ou moins forts de nos thèses : Agnès, Capu, Cécilia, David, Fatima, Kajetan, Paul, Walid, Xavier. Je remercie plus spécialement Lhassan et Tarik avec qui nous sommes allés dans la joie et la bonne humeur aux différentes Journées des Thèses. Je souhaite bien du courage à Éric et Jérémy pour la dernière ligne droite!

Je remercie également l'ensemble de l'équipe du LPTM pour m'avoir accueilli chaleureusement à de nombreuses reprises au cours de ma thèse. Freds, j'ai toujours un calcul qui tourne sur le cluster.

Paradoxalement je souhaite aussi remercier l'ensemble des membres de mon club de plongée pour ces merveilleux moments sous pression. Mes bînomes Charlotte, Delphine et Gencé avec qui j'espère toucher le fond pendant encore de nombreuses années!

Je souhaite vivement remercier mes amis les plus proches pour leur soutien indéfectible et ces bons moments que l'on a passé ensemble. Depuis les bancs de l'école primaire jusqu'à la soutenance de ma thèse en passant par l'école buissonnière : Camille D., Camille

R., Charlotte, Félix, Gaspard, Louis-Camille et Luc.

Enfin je souhaite finir mes remerciements par ma famille. Jeanine et Michel, je vous remercie pour l'accueil parfait lors de mes séjours à Paris et pour votre soutien. Je souhaite bon courage pour le long parcours des études supérieures à Alexis, Chloé et Nico. Je remercie également la bande des "fringants sexagénaires" pour leurs conseils toujours très avisés et documentés dans les domaines de la gastronomie, de l'oenologie mais aussi du sport ! Pour conclure, je souhaite remercier mes parents qui m'ont toujours suivi et soutenu dans l'ensemble de mes projets avec cette appréhension particulière propre à leur statut.

Résumé

Les propriétés du béton constituant les enceintes de confinement des centrales électro-nucléaires évoluent sous les effets de mécanismes de vieillissement résultant notamment de transferts couplés de chaleur et de masse au sein du matériau. Ces phénomènes peuvent être modélisés par des équations de transports moyennées : lois de Fick pour le transport d'espèces en solution et lois de Fourier pour la description de la diffusion thermique. Dans cette étude, les développements concernent la diffusion de la thermique dans un milieu hétérogène fissuré représentant un matériau cimentaire dégradé chimiquement.

Le problème thermo-mécanique est traité à l'aide d'une approche multi-corps reliés par des lois d'interactions enrichies (zones cohésives). La diffusion thermique est écrite dans le formalisme cohésif-volumique en prenant en compte le couplage entre un état d'endommagement local de la zone cohésive et une conductivité homogénéisée.

Afin d'optimiser les coûts de calculs, une étude est menée sur la dimension d'un volume élémentaire représentatif (VER). Pour cela, la méthode d'*eigenersion* est étendue à la fissuration de milieux hétérogènes puis appliquée aux milieux cimentaires.

La propagation de fissures sous chargement thermique est ensuite analysée dans des VERs de béton dégradés représentatifs des enceintes de confinement des centrales nucléaires après plusieurs années. Le vieillissement est modélisé par un taux de pré-dégradation initial entre le mortier et les granulats. Le développement de multi-fissures est relié au taux de pré-dégradation et la formation "d'écrans" à la diffusion de la thermique est mise en évidence.

Abstract

During their confinement in a nuclear power plant, the mechanical properties of the constitutive materials of concrete change as a result of ageing. This is due to the transportation of chemical species at the microscopic level of the media. Firstly, this can be modelled with average equations. The Fick laws represent the evolution of chemical diffusion and the Fourier laws, the transportation of heat at a mesoscopic level. In this research, we will consider thermal evolution on a fractured media.

This thermomechanical problem is solved with a staggered method. The mechanical contribution used an approach based on multi-bodies system linked with cohesive zone models. The thermal problem is based on the approximation of the heat transfer equation at the cohesive interface. This approach has been implemented and validated. The description of the heat trough the interface is composed with the definition of an homogenised conductivity and the local damage parameter.

In order to optimize the computational cost with a good agreement of the crack propagation, a criterion is proposed for sizing a representative elementary volume (REV). The eigeneration method is used, validated and extended to heterogeneous media. Two studies are carried out on the morphological properties on a cementitious media. As a result of those studies, a minimal size for a REV is defined.

Crack spread under thermal loads are investigated on a media representing the concrete of the containment of a nuclear power station. The ageing effects are taken into account as an initial damage between the mortar and the aggregates. These parameters are expressed in terms of rate of initial damage. A study is proposed for different values of this rate. As assumed, the development of multi-cracks is linked with the rate of initial damage and the creation of thermal border is proposed.

Sommaire

Introduction	1
1 Fissuration thermo-cohésive	9
1 Modélisation de la fissuration par une approche surfacique-volumique . . .	9
1.1 Problème thermo-mécanique discontinu	9
1.2 Formulation variationnelle	12
1.3 Discrétisation spatiale	13
1.4 Discrétisation temporelle	16
1.4.1 Discrétisation temporelle du problème thermique	16
1.4.2 Discrétisation temporelle du problème mécanique	17
1.5 Couplage thermo-mécanique	18
2 Modèles de zone cohésive thermo-mécanique	18
2.1 Modèles de zone cohésive frottante	19
2.2 Quelques modèles cohésifs thermo-mécaniques	23
2.2.1 Le modèle de Secchi et al. [116]	23
2.2.2 Le modèle de Hattiangadi et al. [57]	24
2.2.3 Le modèle de Özdemir et al. [91]	25
2.2.4 Le modèle de Rakotomalala [105]	28
2.2.5 Le modèle de Moonen et al. [82]	28
2.2.6 Conclusion	32
2.3 Un modèle thermo-cohésif frottant	33
3 Conclusion	37
2 Traitement numérique du contact thermo-cohésif	41
1 Méthode de la dynamique non régulière des contacts	41
1.1 Contact entre deux corps maillés	42
1.2 Relations entre inconnues locales et globales	43
1.3 Résolution du problème de contacts	44
1.4 Prise en compte des CZM	46
2 Traitement numérique du problème discontinu thermique	47
2.1 Contribution d'une interface saine	48
2.2 Résolution dans le cas d'une interface endommagée	48
2.3 Implémentation	50
3 Etude des paramètres mécaniques et thermiques du modèle et validation .	50
3.1 Paramètres de comportement volumique	50

3.2	Calibration des paramètres cohésifs	51
3.3	Influence des paramètres mécaniques	53
3.4	Influence des paramètres thermiques	55
3.4.1	Influence de la longueur caractéristique e	55
3.4.2	Influence de la conductivité interstitielle λ_3	60
3.5	Expériences numériques sur cellule élémentaire	60
3.5.1	Cas de référence : matériau sain	60
3.5.2	Bimatériau pré-dégradé	63
3.5.3	Cas de deux inclusions verticales	72
4	Conclusion	75
3	Méthode d'<i>eigenerosion</i> et optimisation de la taille d'un VER cimentaire.	77
1	Méthode d' <i>eigenerosion</i>	77
2	Mise en œuvre	78
2.1	Incrément d'avancée de fissure ΔA	78
2.2	Incrément d'énergie de fissuration ΔE	81
2.3	Algorithme	82
3	Validation	83
3.1	Traction	83
3.2	Flexion 3 points	84
3.3	Dynamique	85
4	Extension aux matériaux hétérogènes	89
4.1	Modification du critère d' <i>eigenerosion</i>	89
4.2	Validation sur un composé matrice-inclusion avec interphase	89
5	Application à l'étude morphologique de VER de milieux cimentaires	91
5.1	Tortuosité	92
5.2	Effet de la distribution granulométrique	93
5.3	Effet de l'étalement et de la fraction volumique totale	94
5.4	Choix d'une taille convenable de VER	97
6	Conclusion	98
4	Étude thermo-mécanique d'un VER de béton pré-dégradé	101
1	Génération d'un Volume Élémentaire Représentatif de béton pré-dégradé	101
1.1	Microstructure équivalente d'un béton constituant l'enceinte de confinement de centrale nucléaire	101
1.2	Propriétés thermo-mécaniques des constituants du béton	104
1.3	Dégradations représentatives des conséquences d'une réaction alcali-granulat	104
1.4	Échantillon numérique pré-dégradé	106
2	Résultats	109
2.1	Faciès de rupture	109
2.2	Analyse de la propagation de fissures	118
2.3	Analyse du taux de fissures	119
2.4	Effet de la fissuration sur la diffusion thermique	121

3	Conclusion	123
Conclusions et perspectives		125
	Conclusions	125
	Perspectives	126
A Compléments sur les mécanismes de dégradations du béton		129
1	Mécanismes de dégradation des matériaux cimentaires	129
1.1	Les cycles de gel-dégel	129
1.2	Agressions thermiques	129
1.3	La lixiviation	131
1.4	La carbonatation	132
1.5	La corrosion	133
1.6	La réaction Sulfatique interne (RSI)	135
1.7	La réaction alcali-silice (RAS)	135
2	Modélisations de la Réaction Alcali-Silice (RAS)	138
2.1	Modèles microscopiques	138
2.2	Modèles mésoscopiques	140
2.3	Modèles macroscopiques	141
3	Approche par la mécanique des milieux poreux	146
3.1	La lixiviation	147
3.1.1	Équations de conservation	147
3.1.2	Lois de fermeture	151
3.1.3	Bilan de la modélisation	158
3.2	La réaction alcali-silice (RAS)	160
3.2.1	Équations de conservation	160
3.2.2	Lois de fermeture	164
3.2.3	Bilan de la modélisation	169
3.3	Agression thermique	171
3.3.1	Équations de conservation	171
3.3.2	Lois de fermeture	173
3.3.3	Bilan de la modélisation	176
3.4	Conclusion et modèle générique	176
4	Conclusion	179
B Compléments sur la fissuration thermo-mécaniques		181
1	Assemblage des termes élémentaires thermiques	181
1.1	Éléments Finis classiques	181
1.2	Traitement de la continuité avec un maillage discontinu	182
1.3	Maillage discontinu et endommagement surfacique	183
2	Analyse thermo-mécanique d'une interface parfaitement conductrice	184
3	Analyse thermo-mécanique d'un calcul pré-dégradé avec un taux de 20%	187
3.1	Analyse du domaine 1	188
3.2	Analyse du domaine 2	194
4	Conclusion	200

Sommaire

Nomenclature	201
Bibliographie	209

Introduction

Cette thèse s’est déroulée dans le cadre du laboratoire de **M**icromécanique et **I**ntégrité des **S**Ttructures (MIST). Ce laboratoire “sans mur” regroupe et associe les moyens de trois entités : le CNRS, l’Université de Montpellier et l’IRSN. Trois thématiques de recherche sont développées pour la sûreté nucléaire :

- changements d’échelles,
- couplages multiphysiques,
- fissuration-fracturation.

Cette thèse s’est déroulée dans le cadre des axes “couplages multiphysiques” et “fissuration-fracturation”.

Contexte industriel

L’Institut de Radioprotection et de Sûreté Nucléaire est un EPIC (Établissement public à caractère industriel et commercial) dont le but est de mener des missions d’expertises et des recherches dans les domaines de la sûreté nucléaire et de la radioprotection. Ces études se déclinent en cinq thématiques :

- la sûreté nucléaire,
- la sûreté des transports de matières radioactives et fissiles,
- la protection de l’homme et de l’environnement contre les rayonnements ionisants,
- la protection et le contrôle des matières nucléaires,
- la protection des installations nucléaires et des transports de matières radioactives et fissiles contre les actes de malveillance.

Dans le cadre de cette thèse, la thématique abordée est la sûreté des installations nucléaires.

La chaudière nucléaire est installée dans un bâtiment appelé “bâtiment du réacteur”. En cas d’une éventuelle situation accidentelle, des substances radioactives peuvent être relâchées. Les quantités doivent être limitées aux valeurs acceptables pour le type d’accident considéré. La fonction de confinement est obtenue par “l’enceinte de confinement” constituée par la paroi en béton du bâtiment (voir la FIGURE 1). Elle constitue la troisième barrière de sûreté après les gaines de combustibles et la cuve du réacteur.

Deux types d’enceintes sont actuellement en exploitation :

- les enceintes à paroi unique (réacteur 900MWe). Elles sont constituées d’un bâtiment cylindrique en béton précontraint (37m de diamètre, 60m de hauteur et 90cm d’épaisseur) surmonté d’un dôme. La surface intérieure est recouverte d’une

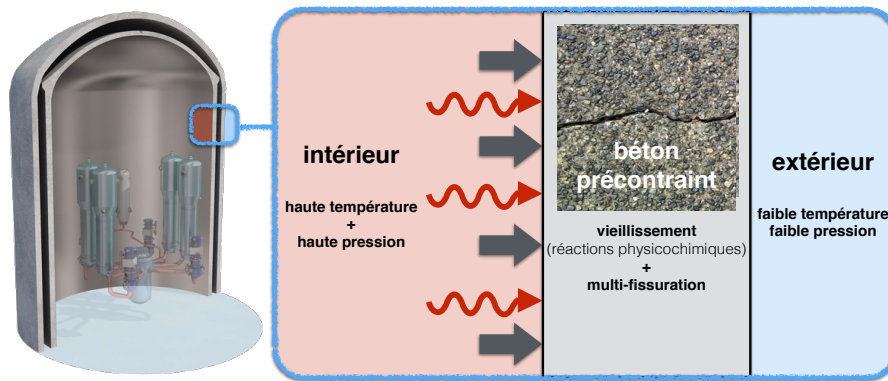


FIGURE 1 – Enceinte de confinement pour un palier de 1300 – 1450MWe. Paroi interne en béton précontraint (épaisseur 0.9m à 1.2m) et paroi externe en béton armé (épaisseur 0.55m).

peau métallique de 6mm d'épaisseur assurant l'étanchéité.

- les enceintes à double paroi (réacteurs 1300MWe et 1450MWe). La paroi interne (120cm d'épaisseur) est en béton précontraint. La paroi externe est en béton armé (55cm d'épaisseur). Le béton n'est pas recouvert d'une peau d'étanchéité.

Cette étude s'intéresse à la fonction de confinement de l'enceinte et particulièrement à l'impact des dégradations du béton sur son étanchéité.

Demarche de la thèse

Le béton est un matériau composite fortement hétérogène composé de granulats de dimensions différentes liés entre eux par une pâte cimentaire (ciment et eau ainsi qu'éventuellement des adjuvants, voir [49]). La Figure 2 représente, en terme de volumes, les principaux constituants lors de l'élaboration du béton.

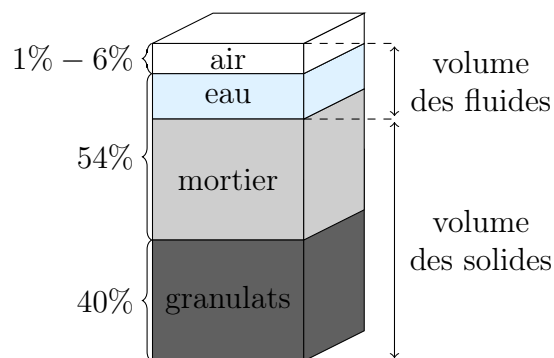


FIGURE 2 – Constitution du béton : la majorité du volume est occupé par la phase solide composée des granulats et du liant hydraulique (addition du ciment, du sable et de l'eau).

Dans le béton utilisé en génie civil, le ciment de Portland est couramment employé

(composé de clinker obtenu par la cuisson de calcaire et de silice). Mélangé avec de l'eau (eau de gâchage), il a le rôle de liant hydraulique entre les granulats. Les éléments fournissant la résistance et atténuant les variations volumiques sont les granulats (gravier, cailloux, ...) dont la provenance géographique est proche du lieu de production du béton. Les propriétés physico-chimiques sont dépendantes de la composition et de l'origine des constituants du béton.

Introduit en faible quantité (moins de 10 kg.m^{-3}), l'ajout d'adjuvants permet de "doper" certaines propriétés du béton : l'aptitude à être mis en œuvre (ouvrabilité), la prise et le durcissement, la perméabilité, la formation de micro-bulles d'air stables uniformément réparties dans la masse du béton (permet de résister au gel et au sel de déverglaçage, etc.).

Le béton est un matériau présentant des phases de nature physique et chimique différentes (granulats solides, eau de gâchage sous forme liquide et gazeuse, ...). Pendant son cycle de vie, de nombreuses réactions, aux cinétiques différentes, ont lieu et sont susceptibles de modifier les propriétés mécaniques du matériau.

La réaction de lixiviation [30] est observée sur des ouvrages soumis à de grande quantité d'eau (piles de pont ou barrage). Un schéma de la réaction est proposé sur la FIGURE 3. L'eau pénètre dans le béton et dissout la portlandite en ions calcium. Suite à des gradients

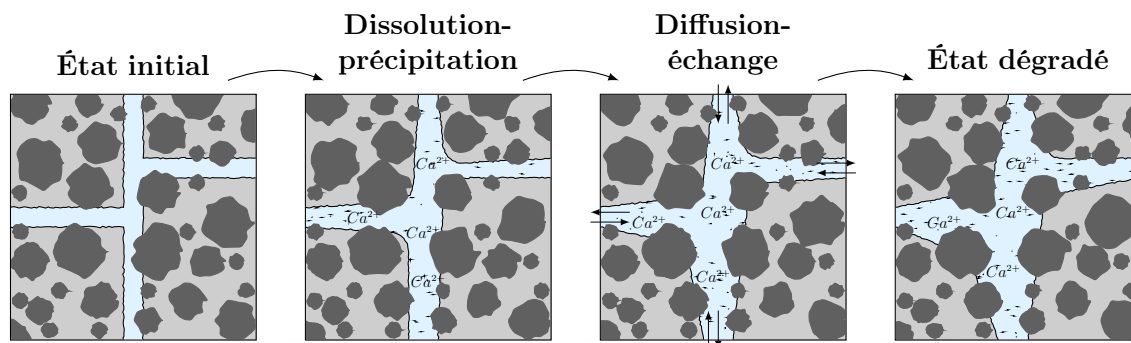


FIGURE 3 – Dégradation par lixiviation.

de concentration, les ions calcium diffusent et précipitent à des endroits différents. Cette dégradation touche la pâte cimentaire et a pour conséquence une augmentation de la porosité du béton.

La réaction alcali-silice [11] est un autre exemple de dégradation d'origine chimique. Elle se produit par la réaction des ions alcalins, présents dans le réseaux poreux, avec la silice constituant certains granulats. La FIGURE 4 présente les quatre étapes de cette réaction. Les ions alcalins provenant de la pâte de ciment sont dissous (suite à la pénétration d'eau dans le béton) et réagissent avec la silice composant certains granulats pour former un gel. Ce gel est alors susceptible de se développer et de générer des contraintes sur la pâte cimentaire environnante.

La dernière réaction caractéristique mise en avant est d'origine thermique. L'effet de la température sur le béton est important [16] et cette dégradation est d'une cinétique rapide comparée aux deux premières. La FIGURE 5 présente la dégradation d'une surface

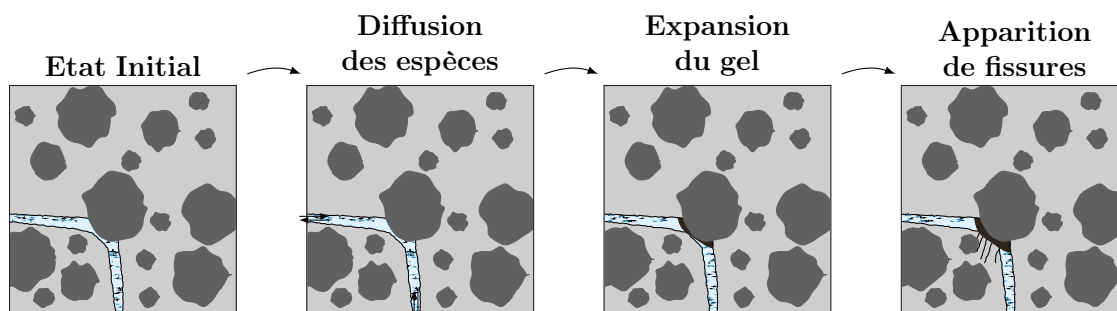


FIGURE 4 – Dégradation par réaction alcali-silice.

en béton suite à un incendie. Un réseau de fissures d'écaillage apparaît sur le béton.



FIGURE 5 – Dégradation thermique.

Les phénomènes thermiques sur la dégradation du béton sont de plusieurs ordres :

- mécanique : la dilatation différentielle des différents constituants du béton implique l'apparition de fissures,
- thermodynamique : avec une augmentation de la température, il y a un changement de phase de l'eau résiduelle en vapeur.
- chimique : les cinétiques de certaines réactions sont accélérées.

Le vieillissement du béton est un processus multi-physiques fortement dépendant de l'histoire du béton. Plusieurs réactions peuvent être constatées et agir simultanément. L'annexe A propose un aperçu de différentes pathologies susceptibles d'intervenir et différentes modélisations associées à la réaction alcali-silice.

La prise en compte multi-phasiques des différentes dégradations est développée à l'aide d'un cadre rigoureux : la mécanique des milieux poreux. Ce formalisme est détaillé pour la lixiviation, la réaction alcali-silice et l'écaillage par choc thermique. Cependant, la mise en place de cette approche requiert la connaissance de nombreuses lois de fermetures.

Dans cette thèse, les effets des phénomènes de vieillissement sont considérés comme un état initial du matériau. Les désordres occasionnés par les différentes réactions sont représentés par une pré-dégradation à l'interface entre le mortier et les granulats.

En première approximation, les réactions chimiques faisant intervenir la diffusion d'une espèce chimique i peuvent être modélisées par les lois de Fick :

- la première loi représente le vecteur densité de courant (flux de diffusion) en fonction du gradient de concentration :

$$\mathbf{j}_i = -D_{im} \mathbf{grad} C_i, \quad (1)$$

où \mathbf{j}_i ($m^{-2}s^{-1}$) est le vecteur densité de courant, D_{im} (m^2s^{-1}) est le coefficient de diffusion de l'espèce i dans le milieu m et C_i est la concentration de l'espèce i ,

- la seconde loi de Fick représente le flux sortant ϕ_i ($\phi_i = \iint_S \mathbf{j}_i \cdot d\mathbf{S}$) de particules de l'espèce i à travers la surface S du volume Ω . Le flux est égal à la variation temporelle de la concentration de l'espèce i :

$$\phi_i = -\frac{\partial}{\partial t} \iiint_{\Omega} C_i d\Omega. \quad (2)$$

En utilisant le théorème de Green-Ostrogradsky et en supposant le coefficient de diffusion constant et isotrope, on obtient :

$$\frac{\partial C_i}{\partial t} = D_{im} \Delta C_i. \quad (3)$$

D'une manière analogue, la propagation de la thermique dans un volume élémentaire représentatif peut être modélisée par l'équation de la chaleur (lois de Fourier) :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D \Delta T, \quad (4)$$

où T (K) représente la température et D (m^2s^{-1}) la conductivité thermique.

Le but de la thèse est de modéliser l'effet de la diffusion thermique (loi de Fourier, équation (4)) sur la fissuration d'un volume élémentaire représentatif de béton pré-dégradé (voir FIGURE 6).

Plan de l'étude

Ce mémoire s'articule autour de quatre chapitres.

Le premier chapitre concerne la modélisation du problème thermo-mécanique en présence de fissures. La fissuration est modélisée à l'aide d'un modèle de zones cohésives.

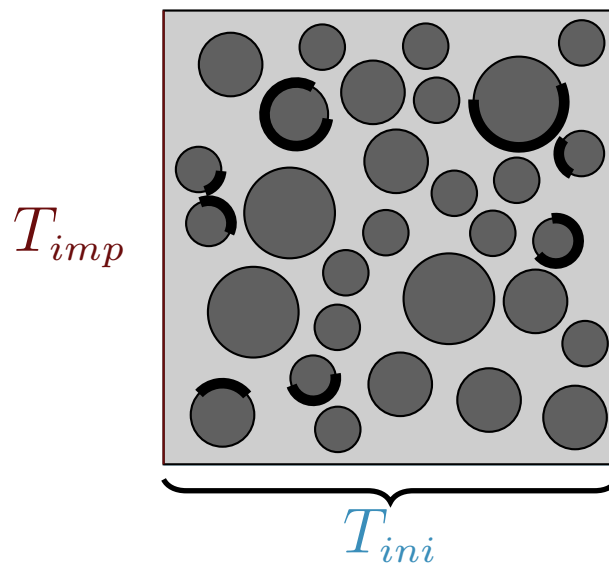


FIGURE 6 – Volume Élémentaire de béton pré-dégradé représentatif des effets du vieillissement.

Le couplage repose sur une résolution étagée des équations mécaniques et thermiques. En particulier, les discrétisations spatiale et temporelle du problème thermo-mécanique discontinu sont développées. Une attention particulière est portée à la modélisation de la diffusion thermique à l'interface due à des phénomènes de conduction.

Le deuxième chapitre porte sur le traitement numérique du problème thermo-mécanique discontinu. La stratégie repose sur la méthode Non-Smooth Contact Dynamics. Chaque élément d'un maillage Éléments Finis est considéré comme un corps indépendant reliés par des zones cohésives. Les résolutions mécaniques et thermiques sont couplées. Une discussion des nouveaux paramètres associés au transfert thermique aux interfaces est menée. La méthode est validée sur la fissuration thermo-mécanique de matériaux hétérogènes.

Afin de maîtriser le coût numérique associé à l'utilisation de modèles cohésifs, le troisième chapitre est consacré à la recherche d'une taille adaptée pour un volume élémentaire représentatif pour un milieu cimentaire. Une méthode efficiente en terme de coût de calcul est utilisée : la méthode d'*eigerosion* (initialement proposée par [93]). Cette méthode permet de modéliser la propagation de fissure par la suppression d'éléments au cours de la simulation. Une extension aux matériaux hétérogènes est développée et validée. Deux études morphologiques, sur la fraction volumique et sur la taille des granulats, sont menées afin de proposer une dimension optimale d'un volume élémentaire représentatif d'un milieu cimentaire.

Le quatrième chapitre présente une application sur un béton pré-dégradé représentatif du béton des centrales nucléaires à double peau après plusieurs années. Une étude paramétrique des effets du taux de pré-dégradation initial d'un VER de béton est menée. Les

résultats sont analysés pour plusieurs taux de pré-dégradation et l'évolution temporelle de la fissuration et de la diffusion thermique en fonction de l'endommagement dans un volume élémentaire multi-fissurés sont présentés.

Afin de compléter les modélisations sur les dégradations du béton et l'analyse thermo-mécanique des calculs, deux annexes sont proposées. La première concerne la modélisation des mécanismes de dégradations dans le béton pouvant survenir au cours de son cycle de vie. Un formalisme unifié permettant la prise en compte fine de l'évolution des propriétés locales est proposée.

La seconde annexe décrit l'implémentation des équations thermiques et les études thermo-mécaniques. La matrice associée au problème thermique est décrite. Puis, l'étude d'un VER de béton pré-dégradé à hauteur de 20% des interfaces matrice-inclusion est présentée mettant en évidence le caractère local de la propagation de fissure.

Chapitre 1

Fissuration thermo-cohésive

Ce chapitre présente la modélisation d'un problème thermo-mécanique contenant une discontinuité géométrique (FIGURE 1.1).

Dans une première partie, la modélisation reposant sur une approche surfacique-volumique est présentée. La discontinuité des champs thermiques et mécaniques est traitée à l'aide du formalisme surfacique des modèles thermo-cohésifs.

Dans une seconde partie, une bibliographie des modèles de zones cohésives thermiques est présentée puis *un modèle de zone thermo-cohésive dédié à la fissuration en présence de gradients thermiques volumiques et de fluide interstitiel dans la zone de discontinuité est proposé*. Ce modèle repose sur une modification de la loi de Fourier reliant le flux thermique, le saut de température et la conductivité surfacique effective. Le modèle de conductivité effective s'appuie d'une part sur la proportion locale de matière saine / endommagée et d'autre part sur une longueur caractéristique associée à l'approximation du gradient de température à l'interface.

1 Modélisation de la fissuration par une approche surfacique-volumique

Cette partie présente la modélisation et la discrétisation d'un problème thermo-mécanique dans un milieu contenant des discontinuités géométriques.

1.1 Problème thermo-mécanique discontinu

Soit un milieu matériel (FIGURE 1.1) occupant un domaine Ω de frontière Γ . Un chargement thermo-mécanique est appliqué au solide. Le milieu contient une discontinuité de frontière $\Gamma_d^+ \cup \Gamma_d^-$.

Le système thermo-mécanique est décomposé en une partie mécanique et une partie thermique.

- Problème mécanique :

1. MODÉLISATION DE LA FISSURATION PAR UNE APPROCHE SURFACIQUE-VOLUMIQUE

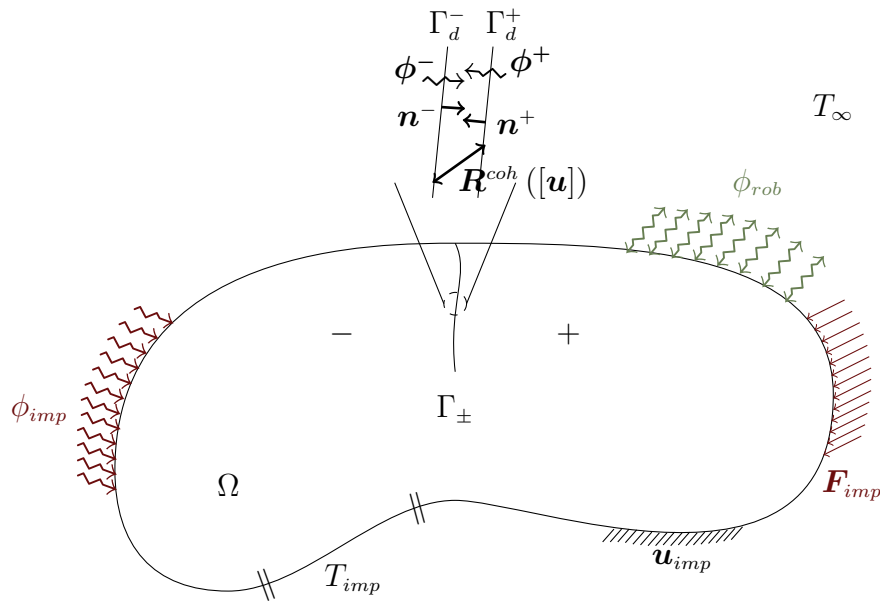


FIGURE 1.1 – Représentation du milieu matériel Ω et des chargements thermo-mécaniques. Le milieu possède une discontinuité de frontière $\Gamma_{\pm} = \Gamma_d^+ \cup \Gamma_d^-$.

L'évolution du système mécanique est modélisée par l'équation de la dynamique :

$$\rho \ddot{\mathbf{u}} = \text{div} \underline{\boldsymbol{\sigma}} + \mathbf{f} \text{ dans } \Omega \setminus \Gamma_{\pm} \quad (1.1)$$

avec ρ la masse volumique du matériau, \mathbf{u} le vecteur déplacement, $\underline{\boldsymbol{\sigma}}$ le tenseur des contraintes et \mathbf{f} les efforts volumiques. Le milieu est supposé élastique linéaire sous l'hypothèse des petites perturbations.

Sous cette hypothèse, le tenseur des déformations s'exprime en fonction du vecteur déplacement :

$$\underline{\boldsymbol{\varepsilon}} = \frac{1}{2} (\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^t) = \nabla_s \mathbf{u} \text{ dans } \Omega \setminus \Gamma_{\pm} \quad (1.2)$$

où $\nabla_s \mathbf{u}$ représente le gradient symétrique du champ de déplacement.

Les conditions aux limites mécaniques sont :

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_{imp} \text{ sur } \Gamma_{\mathbf{u}_{imp}} \quad (1.3)$$

$$\underline{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \mathbf{n} = \mathbf{F}_{imp} \text{ sur } \Gamma_{\mathbf{F}_{imp}} \quad (1.4)$$

$$\underline{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \mathbf{n} = \boldsymbol{\sigma}^{\pm} \text{ sur } \Gamma_{\pm} \quad (1.5)$$

où $\boldsymbol{\sigma}^{\pm}$ représente le vecteur contrainte sur les lèvres de la fissure qui peut provenir d'un contact frottant, d'une relation adhésive (voir 2.3) ou d'une pression interne à la fissure.

\mathbf{n} représente la normale unitaire sortante au bord considéré.

La condition de non recouvrement des bords associés aux conditions aux limites du problème mécanique est :

$$\Gamma_{\mathbf{u}_{imp}} \cap \Gamma_{\mathbf{F}_{imp}} = \emptyset \quad (1.6)$$

$$\Gamma_{\mathbf{u}_{imp}} \cap \Gamma_{\pm} = \emptyset \quad (1.7)$$

$$\Gamma_{\mathbf{F}_{imp}} \cap \Gamma_{\pm} = \emptyset \quad (1.8)$$

• Problème thermique :

L'évolution du système thermique est modélisée par l'équation de la chaleur :

$$\rho c \dot{T} + \operatorname{div} \phi = w \text{ dans } \Omega \setminus \Gamma_{\pm} \quad (1.9)$$

avec c la capacité thermique, T la température, ϕ le flux à l'intérieur du volume Ω et w une source de production thermique. La température est reliée au flux à l'aide de la loi de Fourier ($\underline{\lambda}$ est un tenseur d'ordre deux) :

$$\phi = -\underline{\lambda} \cdot \nabla T \text{ dans } \Omega \setminus \Gamma_{\pm} \quad (1.10)$$

Les conditions aux limites thermiques sont :

$$T = T_{imp} \quad \text{sur } \Gamma_{T_{imp}} \quad (1.11)$$

$$-\phi \cdot \mathbf{n} = \phi_{imp} \quad \text{sur } \Gamma_{\phi_{imp}} \quad (1.12)$$

$$-\phi \cdot \mathbf{n} = h_c (T_{\infty} - T) \quad \text{sur } \Gamma_{rob} \quad (1.13)$$

où h_c est le coefficient de convection et T_{∞} est la température à l'infini.

Sur les bords de la discontinuité, les flux sont exprimés par les relations suivantes :

$$-\phi \cdot \mathbf{n} = \phi^+ \quad \text{sur } \Gamma_d^+ \quad (1.14)$$

$$-\phi \cdot \mathbf{n} = \phi^- \quad \text{sur } \Gamma_d^- \quad (1.15)$$

avec \mathbf{n} représentant la normale unitaire sortante au bord considéré (ici Γ_d^+ ou Γ_d^-).

La condition de non recouvrement des bords associés aux conditions aux limites du problème thermique est :

$$\Gamma_{T_{imp}} \cap \Gamma_{rob} = \emptyset \quad \Gamma_{rob} \cap \Gamma_{\phi_{imp}} = \emptyset \quad (1.16)$$

$$\Gamma_{T_{imp}} \cap \Gamma_{\phi_{imp}} = \emptyset \quad \Gamma_{rob} \cap \Gamma_{\pm} = \emptyset \quad (1.17)$$

$$\Gamma_{T_{imp}} \cap \Gamma_{\pm} = \emptyset \quad \Gamma_{\phi_{imp}} \cap \Gamma_{\pm} = \emptyset \quad (1.18)$$

Notons que les bords mécaniques et thermiques ne sont pas dissociés.

1. MODÉLISATION DE LA FISSURATION PAR UNE APPROCHE SURFACIQUE-VOLUMIQUE

Le problème mécanique s'écrit :

Trouver \mathbf{u} tel que :		
- équation d'équilibre :	$\rho \ddot{\mathbf{u}} = \text{div} \underline{\boldsymbol{\sigma}} + \mathbf{f}$	dans $\Omega \setminus \Gamma_{\pm}$
- loi de comportement :	$\underline{\boldsymbol{\sigma}}(\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}, T)$	dans $\Omega \setminus \Gamma_{\pm}$
- conditions aux limites :	$\mathbf{u} = \mathbf{u}_{imp}$	sur $\Gamma_{\mathbf{u}_{imp}}$
	$\underline{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \mathbf{n} = \mathbf{F}_{imp}$	sur $\Gamma_{\mathbf{F}_{imp}}$
	$\underline{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \mathbf{n} = \boldsymbol{\sigma}^{\pm}$	sur Γ_{\pm}

Le problème thermique s'écrit :

Trouver T tel que :		
- équation de la chaleur :	$\rho c \dot{T} + \text{div} \boldsymbol{\phi} = w$	dans $\Omega \setminus \Gamma_{\pm}$
- loi de comportement :	$\boldsymbol{\phi} = -\underline{\boldsymbol{\lambda}} \cdot \nabla T$	dans $\Omega \setminus \Gamma_{\pm}$
- conditions aux limites :	$T = T_{imp}$	sur $\Gamma_{T_{imp}}$
	$-\boldsymbol{\phi} \cdot \mathbf{n} = \phi_{imp}$	sur $\Gamma_{\phi_{imp}}$
	$-\boldsymbol{\phi} \cdot \mathbf{n} = h_c (T_{\infty} - T)$	sur Γ_{rob}
	$-\boldsymbol{\phi} \cdot \mathbf{n} = \phi^+$	sur Γ_d^+
	$-\boldsymbol{\phi} \cdot \mathbf{n} = \phi^-$	sur Γ_d^-

1.2 Formulation variationnelle

La méthode des Éléments Finis [24], retenue pour la résolution du problème thermo-mécanique discontinue, nécessite l'écriture d'une formulation variationnelle.

Soit \mathcal{T}^h une partition du domaine Ω . Afin de prendre en compte une éventuelle fissuration en tout point du maillage, les discontinuités sont supposées insérées sur toutes les faces internes. Les sous-domaines élémentaires $\Omega_e \in \mathcal{T}^h$ vérifient : $\bar{\Omega} = \cup \Omega_e$ et $\cap \Omega_e = \{\emptyset\}$. Soient les espaces fonctionnels ("broken Sobolev space") \mathcal{U} , \mathcal{V} , \mathcal{T} et \mathcal{W} ($m \in [2,3]$ est la dimension de l'espace) :

$$\begin{aligned} \mathcal{U} &= \left\{ \mathbf{u} \in [L^2(\Omega)]^m \mid \mathbf{u}|_{\Omega_e} \in [H^1(\Omega_e)]^m \forall \Omega_e \in \mathcal{T}^h, \mathbf{u} = \mathbf{u}_{imp} \text{ sur } \Gamma_{\mathbf{u}_{imp}} \right\} \\ \mathcal{V} &= \left\{ \mathbf{v} \in [L^2(\Omega)]^m \mid \mathbf{v}|_{\Omega_e} \in [H^1(\Omega_e)]^m \forall \Omega_e \in \mathcal{T}^h, \mathbf{v} = \mathbf{0} \text{ sur } \Gamma_{\mathbf{u}_{imp}} \right\} \\ \mathcal{T} &= \left\{ T \in [L^2(\Omega)] \mid T|_{\Omega_e} \in [H^1(\Omega_e)] \forall \Omega_e \in \mathcal{T}^h, T = T_{imp} \text{ sur } \Gamma_{T_{imp}} \right\} \\ \mathcal{W} &= \left\{ w \in [L^2(\Omega)] \mid w|_{\Omega_e} \in [H^1(\Omega_e)] \forall \Omega_e \in \mathcal{T}^h, w = 0 \text{ sur } \Gamma_{T_{imp}} \right\} \end{aligned}$$

Une projection des équations d'équilibres (1.1)-(1.9) sur les champs de vitesses \mathbf{v} et de températures w virtuels s'écrit :

$$\forall \mathbf{u} \in \mathcal{U}, \int_{\Omega} \rho \ddot{\mathbf{u}} \cdot \mathbf{v} d\Omega = \int_{\Omega} \text{div} \underline{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \mathbf{v} d\Omega + \int_{\Omega} \mathbf{f} \cdot \mathbf{v} d\Omega \quad \forall \mathbf{v} \in \mathcal{V} \quad (1.21)$$

$$\forall T \in \mathcal{T}, \int_{\Omega} \rho c \dot{T} w d\Omega + \int_{\Omega} \text{div} \boldsymbol{\phi} w d\Omega = \int_{\Omega} w w d\Omega \quad \forall w \in \mathcal{W} \quad (1.22)$$

En utilisant le théorème de Green :

$$\int_{\Omega} \operatorname{div} \underline{\sigma} \cdot \mathbf{v} d\Omega = \int_{\Gamma} \underline{\sigma} \cdot \mathbf{n} \cdot \mathbf{v} d\Gamma - \int_{\Omega} \underline{\sigma} : \nabla(\mathbf{v}) d\Omega \quad (1.23)$$

$$\int_{\Omega} \operatorname{div} \phi w d\Omega = \int_{\Gamma} \phi \cdot \mathbf{n} w d\Gamma - \int_{\Omega} \phi \cdot \nabla w d\Omega \quad (1.24)$$

la formulation faible du problème thermo-mécanique s'écrit :

$$\forall \mathbf{u} \in \mathcal{U}, \int_{\Omega} \rho \ddot{\mathbf{u}} \cdot \mathbf{v} d\Omega + \int_{\Omega} \underline{\sigma} : \nabla(\mathbf{v}) d\Omega = \int_{\Omega} \mathbf{f} \cdot \mathbf{v} d\Omega + \int_{\Gamma} \underline{\sigma} \cdot \mathbf{n} \cdot \mathbf{v} d\Gamma \quad \forall \mathbf{v} \in \mathcal{V} \quad (1.25)$$

$$\forall T \in \mathcal{T}, \int_{\Omega} \rho c \dot{T} w d\Omega + \int_{\Omega} -\phi \cdot \nabla w d\Omega = \int_{\Omega} w w d\Omega + \int_{\Gamma} -\phi \cdot \mathbf{n} w d\Gamma \quad \forall w \in \mathcal{W} \quad (1.26)$$

1.3 Discrétisation spatiale

En exprimant l'intégrale sur l'ensemble du domaine Ω comme la somme des intégrales sur les sous-domaines e et en utilisant les conditions aux limites, on obtient :

$$\begin{aligned} \forall \mathbf{u} \in \mathcal{U}, \sum_e \left(\int_{\Omega_e} \rho \ddot{\mathbf{u}} \cdot \mathbf{v} d\Omega + \int_{\Omega_e} \underline{\sigma}(\underline{\varepsilon}, T) : \nabla \mathbf{v} d\Omega \right) \\ = \sum_e \left(\int_{\Omega_e} \mathbf{f} \cdot \mathbf{v} d\Omega + \int_{\Gamma_{\mathbf{F}_{imp}}^{el}} \mathbf{F}_{imp} \cdot \mathbf{v} d\Gamma + \int_{\Gamma_{\pm}^{el}} \boldsymbol{\sigma}^{\pm} \cdot \mathbf{v} d\Gamma \right) \quad \forall \mathbf{v} \in \mathcal{V} \end{aligned} \quad (1.27)$$

$$\begin{aligned} \forall T \in \mathcal{T}, \sum_e \left(\int_{\Omega_e} \rho c \dot{T} w d\Omega + \int_{\Omega_e} \nabla T \cdot \underline{\lambda} \cdot \nabla w d\Omega \right) \\ = \sum_e \left(\int_{\Omega_e} w w d\Omega + \int_{\Gamma_{\phi_{imp}}^{el}} \phi_{imp} w d\Gamma + \int_{\Gamma_{rob}^{el}} h_c (T_{\infty} - T) w d\Gamma \right. \\ \left. + \int_{\Gamma_{el}^+} \phi^+ w d\Gamma + \int_{\Gamma_{el}^-} \phi^- w d\Gamma \right) \quad \forall w \in \mathcal{W} \end{aligned} \quad (1.28)$$

Les discrétisations des domaines thermique et mécanique sont identiques. Les fonctions de formes utilisées sont du même ordre.

Soit la discrétisation de \mathbf{u} suivante [24] :

$$\begin{aligned} \forall X \in \Omega \quad \mathbf{u}(X) = \sum_{i=1}^{Nb \text{ noeuds}} \mathbf{u}^i N^i(X) \quad \mathbf{v}(X) = \sum_{j=1}^{Nb \text{ noeuds}} \mathbf{v}^j N^j(X) \\ \nabla \mathbf{u}(X) = \sum_{i=1}^{Nb \text{ noeuds}} \mathbf{u}^i \nabla N^i(X) \quad \nabla \mathbf{v}(X) = \sum_{j=1}^{Nb \text{ noeuds}} \mathbf{v}^j \nabla N^j(X) \end{aligned} \quad (1.29)$$

1. MODÉLISATION DE LA FISSURATION PAR UNE APPROCHE SURFACIQUE-VOLUMIQUE

De même, soit la discrétisation de T suivante :

$$\begin{aligned} \forall X \in \Omega \quad T(X) &= \sum_{i=1}^{Nb \text{ noeuds}} T^i N^i(X) & w(X) &= \sum_{j=1}^{Nb \text{ noeuds}} w^j N^j(X) \\ \nabla T(X) &= \sum_{i=1}^{Nb \text{ noeuds}} T^i \nabla N^i(X) & \nabla w(X) &= \sum_{j=1}^{Nb \text{ noeuds}} w^j \nabla N^j(X) \end{aligned} \quad (1.30)$$

où $N^i, i \in [1, Nb \text{ noeuds}]$, sont des fonctions de formes et $Nb \text{ noeuds}$ le nombre de noeuds. En élasticité linéaire, la loi de comportement s'écrit ($\underline{\underline{C}}$ est le tenseur de Hooke) :

$$\underline{\underline{\sigma}}(\underline{\underline{\varepsilon}}) = \underline{\underline{C}} : \underline{\underline{\varepsilon}} \quad (1.31)$$

Sur un élément e l'équation (1.27) s'écrit :

$$\begin{aligned} \forall X \in \Omega \\ \int_{\Omega_e} \rho \sum_i \ddot{\mathbf{u}}^i N^i(X) \sum_j \mathbf{v}^j N^j(X) d\Omega + \int_{\Omega_e} \sum_i \mathbf{u}^i \nabla N^i(X) \sum_j \mathbf{v}^j \nabla N^j(X) \underline{\underline{C}}_{ij} d\Omega \\ = \int_{\Omega_e} \mathbf{f} \sum_j \mathbf{v}^j N^j(X) d\Omega + \int_{\Gamma_{\mathbf{F}_{imp}}^{el}} \mathbf{F}_{imp} \sum_j \mathbf{v}^j N^j(X) d\Gamma + \int_{\Gamma_{\pm}^{el}} \sum_i \boldsymbol{\sigma}^{\pm} \sum_j \mathbf{v}^j N^j(X) d\Gamma \end{aligned}$$

Sur un élément e , l'équation (1.28) s'écrit :

$$\begin{aligned} \forall X \in \Omega \\ \int_{\Omega_e} \rho c \sum_i T^i N^i(X) \sum_j w^j N^j(X) d\Omega + \int_{\Omega_e} \sum_i T^i \nabla N^i(X) \sum_j w^j \nabla N^j(X) \lambda_{ij} d\Omega \\ = \int_{\Omega_e} w \sum_j w^j N^j(X) d\Omega + \int_{\Gamma_{\phi_{imp}}^{el}} \phi_{imp} \sum_j w^j N^j(X) d\Gamma \\ + \int_{\Gamma_{rob}^{el}} \sum_i h_c (T_{\infty} - T^i N^i(X)) \sum_j w^j N^j(X) d\Gamma \\ + \int_{\Gamma_{el}^+} \sum_i \phi^+ (N^i(X)) \sum_j w^j N^j(X) d\Gamma + \int_{\Gamma_{el}^-} \sum_i \phi^- (N^i(X)) \sum_j w^j N^j(X) d\Gamma \end{aligned}$$

Les expressions étant vérifiées pour tous \mathbf{v}^j et pour tous w^j , on a :

$$\begin{aligned} \forall X \in \Omega \\ \sum_i \sum_j \ddot{\mathbf{u}}^i \int_{\Omega_e} \rho N^i(X) N^j(X) d\Omega + \sum_i \sum_j \mathbf{u}^i \int_{\Omega_e} \underline{\underline{C}}_{ij} \nabla N^i(X) \nabla N^j(X) d\Omega \\ = \sum_j \int_{\Omega_e} \mathbf{f} N^j(X) d\Omega + \sum_j \int_{\Gamma_{\mathbf{F}_{imp}}^{el}} \mathbf{F}_{imp} N^j(X) d\Gamma + \int_{\Gamma_{\pm}^{el}} \boldsymbol{\sigma}^{\pm} \sum_j N^j(X) d\Gamma \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \forall X \in \Omega \\
 & \sum_i \sum_j \dot{T}^i \int_{\Omega_e} \rho c N^i(X) N^j(X) d\Omega + \sum_i \sum_j T^i \int_{\Omega_e} \lambda_{ij} \nabla N^i(X) \nabla N^j(X) d\Omega \\
 & = \sum_j \int_{\Omega_e} w N^j(X) d\Omega + \sum_j \int_{\Gamma_{\phi_{imp}}^{el}} \phi_{imp} N^j(X) d\Gamma \\
 & + \sum_i \sum_j \int_{\Gamma_{rob}^{el}} h_c (T_\infty - T^i N^i(X)) N^j(X) d\Gamma \\
 & + \sum_i \sum_j \int_{\Gamma_{el}^+} \phi^+ N^i(X) N^j(X) d\Gamma + \sum_i \sum_j \int_{\Gamma_{el}^-} \phi^- N^i(X) N^j(X) d\Gamma
 \end{aligned}$$

Les vecteurs lignes sont notés par $\{\bullet\}$ et les vecteurs colonnes par $\langle \bullet \rangle$. Les vecteurs associés à la seconde dérivée temporelle du déplacement et au déplacement sont notés :

$$\{\ddot{u}_i^{el}\} = \{\ddot{u}_1^{el}, \dots, \ddot{u}_{nb}^{el} \text{ noeuds}\} \quad (1.32)$$

$$\{u_i^{el}\} = \{u_1^{el}, \dots, u_{nb}^{el} \text{ noeuds}\} \quad (1.33)$$

Les vecteurs associés à la dérivée temporelle de la température et à la température sont notés :

$$\{\dot{T}_i^{el}\} = \{\dot{T}_1^{el}, \dots, \dot{T}_{nb}^{el} \text{ noeuds}\} \quad (1.34)$$

$$\{T_i^{el}\} = \{T_1^{el}, \dots, T_{nb}^{el} \text{ noeuds}\} \quad (1.35)$$

Les matrices élémentaires $\underline{\underline{M}}_{ji}^{Me,el}$, $\underline{\underline{K}}_{ji}^{Me,el}$, $\underline{\underline{C}}_{ji}^{Th,el}$ et $\underline{\underline{K}}_{ji}^{Th,el}$ sont définies telles que :

$$\underline{\underline{M}}_{ji}^{Me,el} = \int_{\Omega_e} \rho N^i(X) N^j(X) d\Omega \quad (1.36)$$

$$\underline{\underline{K}}_{ji}^{Me,el} = \int_{\Omega_e} \underline{\underline{C}}_{ij} \nabla N^i(X) \nabla N^j(X) d\Omega \quad (1.37)$$

$$\underline{\underline{C}}_{ji}^{Th,el} = \int_{\Omega_e} \rho c N^i(X) N^j(X) d\Omega \quad (1.38)$$

$$\underline{\underline{K}}_{ji}^{Th,el} = \int_{\Omega_e} \lambda_{ij} \nabla N^i(X) \nabla N^j(X) + \int_{\Gamma_{rob}^{el}} h_c N^i(X) N^j(X) d\Gamma \quad (1.39)$$

Les vecteurs des sollicitations mécaniques et thermiques sont définies par :

$$\begin{aligned}
 \langle \mathbf{F}_j^{Me,el} \rangle & = \left\langle \int_{\Omega_e} \mathbf{f} N^j(X) d\Omega + \int_{\Gamma_{\mathbf{F}_{imp}}^{el}} \mathbf{F}_{imp} N^j(X) d\Gamma \right\rangle \\
 \langle \mathbf{F}_j^{Th,el} \rangle & = \left\langle \int_{\Omega_e} w N^j(X) d\Omega + \int_{\Gamma_{\phi_{imp}}^{el}} \phi_{imp} N^j(X) d\Gamma + \int_{\Gamma_{rob}^{el}} h_c T_\infty N^j(X) d\Gamma \right\rangle
 \end{aligned}$$

1. MODÉLISATION DE LA FISSURATION PAR UNE APPROCHE SURFACIQUE-VOLUMIQUE

Les vecteurs associés aux discontinuités sont notés :

$$\langle \mathbf{r}_{ji}^{Me,el} \rangle = \left\langle \int_{\Gamma_{\pm}^{el}} \boldsymbol{\sigma}^{\pm} N^j (X) d\Gamma \right\rangle \quad (1.40)$$

$$\langle r_{ji}^{Th,el} \rangle = \left\langle \int_{\Gamma_{el}^+} \phi^+ N^i (X) N^j (X) d\Gamma + \int_{\Gamma_{el}^-} \phi^- N^i (X) N^j (X) d\Gamma \right\rangle \quad (1.41)$$

On a :

$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{\mathbf{M}}_{ji}^{Me} = \sum_{el} \underline{\mathbf{M}}_{ji}^{Me,el} \quad \langle \ddot{u}_i \rangle = \sum_{el} \langle \ddot{u}_i^{el} \rangle \quad \langle \mathbf{F}_j^{Me} \rangle = \sum_{el} \langle \mathbf{F}_j^{Me,el} \rangle \\ \underline{\mathbf{K}}_{ji}^{Me} = \sum_{el} \underline{\mathbf{K}}_{ji}^{Me,el} \quad \langle u_i \rangle = \sum_{el} \langle u_i^{el} \rangle \quad \langle \mathbf{r}^{Me} \rangle = \sum_{el} \langle \mathbf{r}_{el}^{Me} \rangle \\ \underline{\mathbf{C}}_{ji}^{Th} = \sum_{el} \underline{\mathbf{C}}_{ji}^{Th,el} \quad \langle \dot{T}_i \rangle = \sum_{el} \langle \dot{T}_i^{el} \rangle \quad \langle F_j^{Th} \rangle = \sum_{el} \langle F_j^{Th,el} \rangle \\ \underline{\mathbf{K}}_{ji}^{Th} = \sum_{el} \underline{\mathbf{K}}_{ji}^{Th,el} \quad \langle T_i \rangle = \sum_{el} \langle T_i^{el} \rangle \quad \langle r_{ji}^{Th} \rangle = \sum_{el} \langle r_{ji}^{Th,el} \rangle \end{array} \right. \quad (1.42)$$

Le système à résoudre pour la mécanique est :

$$\underline{\mathbf{M}}_{ji}^{Me} \langle \ddot{u}_i \rangle = -\underline{\mathbf{K}}_{ji}^{Me} \langle u_j \rangle + \langle \mathbf{F}_j^{Me} \rangle + \langle \mathbf{r}^{Me} \rangle, \quad (1.43)$$

l'équation (1.43) est réécrite de manière simplifiée :

$$\boxed{\underline{\mathbf{M}}^{Me} \ddot{\mathbf{u}} = -\underline{\mathbf{K}}^{Me} \mathbf{u} + \mathbf{F}^{Me} + \mathbf{r}^{Me}} \quad [\text{mécanique}] \quad (1.44)$$

Le système à résoudre pour la thermique est :

$$\underline{\mathbf{C}}_{ji}^{Th} \langle \dot{T}_i \rangle = -\underline{\mathbf{K}}_{ji}^{Th} \langle T_i \rangle + \langle F_j^{Th} \rangle + \langle r_{ji}^{Th} \rangle, \quad (1.45)$$

l'équation (1.45) est réécrite de manière simplifiée :

$$\boxed{\underline{\mathbf{C}}^{Th} \dot{\mathbf{T}} = -\underline{\mathbf{K}}^{Th} \mathbf{T} + \mathbf{F}^{Th} + \mathbf{r}^{Th}} \quad [\text{thermique}] \quad (1.46)$$

Les termes \mathbf{r}^{Me} et \mathbf{r}^{Th} correspondent à la prise en compte des discontinuités mécanique et thermique. Le terme \mathbf{r}^{Me} nécessite un traitement particulier dû au problème non régulier. La résolution est décrite dans la partie 1 du chapitre 2. La résolution de la discontinuité du système thermique est décrite dans la partie 2 du chapitre 2.

1.4 Discrétisation temporelle

La discrétisation temporelle repose sur une θ -méthode (avec $\theta \in [0, 1]$).

1.4.1 Discrétisation temporelle du problème thermique

On a :

$$\int_{t_n}^{t_{n+1}} \dot{\mathbf{T}}(t) dt \simeq \mathbf{T}(t_{n+1}) - \mathbf{T}(t_n) \quad (1.47)$$

$$\int_{t_n}^{t_{n+1}} f(t) dt = \Delta t^{therm} (\theta f(t_{n+1}) + (1 - \theta) f(t_n)) \quad (1.48)$$

où Δt^{therm} est le pas de temps pour la résolution du problème thermique. L'équation (1.46) est intégrée sur l'intervalle $[t_n, t_{n+1}]$:

$$\int_{t_n}^{t_{n+1}} \underline{\mathbf{C}}^{Th} \dot{\mathbf{T}}(t) dt = \int_{t_n}^{t_{n+1}} -\underline{\mathbf{K}}^{Th} \mathbf{T}(t) + \mathbf{F}^{Th}(t) + \mathbf{r}^{Th}(t) dt \quad (1.49)$$

Les relations (1.47) et (1.48) sont utilisées :

$$\begin{aligned} \underline{\mathbf{C}}^{Th} (\mathbf{T}(t_{n+1}) - \mathbf{T}(t_n)) &\simeq \Delta t^{therm} \theta (-\underline{\mathbf{K}}^{Th} \mathbf{T}(t_{n+1}) + \mathbf{F}^{Th}(t_{n+1}) + \mathbf{r}^{Th}(t_{n+1})) \\ &+ \Delta t^{therm} (1 - \theta) (-\underline{\mathbf{K}}^{Th} \mathbf{T}(t_n) + \mathbf{F}^{Th}(t_n) + \mathbf{r}^{Th}(t_n)) \end{aligned} \quad (1.50)$$

En notant $\mathbf{T}(n+1)$, $\mathbf{T}(n)$, $\mathbf{F}^{Th}(n+1)$, $\mathbf{F}^{Th}(n)$, $\mathbf{r}^{Th}(n+1)$ et $\mathbf{r}^{Th}(n)$ les valeurs de $\mathbf{T}(t_{n+1})$, $\mathbf{T}(t_n)$, $\mathbf{F}^{Th}(t_{n+1})$, $\mathbf{F}^{Th}(t_n)$, $\mathbf{r}^{Th}(t_{n+1})$ et $\mathbf{r}^{Th}(t_n)$ et en factorisant on obtient :

$$\begin{aligned} (\underline{\mathbf{C}}^{Th} + \Delta t^{therm} \theta \underline{\mathbf{K}}^{Th}) (\mathbf{T}(n+1) - \mathbf{T}(n)) &\simeq \Delta t^{therm} \theta (\mathbf{F}^{Th}(n+1) + \mathbf{r}^{Th}(n+1)) \\ - \Delta t^{therm} \underline{\mathbf{K}}^{Th} \mathbf{T}(n) + \Delta t^{therm} (1 - \theta) &(\mathbf{F}^{Th}(n) + \mathbf{r}^{Th}(n)) \end{aligned}$$

Soit la matrice $\tilde{\mathbf{C}} = (\underline{\mathbf{C}}^{Th} + \Delta t^{therm} \theta \underline{\mathbf{K}}^{Th})$, supposée inversible, on a :

$$\boxed{\begin{aligned} \mathbf{T}(n+1) &\simeq \mathbf{T}(n) + \tilde{\mathbf{C}}^{-1} [-\Delta t^{therm} \underline{\mathbf{K}}^{Th} \mathbf{T}(n) \\ &+ \Delta t^{therm} \theta (\mathbf{F}^{Th}(n+1) + \mathbf{r}^{Th}(n+1)) \\ &+ \Delta t^{therm} (1 - \theta) (\mathbf{F}^{Th}(n) + \mathbf{r}^{Th}(n))] \end{aligned}} \quad (1.51a)$$

1.4.2 Discrétisation temporelle du problème mécanique

L'intégration temporelle du problème de mécanique est effectuée sur un intervalle $]t_n, t_{n+1}]$ de longueur Δt . Les résultantes des efforts aux contacts sont définies sur cet intervalle. L'inconnue est la vitesse $\dot{\mathbf{u}}$. En intégrant l'équation de la dynamique (1.44) sur $]t_n, t_{n+1}]$, on a (voir [63]) :

$$\underline{\mathbf{M}}^{Me} (\dot{\mathbf{u}}(t_{n+1}) - \dot{\mathbf{u}}(t_n)) = - \int_{t_n}^{t_{n+1}} \underline{\mathbf{K}}^{Me} \mathbf{u}(t) dt + \int_{]t_n, t_{n+1}] } \mathbf{F}^{Me}(t) dt, + \int_{]t_n, t_{n+1}] } \mathbf{r}^{Me}(t) dt, \quad (1.52)$$

$$\mathbf{u}(t_{n+1}) = \mathbf{u}(t_n) + \int_{t_n}^{t_{n+1}} \dot{\mathbf{u}} dt.$$

Les efforts de contact sont calculés sous la forme d'une impulsion $\mathbf{i}^{Me}(n+1)$ sur l'intervalle $]t_n, t_{n+1}]$. À partir de cette impulsion on peut calculer une réaction moyenne :

$$\mathbf{r}^{Me}(n+1) = \frac{\mathbf{i}^{Me}(n+1)}{\Delta t} \quad (1.53)$$

Cette contribution peut résulter d'une interaction cohésive qui est traitée dans la section 1 du chapitre suivant.

En notant $\dot{\mathbf{u}}(n+1)$, $\dot{\mathbf{u}}(n)$, $\mathbf{u}(n+1)$, $\mathbf{u}(n)$ les valeurs de la vitesse et du déplacement aux temps t_{n+1} et t_n , la θ -méthode s'écrit :

$$\int_{t_n}^{t_{n+1}} \underline{\mathbf{K}}^{Me} \mathbf{u} ds \simeq \Delta t \theta \underline{\mathbf{K}}^{Me} \mathbf{u}(n+1) + \Delta t (1-\theta) \underline{\mathbf{K}}^{Me} \mathbf{u}(n),$$

$$\mathbf{u}(n+1) = \mathbf{u}(n) + \Delta t \theta \dot{\mathbf{u}}(n+1) + \Delta t (1-\theta) \dot{\mathbf{u}}(n) \quad (1.54)$$

La dépendance du comportement à la vitesse $\dot{\mathbf{u}}$ pourrait être également prise en compte par l'introduction d'une matrice d'amortissement (voir le cas général [63]).

L'équation (1.44) s'écrit :

$$\underline{\mathbf{M}}^{Me} (\dot{\mathbf{u}}(n+1) - \dot{\mathbf{u}}(n)) = \Delta t \theta (-\underline{\mathbf{K}}^{Me} \mathbf{u}(n+1) + \mathbf{F}^{Me}(t_{n+1})) \quad (1.55)$$

$$+ \Delta t (1-\theta) (-\underline{\mathbf{K}}^{Me} \mathbf{u}(n) + \mathbf{F}^{Me}(t_n)) + \mathbf{i}^{Me}(n+1)$$

En introduisant l'équation (1.54) dans (1.55) et en notant $\tilde{\underline{\mathbf{M}}} = \underline{\mathbf{M}}^{Me} + \Delta t^2 \theta^2 \underline{\mathbf{K}}^{Me}$, la résolution temporelle du problème dynamique (1.55) s'écrit :

$$\dot{\mathbf{u}}(n+1) - \dot{\mathbf{u}}(n) = \tilde{\underline{\mathbf{M}}}^{-1} (-\Delta t \underline{\mathbf{K}}^{Me} (\mathbf{u}(n) + \theta \Delta t \dot{\mathbf{u}}(n)) + \Delta t \mathbf{F}^{Me}(n+1) + \mathbf{i}^{Me}(n+1)),$$

avec $\mathbf{F}^{Me}(n+1) = \theta \mathbf{F}^{Me}(t_{n+1}) + (1-\theta) \mathbf{F}^{Me}(t_n)$

La matrice $\tilde{\underline{\mathbf{M}}}$ est supposée inversible. Cette hypothèse est satisfaite si Δt est assez petit et si la matrice $\underline{\mathbf{M}}^{Me}$ est définie positive.

On introduit la vitesse libre, c'est-à-dire la vitesse sans la prise en compte des efforts d'interaction, notée \mathbf{v}_{free} et définie par :

$$\mathbf{v}_{free}(n+1) = \dot{\mathbf{u}}(n) + \tilde{\underline{\mathbf{M}}}^{-1} [-\Delta t \underline{\mathbf{K}}^{Me} (\mathbf{u}(n) + \theta \Delta t \dot{\mathbf{u}}(n)) + \Delta t \theta \mathbf{F}^{Me}(t_{n+1}) \quad (1.56)$$

$$+ \Delta t (1-\theta) \mathbf{F}^{Me}(t_n)]$$

La vitesse $\dot{\mathbf{u}}(n+1)$ est calculée en ajoutant à la vitesse libre la vitesse due à l'impulsion de contact :

$$\dot{\mathbf{u}}(n+1) = \mathbf{v}_{free}(n+1) + \tilde{\underline{\mathbf{M}}}^{-1} \mathbf{i}^{Me}(n+1). \quad (1.57)$$

1.5 Couplage thermo-mécanique

Le couplage entre les problèmes mécanique et thermique est étagé : le problème mécanique est résolu puis le problème thermique (voir FIGURE 1.2). La prise en compte des phénomènes non réguliers pendant et après la rupture est réalisée à l'aide de la dynamique non régulière des contacts.

Le pas de temps thermique Δt^{therm} est le même que celui utilisé en mécanique Δt (voir la partie 3.1 du chapitre 2).

2 Modèles de zone cohésive thermo-mécanique

Dans cette partie, la formulation des modèles cohésifs avec contact frottant est rapidement rappelé, une bibliographie sur les modèles de zones cohésives incorporant de la thermo-mécanique est présentée et le modèle de zone thermo-cohésive proposé est détaillé.

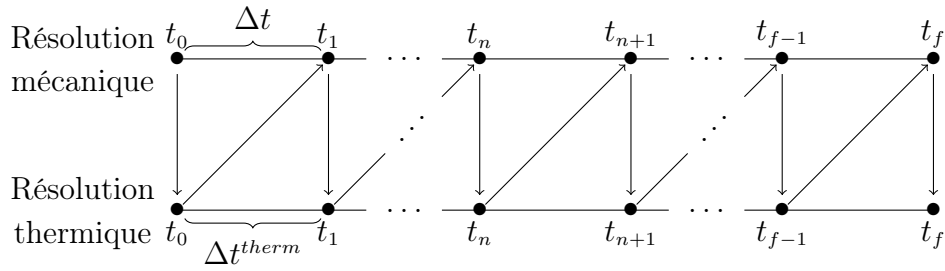


FIGURE 1.2 – Résolution faible du couplage thermo-mécanique.

2.1 Modèles de zone cohésive frottante

Le concept de zone cohésive initialement introduit par Dugdale [28] consiste à relier le vecteur contrainte \mathbf{R} au saut de déplacement $[\mathbf{u}]$ entre les deux lèvres d’une fissure en train de se créer (TABLE 1.1). On parle de relation traction-séparation. Usuellement, le front de fissure est représenté par une zone totalement endommagée en aval du front de fissure et par une zone d’élaboration en pointe de fissure. La zone totalement endommagée peut être libre de contrainte (ouverte) ou soumise à des conditions de contact frottant (fermée). La zone d’élaboration (e.g. coalescence de micro-fissures) est celle soumise à des forces cohésives qui résistent à la séparation des lèvres de la fissure.

	Continu	Nucléation des micro-fissures
Physique		
Numérique		

TABLE 1.1 – Représentation de la physique associée aux modèles de zones cohésives.

Les modèles de zones cohésives permettent de caractériser de nombreux phénomènes associés à la fissuration d’un milieu. Une bibliographie complète est proposée dans [79] et [95].

Un des avantages pratiques majeurs des modèles cohésifs est que l’amorçage des fissures résulte naturellement du chargement sans ajout de critère supplémentaire. Ces modèles cohésifs peuvent être perçus comme des modèles d’endommagement surfacique et de nombreuses mise en œuvre numériques sont possibles. La présente approche se restreint à la démarche cohésive-volumique où les zones cohésives sont introduites entre chaque

éléments d'un maillage Éléments Finis : le trajet de fissure n'est pas connu a priori, les mécanismes de multi-fissuration et de bifurcation de fissures sont possibles. Par ailleurs, dans le cas d'une fissure en propagation rectiligne, l'utilisation des modèles de zones cohésives est équivalent à l'utilisation d'un critère de Griffith [79] et se prête aisément à des bilans d'énergie.

Un autre avantage de ces modèles est de pouvoir rendre compte d'une physique post-rupture complexe. Pour une fissure ouverte, la pression liée, par exemple, à la présence d'un fluide interstitiel, peut être prise en compte. Pour une fissure fermée en compression, des conditions de contact peuvent être insérées par des modèles de type Signorini. Pour une fissure fermée en compression ou cisaillement, des conditions de frottement peuvent être modélisées par des approches de Coulomb éventuellement associées à des mécanismes de dilatance. Une bibliographie sur ces aspects peut être trouvée dans [79, 63, 97, 80, 96].

Deux phénomènes sont usuellement représentés par une loi de contact, la condition de contact unilatéral de Signorini et le frottement de Coulomb (voir Figure 1.3).

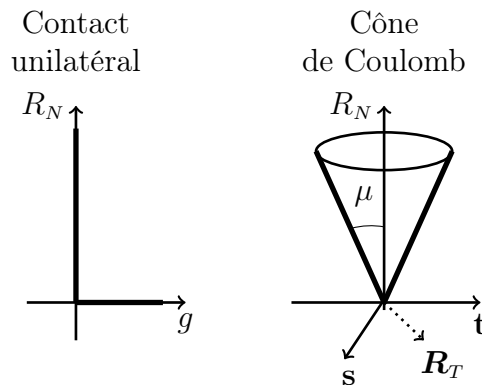


FIGURE 1.3 – Condition de Signorini Coulomb.

- Condition de contact unilatéral de Signorini

La réaction R_N entre deux corps ne peut être négative (pas de cohésion) et elle n'est transmise que lorsque les deux corps sont en contact (la distance g séparant les deux corps est nulle). Il s'agit de la condition de contact unilatérale de Signorini. Cette relation est exprimée par :

$$g \geq 0, R_N \geq 0, gR_N = 0 \quad (1.58)$$

- Loi de Coulomb

La loi de Coulomb peut se décomposer en deux parties : une zone d'adhérence entre les deux corps et une zone de glissement des deux corps. Le cône de Coulomb (voir FIGURE 1.3) contient ces deux zones. À l'intérieur de ce cône aucun déplacement tangent ne peut avoir lieu : $\| \mathbf{U}_T \| = 0$ car : $\| \mathbf{R}_T \| < \mu R_N$. Le glissement entre deux corps est possible lorsque la réaction tangentielle atteint le seuil de frottement $\| \mathbf{R}_T \| = \mu R_N$. La

direction de la réaction est opposée au déplacement tangent :

$$\| \mathbf{U}_T \| \neq 0 \Rightarrow \mathbf{R}_T = -\mu R_N \frac{\mathbf{U}_T}{\| \mathbf{U}_T \|} \quad (1.59)$$

μ est le coefficient de frottement.

Pour la résolution numérique du problème de contact, les relations cinématiques sont discrétisées en temps (voir section 1.3 du chapitre 2).

L'approche cohésive-frottante initiée par [106] permet de résumer cette physique post-rupture au travers d'un couplage entre les efforts cohésifs, ceux du contact unilatéral et ceux du frottement de Coulomb :

$$0 \leq (R_N + R_N^{coh}) \perp [u_N] \geq 0 \quad (1.60)$$

$$\begin{cases} \| \mathbf{R}_T + \mathbf{R}_T^{coh} \| < \mu | R_N + R_N^{coh} | \Rightarrow [\dot{\mathbf{u}}_T] = 0 \\ \| \mathbf{R}_T + \mathbf{R}_T^{coh} \| = \mu | R_N + R_N^{coh} | \Rightarrow \exists \lambda > 0 \text{ tel que } [\dot{\mathbf{u}}_T] = -\lambda (\mathbf{R}_T + \mathbf{R}_T^{coh}) \end{cases} \quad (1.61)$$

Les indices T et N indiquent les composantes tangentielle et normale de la réaction totale ($\mathbf{R} = R_N \mathbf{n} + \mathbf{R}_T$), de la réaction cohésive ($\mathbf{R}^{coh} = R_N^{coh} \mathbf{n} + \mathbf{R}_T^{coh}$) et du saut de déplacement ($[\mathbf{u}] = [u_N] \mathbf{n} + [\mathbf{u}_T]$), \mathbf{n} est le vecteur unitaire normal à la zone cohésive. Le coefficient de frottement est noté μ .

Ces modèles cohésifs-frottants peuvent être basés sur une approche extrinsèque où seule la partie liée à l'endommagement surfacique est décrite dans la relation traction-séparation, ou sur une approche intrinsèque décrivant également une résistance élastique ou un écrouissage positif dans cette relation. Du fait que les modèles intrinsèques correspondent également aux cas de rechargement élastique d'un modèle cohésif partiellement rompu, l'approche considérée est ici restreinte à ces derniers. La réaction de la zone cohésive \mathbf{R}^{coh} est alors une fonction de la variable d'endommagement surfacique $\beta \in [0,1]$ via un tenseur de raideur cohésive $\underline{\mathbf{K}}(\beta)$:

$$\mathbf{R}^{coh} = \begin{cases} \underline{\mathbf{K}}(\beta) \cdot [\mathbf{u}] & \text{si } \beta > 0 \text{ ou } [u_N] = 0 \\ \underline{\mathbf{K}}(\beta) \cdot [\mathbf{u}] - p \cdot \mathbf{n} & \text{sinon} \end{cases} \quad (1.62)$$

où $\beta = \min \left(\tilde{\beta}(\| [\mathbf{u}] \|), \tilde{\beta}(\| [u_{max}] \|) \right)$ avec $\| [u_{max}] \|$ la valeur maximale atteinte par $\| [\mathbf{u}] \|$, $\underline{\mathbf{K}}(\beta)$ une matrice décrivant le comportement surfacique adoucissant pendant la propagation de la fissure, p une pression interstitielle post-fracture et $\tilde{\beta}$ une fonction décroissante de $\| [\mathbf{u}] \|$: $\beta = 1$ le modèle cohésif est parfaitement adhérent, $\beta = 0$ le modèle cohésif est rompu.

L'évolution de la variable d'endommagement doit alors être précisée par la donnée de $\underline{\mathbf{K}}(\beta)$ et par celle de la fonction $\tilde{\beta}$ (ou parfois de sa dérivée temporelle pour les modèles avec viscosité surfacique) pour définir intégralement le modèle. De très nombreux choix sont possibles. Nous retenons ici une variante de la loi d'endommagement surfacique de [75] proposée par [97, 96] :

$$\underline{\mathbf{K}}(\beta) = \beta \left(C_N \mathbf{n} \otimes \mathbf{n} + C_T \frac{[\mathbf{u}_T] \otimes [\mathbf{u}_T]}{\| [\mathbf{u}_T] \|^2} \right) \quad (1.63)$$

$$\tilde{\beta}(x) = \begin{cases} \beta_0 & \text{si } x \leq \delta_0 \\ 0 & \text{si } x \geq \delta_c \\ \frac{\beta_0(\delta_c - x)}{\delta_c - 2\delta_0 + x} & \text{sinon} \end{cases} \quad (1.64)$$

avec $\delta_0 = \sqrt{\frac{w}{(9 - 4\ln 4)} \left(\frac{1}{C_N} + \frac{1}{C_T} \right)}$, $\delta_c = 3\delta_0$, où C_N et C_T sont les rigidités interfaciales tangentielle et normale dans le cas de la cohésion complète ($\beta = 1$), $0 \leq \beta_0 \leq 1$ est l'endommagement surfacique initial et w représente l'énergie de rupture. La sensibilité des différents paramètres de ce modèle est discutée dans [95] et dans la partie 3.3. En anticipant sur la suite du mémoire, la prise en compte de ce modèle dans le cadre Nonsmooth Fracture Dynamics tel que proposé par [63] permet également une gestion post-rupture des éventuels fragments créés lors de la fissuration. Le modèle est illustré sur la FIGURE 1.4.

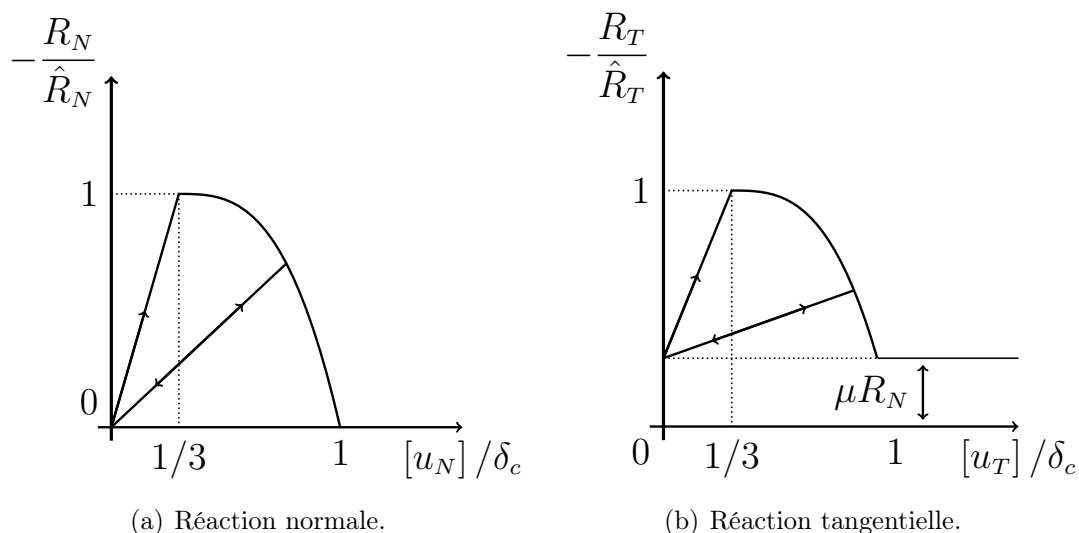


FIGURE 1.4 – Modèle de zone cohésive frottante [95] en deux dimensions.

La mise en place pratique des modèles de zone cohésive comporte cependant des difficultés liées d'une part à sa nature endommageable et aux instabilités associées et d'autre part à l'existence d'une longueur caractéristique dans la relation traction-séparation qui induit une dépendance de ces modèles à la taille de maille. Les instabilités induisent des sauts de solution qu'il est possible de gérer de différentes manières (voir [15]); nous utilisons ici le cadre des solutions dynamiques proposé par [96]. Les difficultés liées à la longueur caractéristique interne sont gérées via les critères récemment proposés par [10] (voir également la partie 3.2 du chapitre suivant).

2.2 Quelques modèles cohésifs thermo-mécaniques

La notion de “couplage thermo-mécanique” dans le cadre d’une approche cohésive-volumique peut être comprise de différentes manières selon que les équations thermiques sont résolues en volume et/ou en surface, que les propriétés mécaniques dépendent de la température en volume et/ou en surface. Cette section propose un rapide survol des principaux modèles de la littérature dédiés aux comportements cohésifs thermo-mécaniques.

L’approche de Secchi et al. [116] propose une prise en compte de la thermo-élasticité volumique en présence de modèles cohésifs extrinsèques. Des modélisations plus fines [57, 91, 105] tiennent compte des flux thermiques sur les lèvres de la fissure en fonction du saut de température. L’approche plus complète de Moonen et al. [82] décrit la physique dans la zone cohésive et dans la fissure établie avec notamment la prise en compte du rayonnement et de la convection. La définition des transferts dans l’interface cohésive dépend de la physique que l’on souhaite mettre en œuvre.

2.2.1 Le modèle de Secchi et al. [116]

Ces auteurs proposent classiquement de prendre en compte une dilatation thermique isotrope à l’aide d’une partition de la déformation volumique :

$$\sigma_{ij} = c_{ijrs} (\varepsilon_{rs} - \delta_{rs} \varepsilon_T), \text{ avec } \varepsilon_T = \frac{\alpha}{3} \Delta T \quad (1.65)$$

où ε est la déformation totale, ε_T la déformation associée à la variation de température ΔT , α le coefficient de dilatation du milieu, δ_{rs} est le symbole de Kronecker. Le coefficient élastique c_{ijrs} est exprimé dans le cas d’un comportement isotrope (E module d’Young et ν coefficient de Poisson) :

$$c_{ijrs} = \frac{E}{2(1+\nu)} (\delta_{is}\delta_{jr} + \delta_{ir}\delta_{js}) + \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \delta_{ij}\delta_{rs}\delta_{ij} \quad (i,j,r,s = 1,2,3) \quad (1.66)$$

Le modèle de zone cohésive utilisé par les auteurs est purement mécanique mais la puissance de ses efforts surfaciques est considérée comme un terme source dans l’équation de la thermique.

Le modèle cohésif est un modèle extrinsèque linéaire avec charge-décharge élastique (FIGURE 1.5) qui s’écrit en mode I :

$$R_N = \hat{R}_N \left(1 - \frac{[u_N]}{\delta_c} \right) \quad (1.67)$$

où \hat{R}_N représente la réaction critique, $[u_N]$ le saut de déplacement normal et δ_c le saut de déplacement critique. Une extension en mode mixte est réalisée à la manière classique de [71] et [25]. Ce modèle a été utilisé pour la fissuration d’une poutre hétérogène en flexion soumise à un chargement thermique (convection avec l’extérieur). Les résultats obtenus sont en bon accord avec l’expérience. Cependant dans l’interface cohésive aucune relation ne décrit l’évolution de la thermique.

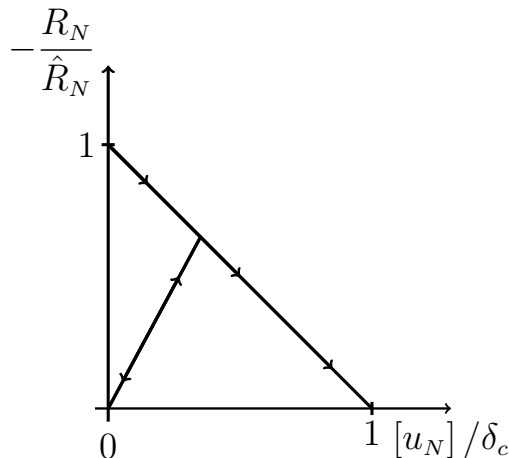


FIGURE 1.5 – Modèle de zone cohésive utilisé par Secchi et al. [116].

2.2.2 Le modèle de Hattiangadi et al. [57]

Ces auteurs proposent une modélisation complète du transfert de chaleur dans l'interface cohésive. La partie saine de la zone cohésive est représentée comme des fibres reliant les deux lèvres de la fissure avec une orientation spécifique (de direction \mathbf{m}). Ce modèle est générique et ne dépend que du saut de déplacement normal de la zone cohésive. Le saut de température $[T] = T^+ - T^-$ entre les lèvres de la fissure est lié au flux thermique ϕ_{CZM} à travers la fissure via la conductance cohésive h_{CZM} :

$$\phi_{CZM} = h_{CZM} [T] \mathbf{m} \quad \text{avec} \quad h_{CZM} = h_f + h_g + h_r \quad (1.68)$$

où le transport thermique dans l'interface est modélisé par trois conductances :

- h_f la conductance dans la partie saine,
- h_g la conductance du fluide dans la fissure,
- h_r une conductance associée au rayonnement entre les deux surfaces de la fissure.

Dans la partie saine, la conductance dépend du saut de déplacement normal $[u_N]$, de la température moyenne à l'interface $(T^+ + T^-)/2$, de la conductivité de la partie solide λ_s et de la fraction volumique de "fibres" solides dans l'interface V_s^c :

$$h_f([\mathbf{u}], T^+, T^-) = V_s^c \left[\lambda_s + C_s \left(\frac{T^+ + T^-}{2} \right) \right] \frac{\sin \alpha}{[u_N]} \quad (1.69)$$

où α représente l'angle des fibres avec la surface cohésive. Cette conductance prend en compte une évolution de la conductivité en fonction de la température moyenne dans l'interface avec un coefficient d'évolution C_s . D'une manière similaire, la conductance du fluide contenu dans la fissure est :

$$h_g([\mathbf{u}], T^+, T^-) = (1 - V_s^c) \left[\lambda_g + C_g \left(\frac{T^+ + T^-}{2} \right) \right] \frac{1}{[u_N]} \quad (1.70)$$

avec λ_g la conductivité du fluide et C_g le coefficient d'évolution du fluide. La conductance due au rayonnement est également prise en compte par :

$$h_r(T^+, T^-) = \frac{S_b}{2/e_m - 1} [(T^+ - T_r) + (T^- - T_r)] [(T^+ - T_r)^2 + (T^- - T_r)^2] \quad (1.71)$$

où S_b est la constante de Stefan-Boltzman ($S_b = 56710^{-10} W.m^{-2}K^4$), une émissivité $e_m = 1.0$ des surfaces de la fissure est supposée et T_r est une température de référence.

Ce modèle, relativement complet, ne considère la fissure que pendant la phase d'ouverture et ne prend pas en compte un transfert de chaleur par contact en cas de fermeture de la fissure.

2.2.3 Le modèle de Özdemir et al. [91]

Ce modèle est une extension du précédent. La modélisation repose d'une part sur le transport par conduction dans la partie non-endommagée et d'autre part sur la présence d'un fluide dans la fissure. La re-fermeture de la fissure est maintenant prise en compte à l'aide d'une résistance de contact thermique.

Pendant l'endommagement, la partie non endommagée est considérée comme constituée de fibres. Dans ce cas, un saut de température entre les deux faces de la discontinuité est considéré et orienté le long de la fibre :

$$[T] = [T] \mathbf{m} \quad (1.72)$$

où \mathbf{m} est le vecteur unitaire indiquant la direction de la fibre.

Le transfert de chaleur dans la fissure est modélisé soit par une conduction dans les fibres soit par une conduction dans la fissure. Après un chargement thermo-mécanique, la zone cohésive peut s'endommager totalement et le transfert de chaleur ne s'effectue alors que par le fluide éventuellement contenu dans la fissure. Le flux de chaleur transmis par l'interface solide est exprimé par :

$$\phi_\beta = -\beta h_\beta [T] \quad (1.73)$$

β est la variable d'endommagement surfacique ($\beta = 1$ pas d'endommagement, $\beta = 0$ rupture complète) et h_β la conductance thermique effective (déterminée par la conductivité des différentes fibres, leur fraction par rapport à la surface unitaire cohésive et leur géométrie). Pour des interfaces parfaites, h_β serait infiniment grand.

Le vecteur de flux de chaleur est décomposé en deux termes, normal et tangent :

$$\phi_\beta \cdot \mathbf{n} = -\beta h_\beta [T] \mathbf{m} \cdot \mathbf{n} \quad (1.74)$$

$$\phi_\beta \cdot \mathbf{t} = -\beta h_\beta [T] \mathbf{m} \cdot \mathbf{t} \quad (1.75)$$

avec \mathbf{n} et \mathbf{t} les vecteurs unitaires normal et tangent de la zone cohésive. Notons que la conduction de la chaleur à travers le milieu n'est prise en compte que dans la composante normale du flux de chaleur ($[T] \mathbf{m} \cdot \mathbf{n}$). Le flux de chaleur transmis par le fluide (de conductance $h_{1-\beta}$) contenu dans la fissure est :

$$\phi_{1-\beta} \cdot \mathbf{n} = -h_{1-\beta} [T] \mathbf{m} \cdot \mathbf{n} \quad (1.76)$$

2. MODÈLES DE ZONE COHÉSIVE THERMO-MÉCANIQUE

La chaleur transportée par radiation étant faible, cette contribution n'est pas prise en compte dans ce modèle. Les expressions des composantes normale et tangentielle du flux de chaleur à l'interface sont :

$$\begin{aligned}\phi_n &= -(\beta h_\beta + h_{1-\beta}) [T] \mathbf{m} \cdot \mathbf{n} \\ \phi_t &= -\beta h_\beta [T] \mathbf{m} \cdot \mathbf{t}\end{aligned}\quad (1.77)$$

avec ϕ_n et ϕ_t définis comme étant les flux de chaleur dans les directions \mathbf{n} et \mathbf{t} . Dans le cas où la fissure se referme, un contact entre deux surfaces avec des aspérités (localisées en certains points) apparaît. Le flux de chaleur est décomposé en deux parties l'une à travers le contact et l'autre à travers le milieu. En suivant Mikic [76] et Ciavarella et al. [19], le modèle choisi pour la conduction de contact thermique dépend des propriétés élastiques des corps en vis-à-vis (coefficient de Poisson ν_i , module d'Young E_i) et de leur conductivité thermique (λ_i) :

$$h_{cont} = \frac{2\lambda_{eq}}{M} \frac{dR_N}{d[u_N]} \quad (1.78)$$

où

$$\frac{1}{\lambda_{eq}} = \frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} \quad (1.79)$$

est une résistance équivalente de contact entre les deux corps et

$$\frac{1}{M} = \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \quad (1.80)$$

est une compliance équivalente.

En suivant un modèle fractal de contact, la force de contact R_N dépend de la rugosité de la surface :

$$R_N = \mathcal{C} g_N^m \quad (1.81)$$

où \mathcal{C} est la rigidité en compression de l'interface, g_N est le saut normalisé et m une puissance qui dépend des aspérités $m \in [2; 3.33]$. La conductance du contact h_{cont} est exprimée par :

$$h_{cont} = \frac{\frac{2}{E_1} (1 - \nu_1^2) + \frac{2}{E_2} (1 - \nu_2^2)}{\frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2}} \mathcal{C} m g_N^{(m-1)} \quad (1.82)$$

Pour une surface partiellement fissurée et en cas de refermeture de la fissure, la chaleur sera conduite par les fibres reliant la surface non endommagée et par les aspérités de contact dans les régions où les surfaces sont complètement séparées. Ainsi ces deux phénomènes agissent en parallèle et la conductance interfaciale h_{CZM} est estimée par une loi des mélanges sur l'endommagement surfacique :

$$h_{CZM} = \beta h_{1-\beta} + (1 - \beta) h_{cont} \quad (1.83)$$

Dans ce cas, le flux de chaleur est supposé être transmis uniquement par la partie normale pour le contact [91] :

$$\begin{aligned}\phi_n \cdot \mathbf{n} &= -h_{CZM} [T] \mathbf{m} \cdot \mathbf{n} \\ \phi_t \cdot \mathbf{t} &= 0\end{aligned}\quad (1.84)$$

Cependant, dans le cas de la refermeture de la fissure après une séparation complète (i.e. $\beta = 0$), la conductivité interfaciale est égale à la conductivité de contact.

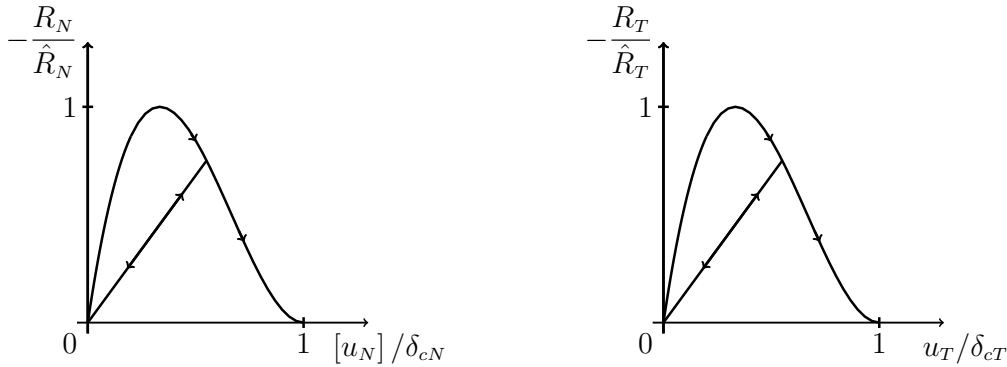
Le modèle cohésif repose pour sa partie mécanique sur une extension de celui de Xu et Needleman [23] (voir FIGURE 1.6) :

$$R_N = \frac{\Phi_N}{\delta_{cN}} \left(\frac{u_{N,m}}{\delta_{cN}} \right) \exp \left(-\frac{u_{N,m}}{\delta_{cN}} \right) \exp \left(\frac{u_{N,m}^2}{\delta_{cT}^2} \right) \quad (1.85)$$

$$R_T = 2 \frac{\Phi_T}{\delta_T} \left(\frac{u_{T,m}}{\delta_{cT}} \right) \left(1 + \frac{u_{N,m}}{\delta_{cN}} \right) \exp \left(-\frac{u_{T,m}^2}{\delta_{cT}^2} \right) \exp \left(-\frac{u_{N,m}}{\delta_{cN}} \right) \quad (1.86)$$

avec $u_{N,m} = [u_N] - u_N^T$ et $u_{T,m} = \|\mathbf{u}_T\| - u_T^T$ et une ouverture équivalente (ξ est un paramètre du modèle) :

$$\delta = \sqrt{\xi^2 [\mathbf{u}_T] \cdot [\mathbf{u}_T] + [u_N]^2} \quad (1.87)$$



(a) Évolution de la contrainte normale en fonction du saut de déplacement normal

(b) Évolution de la contrainte tangentielle en fonction du saut de déplacement tangent

FIGURE 1.6 – Modèle de Tvergaard [127]. Prise en compte de l'irréversibilité et du contact post-rupture.

La variable d'endommagement est prise comme étant le rapport du déplacement équivalent maximum atteint sur la valeur du déplacement critique équivalent. Ce modèle est utilisé pour la fissuration d'un polycristal de céramique avec un chargement thermo-mécanique. La mise en place de barrières thermiques lors des simulations est mise en avant : lorsque la fissure se propage, la conductivité cohésive chute et la conduction de chaleur perpendiculairement à la fissure est limitée. Ce modèle est proche de celui que nous visons à mettre en place pour le comportement thermo-mécanique des matériaux cimentés.

2.2.4 Le modèle de Rakotomalala [105]

Ce modèle est une synthèse des travaux réalisés par [57] et [91]. La conductivité de l'interface cohésive dépend de la température moyenne de la fissure et un comportement post-rupture est pris en compte. Le modèle proposé par [105] repose sur la définition d'une conductance dépendante des valeurs de la variable interne d'endommagement et du saut de déplacement normal $[u_N]$.

Lorsque l'interface est saine ou partiellement endommagée et que la fissure est fermée ($[u_N] = 0$), l'interface est parfaitement conductrice $h_{CZM} \rightarrow +\infty$ et le saut de température est nul $[T] = 0$.

Lorsque l'interface est endommagée et que la fissure est en ouverture ($[u_N] > 0$), la conductance est définie de la même manière que dans [57] :

$$h_{CZM} = \beta \frac{\lambda_s}{[u_N]} + (1 - \beta) \frac{(\lambda_g + C_g(T^+ + T^-)/2)}{[u_N]} \quad (1.88)$$

avec la possibilité d'une dépendance à la conductivité d'éventuels fluides interstitiels dans la fissure.

Lorsque l'interface est complètement endommagée et qu'un contact est présent, la conductance de l'interface dépend de la rugosité de celle-ci $\bar{\omega}$:

$$h_{CZM} = \frac{\lambda_{eq} p_c}{2\bar{\omega} M} + \frac{(\lambda_g + C_g(T^+ + T^-)/2)}{2\bar{\omega}} \quad (1.89)$$

avec M donné en (1.80), λ_{eq} donné en (1.79) et p_c représente la pression sur la zone cohésive.

Lorsque l'interface est complètement endommagée et que le saut de déplacement est supérieur aux rugosités des lèvres de la fissure, la conductance est :

$$h_{CZM} = \frac{(\lambda_g + C_g(T^+ + T^-)/2)}{[u_N]} + \frac{S_b}{2/e_m - 1} (T^+ + T^-) [(T^+)^2 + (T^-)^2] \quad (1.90)$$

où S_b la constante de Boltzmann.

Le modèle de zone cohésive utilisé dans les calculs est une loi triangle similaire à celle utilisée FIGURE 1.5.

Ce modèle est utilisé avec succès pour décrire l'endommagement et le délaminage dans un matériau composite de deux couches soumis à un chargement thermique. Une application au domaine aéronautique est également proposée.

Ce modèle est dans sa physique assez proche des modèles que nous avons en tête pour les applications de fissuration thermo-mécanique du béton ; il s'appuie cependant fortement sur un modèle de conductance au contact très orienté sur la notion de rugosité interfaciale, paramètre qu'il s'agit d'estimer expérimentalement ou de calibrer par des modélisations numériques aux échelles inférieures.

2.2.5 Le modèle de Moonen et al. [82]

Ce modèle met l'accent sur une description détaillée des flux thermiques dans les zones de discontinuités en milieu hétérogène. Le flux transmis par différentes parties de la frontière Γ entre les deux milieux est pris en compte. Le modèle de zone cohésive est développé

à partir de la discrétisation de l'équation de la chaleur pour différentes positions de la fissure représentée par les bords Γ_d^- , Γ_d^+ et Γ_d (FIGURE 1.7 et 1.8).

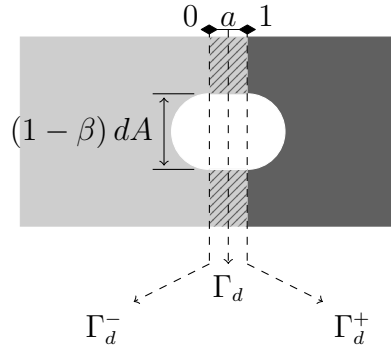


FIGURE 1.7 – Représentation des différentes frontières.

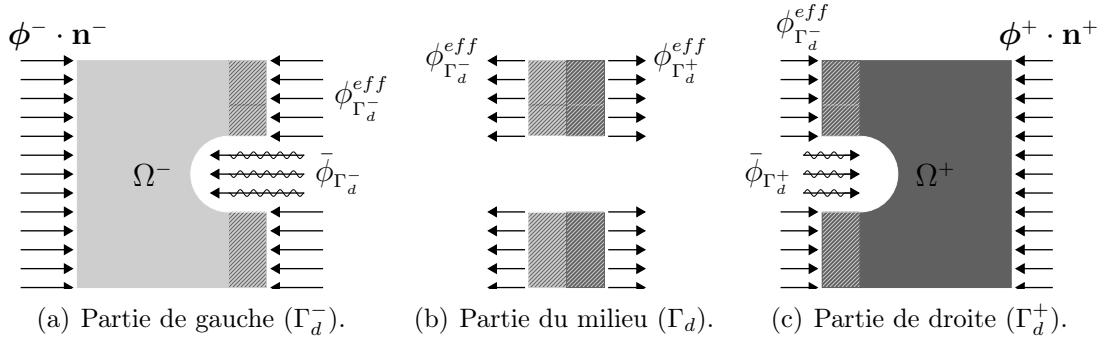


FIGURE 1.8 – Représentation détaillée des flux sur les frontières Γ_d^- , Γ_d et Γ_d^+

Pour une surface élémentaire dA de Γ_d^- avec une normale sortante \mathbf{n}^- , la conservation de l'énergie s'écrit :

$$\sum Q = 0 \Rightarrow \boldsymbol{\phi}^- \cdot \mathbf{n}^- dA + \phi_{\Gamma_d^-}^{eff} \beta dA + \bar{\phi}_{\Gamma_d^-} (1 - \beta) dA = 0 \quad (1.91)$$

avec Q le flux d'énergie à travers la surface dA , $\boldsymbol{\phi}^-$ le flux de chaleur dans Ω^- par l'interface Γ_d^- , $\phi_{\Gamma_d^-}^{eff}$ le flux de chaleur dans la partie saine de la zone cohésive (de surface βdA) entre Γ_d et Γ_d^- , $\bar{\phi}_{\Gamma_d^-}$ le flux de chaleur dans la partie endommagée de la zone cohésive (de surface $(1 - \beta) dA$) entre Γ_d et Γ_d^- . Ce dernier flux représente un flux d'évaporation à la surface de rupture.

Le flux de chaleur effectif $\phi_{\Gamma_d^-}^{eff}$ est décomposé en une partie proportionnelle au gradient de température, égale au flux continu dans Ω^- sur Γ_d^- et en une partie discrète proportionnelle à la différence de température entre Γ_d^- et Γ_d . Le terme $\phi_{\Gamma_d^-}^{eff}$ est :

$$\phi_{\Gamma_d^-}^{eff} = -\boldsymbol{\phi}^- \cdot \mathbf{n}^- + \gamma^{-1} a^{-1} K_{\Gamma_d^-} (T_{\Gamma_d} - T_{\Gamma_d^-}) \quad (1.92)$$

où le signe négatif devant le flux de chaleur indique un terme de puit, la quantité γ vient de l'analyse dimensionnelle et est égale à un mètre. La variable a , comprise entre 0 et 1, indique la position relative de l'interface matérielle avec la zone cohésive. Pour $a \rightarrow 0$, Γ_d coïncide avec Γ_d^- et pour $a \rightarrow 1$, l'interface matérielle coïncide avec Γ_d^+ . La valeur par défaut est médiane $a = 0.5$. Physiquement, a définit la contribution relative de chacun des matériaux partageant l'interface matérielle et le comportement matériel à l'interface de la zone cohésive. T_{Γ_d} et $T_{\Gamma_d^-}$ sont les températures sur Γ_d et Γ_d^- respectivement. $K_{\Gamma_d^-} = \mathbf{n}^- \cdot \mathbf{K}_{\Omega^-} \cdot \mathbf{n}^-$ est la conduction discrète de la frontière matérielle, i.e. la projection de la conductivité sur l'interface Γ_d^- . Une expression de $K_{\Gamma_d^-}$ est déterminée par des moyens expérimentaux ou remontée depuis de plus petites échelles pour lesquelles la dégradation de la zone cohésive est connue en détails.

Deux flux sont définis par [82] :

$$\boldsymbol{\phi}^- \cdot \mathbf{n}^- = \beta \left(\boldsymbol{\phi}^- \cdot \mathbf{n}^- + \gamma^{-1} a^{-1} K_{\Gamma_d^-} \left(T_{\Gamma_d^-} - T_{\Gamma_d} \right) \right) - (1 - \beta) \bar{\phi}_{\Gamma_d^-} \quad (1.93)$$

$$\boldsymbol{\phi}^+ \cdot \mathbf{n}^+ = \beta \left(\boldsymbol{\phi}^+ \cdot \mathbf{n}^+ + \gamma^{-1} (1 - a)^{-1} K_{\Gamma_d^+} \left(T_{\Gamma_d^+} - T_{\Gamma_d} \right) \right) - (1 - \beta) \bar{\phi}_{\Gamma_d^-} \quad (1.94)$$

La conservation de l'énergie pour la partie intacte du matériau d'interface Γ_d est :

$$\phi_{\Gamma_d^-}^{eff} + \phi_{\Gamma_d^+}^{eff} = 0 \quad (1.95)$$

L'équation (1.95) permet de déterminer la température d'interface T_{Γ_d} en y incorporant l'expression (1.92) et une expression équivalente pour $\phi_{\Gamma_d^+}^{eff}$:

$$\left(\boldsymbol{\phi}^- \cdot \mathbf{n}^- + \gamma^{-1} a^{-1} K_{\Gamma_d^-} \left(T_{\Gamma_d^-} - T_{\Gamma_d} \right) \right) + \left(\boldsymbol{\phi}^+ \cdot \mathbf{n}^+ + \gamma^{-1} (1 - a)^{-1} K_{\Gamma_d^+} \left(T_{\Gamma_d^+} - T_{\Gamma_d} \right) \right) = 0 \quad (1.96)$$

La détermination de $\boldsymbol{\phi}^- \cdot \mathbf{n}^-$ l'équation (1.93) et de $\boldsymbol{\phi}^+ \cdot \mathbf{n}^+$ par l'équation (1.94) fournit la température d'interface :

$$T_{\Gamma_d} = \frac{\gamma^{-1} \left(a^{-1} K_{\Gamma_d^-} T_{\Gamma_d^-} + (1 - a)^{-1} K_{\Gamma_d^+} T_{\Gamma_d^+} \right) - \bar{\phi}_{\Gamma_d}}{\gamma^{-1} \left(a^{-1} K_{\Gamma_d^-} + (1 - a)^{-1} K_{\Gamma_d^+} \right)} \quad (1.97)$$

où $\bar{\phi}_{\Gamma_d} = (1 - \beta) \left(\bar{\phi}_{\Gamma_d^-} + \bar{\phi}_{\Gamma_d^+} \right)$ est la quantité totale d'énergie échangée par la partie endommagée. La fissure n'occupe qu'une fraction $(1 - \beta)$ de la surface élémentaire dA de la zone cohésive. $\bar{\phi}_{\Gamma_d}$ est positif si l'énergie est transférée de la fissure au milieu. Ce qui amène à l'expression suivante de la conservation de l'énergie sur le volume élémentaire représentatif :

$$\boldsymbol{\phi}^- \cdot \mathbf{n}^- + \boldsymbol{\phi}^+ \cdot \mathbf{n}^+ + \bar{\phi}_{\Gamma_d} = 0 \quad (1.98)$$

- Cas d'une fissure isolée ou d'une cavité

Dans le cas d'une fissure isolée ou d'une cavité, il n'y a pas de sources externes. Le flux de la partie endommagée de Γ_d^- doit être égal au flux Γ_d^+ de cette cavité : $\bar{\phi}_{\Gamma_d^-} = -\bar{\phi}_{\Gamma_d^+}$. Le flux thermique dans la partie dégradée vaut :

$$-(1 - \beta) \boldsymbol{\phi} \cdot \mathbf{n} = \beta \gamma^{-1} K_{\Gamma_d} [T] + (1 - \beta) \bar{\phi}_{\Gamma_d^-} \quad (1.99)$$

Cette dernière équation montre qu'un saut de température ne peut pas être présent s'il n'y a pas d'endommagement ($\beta = 1$).

- Cas d'une fissuration adiabatique

En l'absence d'échange entre le milieu matériel et la fissure, $\bar{\phi}_{\Gamma_d^-} = \bar{\phi}_{\Gamma_d^+} = 0$:

$$-(1 - \beta) \boldsymbol{\phi} \cdot \mathbf{n} = \beta \gamma^{-1} K_{\Gamma_d} [T] \quad (1.100)$$

En se concentrant sur la zone cohésive en front de fissure (où le transport thermique convectif est supposé non prédominant), deux types de transferts thermiques sont considérés par [82] : la conduction et la radiation. Pour de nombreux matériaux, la présence de micro-fissures joue le rôle de résistance thermique. Comme la résistance thermique augmente avec la distance, le transfert par conduction intervient préférentiellement le long d'une micro-fissure. Dans les micro-cavités, la capacité du fluide est négligée :

$$\bar{\phi}_{\Gamma_d} = h_{\Gamma_d} (T_{\Gamma_d^-} - T_{\Gamma_d^+}) \quad \text{avec} \quad h_{\Gamma_d} = \frac{\lambda Nu}{[u_N]} + \frac{S_b F_T}{\frac{1}{e_{\Gamma_d^-}} + \frac{1}{e_{\Gamma_d^+}} - 1} \quad (1.101)$$

Le premier terme associé à h_{Γ_d} correspond au type transport (convectif ou conductif). Le second terme correspond quant à lui au transport par radiation entre les deux surfaces parallèles. Nu est le nombre de Nusselt, sans dimension, il décrit la proportion entre les transports convectif et conductif du flux de chaleur, $[u_N]$ correspond ici à la dimension de la micro-cavité dans la direction normale à la discontinuité, S_b la constante de Stefan-Boltzman ($S_b = 56710^{-10} W.m^{-2}K^4$), $e_{\Gamma_d^-}$ et $e_{\Gamma_d^+}$ sont les facteurs d'émissivité des lèvres de la fissures et F_T est le facteur de température donné par :

$$F_T \approx \frac{4}{100} \left(\frac{T_m}{100} \right)^3 \quad (1.102)$$

avec $T_m = 1/2 (T_{\Gamma_d^-} + T_{\Gamma_d^+})$. Dans le cas de la refermeture de la fissure, la conductance effective doit être bornée :

$$\frac{1}{h_{\Gamma_d}} = \max \left(\frac{1}{h_{\Gamma_d}^{contact}}, \frac{1}{h_{\Gamma_d}} \right) \quad (1.103)$$

où $h_{\Gamma_d}^{contact}$ est la conductance thermique résiduelle lors de la fermeture de la fissure ($[u_N] = 0$). Si la fissure se referme, la résistance thermique diminue jusqu'à une valeur $1/h_{\Gamma_d}^{contact}$. La résistance de contact est définie par la relation :

$$\frac{1}{h_{\Gamma_d}^{contact}} = \min \left(\frac{1}{h_{\Gamma_d}^{histoire}}, \frac{1}{h_{\Gamma_d}^{contact, \omega=1}} \right) \quad (1.104)$$

avec $h_{\Gamma_d}^{histoire}$ la conductance thermique effective minimale déjà atteinte et $h_{\Gamma_d}^{contact, \omega=1}$ la conductance de contact pour une interface complètement endommagée.

Ce modèle permet d'envisager de nombreux phénomènes thermiques dans la fissure ainsi que lors du comportement post-rupture. La température dans la fissure, i.e. sur la frontière Γ_d , est également fournie.

Le modèle de zone cohésive utilisé ici est également une loi triangle. Les auteurs proposent une utilisation du modèle sur des essais unitaires dans un milieu poreux. Les résultats sont très concluants. La physique modélisée est fine mais n'inclut pas de frottement sur les lèvres post-rupture.

2.2.6 Conclusion

Les différents modèles proposés dans la littérature reposent pour la majorité sur la définition d'un transport thermique entre les lèvres de la fissure. La connaissance de la variable interne d'endommagement surfacique conditionne les différents modes de transports (conductif dans la matière encore saine en pointe de fissure ou dans le fluide interstitiel s'il est présent en aval de la pointe de fissure). La physique considérée dépend fortement de l'utilisation visée du modèle.

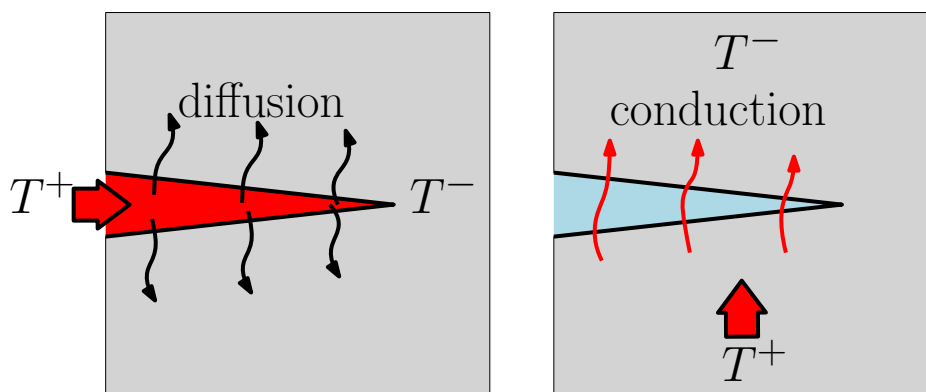


FIGURE 1.9 – Deux rôles distincts pour un fluide interstitiel dans la fissure : à gauche, le fluide apporte de la chaleur (ou en évacue) qui diffuse dans le volume ; à droite, la chaleur arrive d'un côté de la fissure et le fluide conduit la chaleur de l'autre côté de la fissure.

En particulier, le modèle thermique de la zone cohésive est conditionné par le rôle que l'on souhaite faire jouer au potentiel fluide interstitiel dans la fissure. Comme illustré sur la FIGURE 1.9, on peut envisager un fluide qui apporte de la chaleur (ou l'évacue) au solide environnant : le rôle thermique de la zone cohésive est alors essentiellement celui de diffuser un champ thermique surfacique vers (de) un champ thermique volumique. Mais on peut également envisager — ce qui est le cadre de cette étude — que la chaleur arrive d'un côté de la fissure et que la zone cohésive a pour objectif thermique de conduire cette chaleur de l'autre côté de la fissure. Dans ce dernier cas, une fissure établie sans fluide interstitiel doit jouer le rôle d'un isolant partiel ou total : une barrière thermique.

Pour cet objectif, les récents modèles de Rakotomalala et al [105] et Moonen et al [82] sont de bons candidats. Nous visons cependant à les enrichir par un modèle de zone cohésive mécanique frottante tel que défini à la section 2.1 et par une approximation du gradient thermique de type loi d'échelle avec dépendance de la longueur caractéristique au taux d'endommagement surfacique.

2.3 Un modèle thermo-cohésif frottant

Le modèle proposé repose sur un modèle de zone cohésive frottante au travers de laquelle le flux thermique est modifié. La FIGURE 1.10 présente la modélisation visée. On associe au modèle cohésif une épaisseur caractéristique e et on décompose la zone cohésive en pointe de fissure en une partie saine S_β et une partie endommagée $S_{1-\beta}$. Les températures sur les lèvres de la fissure sont T^- et T^+ .

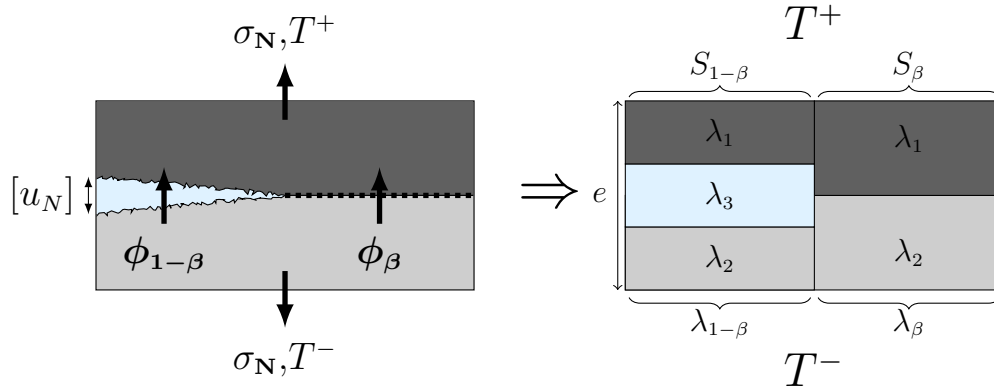


FIGURE 1.10 – Modèle de zone cohésive thermique : partition en une partie saine ($\lambda_\beta, \phi_\beta$) et en une partie endommagée ($\lambda_{1-\beta}, \phi_{1-\beta}$).

Nous supposons que la loi de Fourier isotrope s'applique dans la zone cohésive :

$$\phi_{CZM} = -\lambda_{CZM} \nabla T \quad (1.105)$$

et que le flux thermique total est l'addition d'un flux associé à la parties saine et d'un flux associé à la partie endommagée :

$$\phi_{CZM} = -(\beta\lambda_\beta + (1-\beta)\lambda_{1-\beta}) \nabla T = \underbrace{(-\beta\lambda_\beta \nabla T)}_{\phi_\beta} + \underbrace{(-(1-\beta)\lambda_{1-\beta} \nabla T)}_{\phi_{1-\beta}} \quad (1.106)$$

Les conductivités λ_β et $\lambda_{1-\beta}$ associées aux flux ϕ_β et $\phi_{1-\beta}$ sont définies à partir des conductivités des milieux considérés dans une géométrie laminée : $\lambda_1-\lambda_2$ pour la zone saine et $\lambda_1-\lambda_3-\lambda_2$ pour la zone endommagée. La conductivité λ_3 peut être celle d'un fluide interstitiel si nécessaire.

Conductivité équivalente de l'interface saine : λ_β

De la même manière que les travaux bibliographiques évoqués dans ce chapitre à la section 2.2, la conductivité de la partie saine λ_β est prise égale à celle d'un milieu laminé $\lambda_1-\lambda_2$ à deux couches de même épaisseur. En suivant (1.79), on a :

$$\lambda_\beta = 2\lambda_{eq} = \frac{2\lambda_1\lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} \quad (1.107)$$

2. MODÈLES DE ZONE COHÉSIVE THERMO-MÉCANIQUE

où le pré-facteur 2 permet d'avoir $\lambda_\beta = \lambda_1 = \lambda_2$ dans le cas d'un milieu homogène.

Conductivité équivalente de l'interface endommagée $\lambda_{1-\beta}$

La FIGURE 1.11 représente la partie endommagée de la zone cohésive. Celle-ci est composée de trois milieux d'une conductivité λ_i et d'une épaisseur e_i pour le milieu i . La surface est supposée identique pour tous les milieux et $e = \sum_i e_i$.

Dans le cas d'une interface ouverte, $[u_N] > 0$, la loi de Fourier

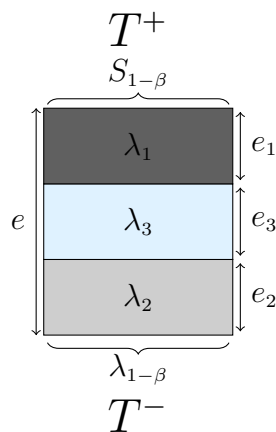


FIGURE 1.11 – Partie endommagée : représentation des trois milieux en série de conductivités λ_1 , λ_2 et λ_3 .

$$(T^+ - T^-) = \left(\frac{e_1}{\lambda_1 S_{1-\beta}} + \frac{e_3}{\lambda_3 S_{1-\beta}} + \frac{e_2}{\lambda_2 S_{1-\beta}} \right) \phi_{1-\beta} \cdot \mathbf{n} \quad (1.108)$$

se résume, dans le cas de milieux d'épaisseurs identiques, à :

$$(T^+ - T^-) = \frac{e}{S_{1-\beta} \lambda_{1-\beta}} \phi_{1-\beta} \cdot \mathbf{n} \quad \text{avec} \quad \lambda_{1-\beta} = \frac{3\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3}{\lambda_1 \lambda_2 + \lambda_1 \lambda_3 + \lambda_2 \lambda_3} \quad (1.109)$$

Dans le cas d'une interface fermée, $[u_N] \leq 0$, la conductivité associée à la partie endommagée devient celle associée au contact de deux milieux :

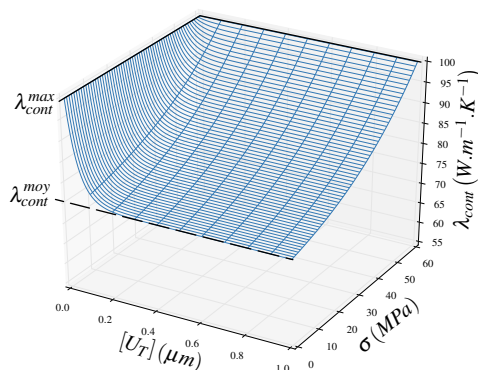
$$\lambda_{1-\beta} = \lambda_{cont}([\mathbf{u}_T], \underline{\boldsymbol{\sigma}}) \quad (1.110)$$

et dépend par le biais du saut de déplacement tangentiel $[\mathbf{u}_T]$ et de la contrainte locale de la physique que l'on souhaite modéliser. Plutôt que de définir explicitement cette dépendance ou de s'appuyer sur des modèles de rugosité pré-existants tels que ceux évoqués précédemment à la section 2.2, le choix est fait ici de proposer des tendances de modélisation selon les échelles d'observation retenues. Ces tendances vérifient :

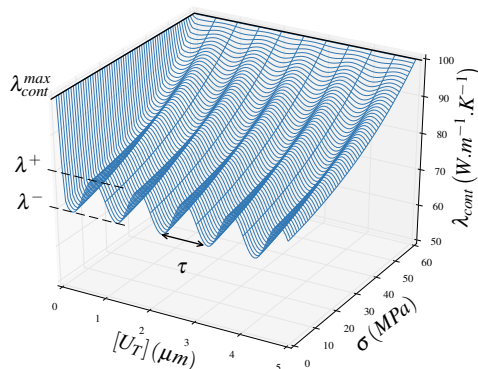
- sans glissement ($[\mathbf{u}_T] = \mathbf{0}$), le recollement entre les deux surfaces est parfait, la conductivité est λ_{cont}^{max} et ne dépend pas de la contrainte appliquée,

- en glissement sans pression ($[\mathbf{u}_T] > \mathbf{0}$ et $R_N = 0$), la conductivité diminue progressivement jusqu'à une valeur minimale,
- en glissement avec pression ($[\mathbf{u}_T] > \mathbf{0}$ et $R_N > 0$), la conductivité augmente jusqu'à λ_{cont}^{max} .

Les FIGURES 1.12(a) et 1.12(b) indiquent deux choix de modélisation possible, à deux échelles différentes : à une échelle bien supérieure à celle d'une collection de rugosités locales (échelle macroscopique) et à l'échelle de quelques rugosités locales (échelle microscopique). Pour ces illustrations, les hypothèses suivantes ont été retenues choisies :



(a) Conductivité de contact à l'échelle macroscopique



(b) Conductivité de contact à l'échelle microscopique : prise en compte de l'état de surface local

FIGURE 1.12 – Modèles possibles pour la conductivité de contact λ_{cont} à deux échelles d'observation distinctes.

$\lambda_{cont}^{max} = \frac{3}{4}\lambda_\beta$ et $\lambda_{cont}^{moy} = \frac{1}{4}\lambda_\beta$, les rugosités locales sont périodiques de période τ et conduc-

2. MODÈLES DE ZONE COHÉSIVE THERMO-MÉCANIQUE

tivité de contact oscille entre $\lambda^+ = \frac{1}{2}\lambda_\beta$ qui correspond à un emboîtement des aspérités et $\lambda^- = \frac{1}{100}\lambda_\beta$ qui représente le contact "pics-à-pics".

Finalement, la conductivité associée à la partie endommagée est :

$$\begin{cases} \lambda_{1-\beta} = \lambda_{cont}([\mathbf{u}_T], \underline{\boldsymbol{\sigma}}) & \text{si } [u_N] \leq 0 \\ \lambda_{1-\beta} = \lambda_{rup} = \frac{3\lambda_1\lambda_2\lambda_3}{\lambda_1\lambda_2 + \lambda_1\lambda_3 + \lambda_2\lambda_3} & \text{si } [u_N] > 0 \end{cases} \quad (1.111)$$

qui peut s'écrire :

$$\lambda_{1-\beta} = H_{[u_N]}\lambda_{cont}([\mathbf{u}_T], R_N) + (1 - H_{[u_N]})\lambda_{rup} \quad (1.112)$$

où $H_{[u_N]}$ est la fonction d'Heaviside :

$$H_{[u_N]} = \begin{cases} 1 & \text{si } [u_N] \leq 0 \\ 0 & \text{si } [u_N] > 0 \end{cases} \quad (1.113)$$

Flux équivalent à l'interface

Les zones saine et endommagée de l'interface sont supposées de même épaisseur :

$$(T^+ - T^-) = \frac{e}{S_\beta\lambda_\beta + S_{1-\beta}\lambda_{1-\beta}}\phi_{CZM} \quad (1.114)$$

et, avec $S_\beta = \beta$ et $S_{1-\beta} = 1 - \beta$, le flux thermique s'exprime par :

$$\phi_{CZM} = \lambda_{CZM} \frac{(T^+ - T^-)}{e} \mathbf{n} \quad \text{avec} \quad \lambda_{CZM} = \beta\lambda_\beta + (1 - \beta)\lambda_{1-\beta} \quad (1.115)$$

Cette forme de modèle thermo-cohésif repose sur :

- l'état mécanique de la zone cohésive : endommagement surfacique β , contrainte normale R_N , saut de déplacement normal $[u_N]$ et tangentiel $[\mathbf{u}_T]$,
- la connaissance des conductivités des deux milieux en vis-à-vis λ_1 et λ_2 et de celle de l'éventuel fluide interstitiel dans la fissure λ_3 ,
- l'estimation du gradient thermique à travers la zone cohésive via une loi d'échelle $\frac{(T^+ - T^-)}{e}$ faisant intervenir une longueur caractéristique e .

Concernant cette longueur caractéristique e , deux situations simples peuvent être envisagées :

1. La longueur caractéristique est fixée $e = e_{ref}$ et à mesure que l'endommagement se développe, les épaisseurs "solides" e_1 et e_2 diminuent au profit de l'épaisseur interstitielle e_3 en conservant $e_{ref} = e_1 + e_3 + e_2$. On peut alors imaginer un modèle simple dans lequel
 - pour une interface saine $\beta = 1$: $e_1 = e_3 = e_2 = e_{ref}/3$,
 - pour une interface rompue $\beta = 0$: $e_1 = e_2 = 0$ et $e_3 = e_{ref}$;
ce qui pourrait donner

$$e_1 = e_2 = (e_{ref}/3)\beta \quad \text{et} \quad e_3 = (e_{ref}/3)(1 - \beta)$$

et la conductivité endommagée en traction dépendrait alors de la variable d'endommagement

$$\lambda_{rup}(\beta) = \frac{3\lambda_1\lambda_2\lambda_3}{(1-\beta)\lambda_1\lambda_2 + \beta\lambda_1\lambda_3 + \beta\lambda_2\lambda_3}$$

2. Les épaisseurs "solides" e_1 et e_2 sont fixes et l'épaisseur interstitielle e_3 augmente avec l'endommagement surfacique de sorte que e croît à mesure que l'endommagement se développe. Une dépendance simple

$$e(\beta) = (1-\beta)e_{ref}$$

peut alors être envisagée.

Cette dernière solution nous semble être plus adaptée dans la mesure où la matière associée aux épaisseurs e_1 et e_2 ne disparaît pas avec la fissuration progressive.

Par ailleurs, un tel modèle ayant pour objectif d'être implémenté dans une formulation surfacique-volumique, on s'attend à ce que la longueur caractéristique e_{ref} dépende de la taille de maille locale l_c des éléments finis adjacents à la zone cohésive. Une simple règle de proportionnalité est envisagée : $e_{ref} = \gamma l_c$ avec $\gamma > 0$. En combinant ces deux dépendances, nous proposons

$$e(\beta) = \gamma l_c [(1-\zeta) + \zeta(1-\beta)] \quad \text{où } \gamma > 0, \quad \zeta \in [0,1] \quad (1.116)$$

Le modèle final de flux thermique s'écrit

$$\phi_{CZM} = \frac{(T^+ - T^-)}{\gamma l_c [(1-\zeta) + \zeta(1-\beta)]} \left(\beta \frac{2\lambda_1\lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} + (1-\beta) \left[H_{[u_N]} \lambda_{cont} ([\mathbf{u}_T], R_N) + (1 - H_{[u_N]}) \frac{3\lambda_1\lambda_2\lambda_3}{\lambda_1\lambda_2 + \lambda_1\lambda_3 + \lambda_2\lambda_3} \right] \right) \mathbf{n} \quad (1.117)$$

Une analyse de l'influence des paramètres γ et ζ est proposée dans la partie 3.4 du chapitre 2.

3 Conclusion

Ce chapitre a présenté une stratégie de modélisation numérique étagée pour un problème de thermo-mécanique à discontinuités incluant un endommagement surfacique par zones thermo-cohésives frottantes et thermiquement conductrices. Une bibliographie sur les modèles de zones cohésives thermiques et la méthodologie aux Éléments Finis cohésive-volumique développée au laboratoire MIST et au LMGC a permis de proposer un nouveau modèle thermo-cohésif principalement dédié à la fissuration thermo-mécanique des milieux hétérogènes dont les équations principales sont rappelées dans la TABLE 1.2.

Les paramètres de ce modèle sont :

- pour la discrétisation locale
 - une longueur caractéristique de maille $l_c > 0$,

3. CONCLUSION

TABLE 1.2 – Synthèse du modèle thermo-cohésif frottant

<p>[Découpage normal-tangent]</p> $\mathbf{R} = R_N \mathbf{n} + \mathbf{R}_T, \quad \mathbf{R}^{coh} = R_N^{coh} \mathbf{n} + \mathbf{R}_T^{coh}, \quad [\mathbf{u}] = [u_N] \mathbf{n} + [\mathbf{u}_T]$
<p>[Conditions de Signorini-Coulomb avec cohésion]</p> $0 \leq \overline{R_N} \perp [u_N] \geq 0 \quad \text{et} \quad \begin{cases} \ \overline{\mathbf{R}_T}\ < \mu \overline{R_N} \Rightarrow [\dot{\mathbf{u}}_T] = 0 \\ \ \overline{\mathbf{R}_T}\ = \mu \overline{R_N} \Rightarrow \exists \lambda > 0, [\dot{\mathbf{u}}_T] = -\lambda \overline{\mathbf{R}_T} \end{cases}$ <p>où $\begin{cases} \overline{R_N} = R_N + R_N^{coh} \\ \overline{\mathbf{R}_T} = \mathbf{R}_T + \mathbf{R}_T^{coh} \end{cases} \quad \text{et} \quad \mathbf{R}^{coh} = \begin{cases} \underline{\mathbf{K}}(\beta) \cdot [\mathbf{u}] & \text{si } \beta > 0 \text{ ou } [u_N] = 0 \\ \underline{\mathbf{K}}(\beta) \cdot [\mathbf{u}] - p \cdot \mathbf{n} & \text{sinon} \end{cases}$</p>
<p>[Modèle d'endommagement surfacique]</p> $\underline{\mathbf{K}}(\beta) = \beta \left(C_N \mathbf{n} \otimes \mathbf{n} + C_T \frac{[\mathbf{u}_T] \otimes [\mathbf{u}_T]}{\ [\mathbf{u}_T]\ ^2} \right), \quad \beta = \min \left(\tilde{\beta}(\ [\mathbf{u}]\), \tilde{\beta}(\ [u_{max}]\) \right)$ <p>et $\tilde{\beta}(x) = \begin{cases} \beta_0 & \text{si } x \leq \delta_0 \\ 0 & \text{si } x \geq \delta_c \\ \frac{\beta_0(\delta_c - x)}{\delta_c - 2\delta_0 + x} & \text{sinon} \end{cases} \quad \text{où} \quad \begin{cases} \delta_0 = \sqrt{\frac{w}{(9 - 4 \ln 4) \left(\frac{1}{C_N} + \frac{1}{C_T} \right)}} \\ \delta_c = 3\delta_0 \end{cases}$</p>
<p>[Modèle de conduction surfacique]</p> $\phi_{CZM} = (\beta \lambda_\beta + (1 - \beta) \lambda_{1-\beta}) \frac{(T^+ - T^-)}{e} \mathbf{n} \quad \text{avec} \quad e = \gamma l_c [(1 - \zeta) + \zeta(1 - \beta)]$ <p>et $\lambda_\beta = \frac{2\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2}, \quad \lambda_{1-\beta} = \left[H_{[u_N]} \lambda_{cont}([\mathbf{u}_T], R_N) + (1 - H_{[u_N]}) \frac{3\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3}{\lambda_1 \lambda_2 + \lambda_1 \lambda_3 + \lambda_2 \lambda_3} \right]$</p>

- pour la partie mécanique
 - des raideurs cohésives normale et tangentielle $C_N > 0$ et $C_T > 0$,
 - une énergie de rupture $w > 0$,
 - un saut de déplacement critique d'amorçage de la fissuration $\delta_0 > 0$,
 - un niveau initial d'endommagement surfacique $0 \leq \beta_0 \leq 1$,
 - un coefficient de frottement $\mu > 0$
 - une pression de fluide interstitiel si nécessaire $p \leq 0$,
- pour la partie thermique
 - des coefficients de conduction de part et d'autre de la fissure $\lambda_1 > 0$ et $\lambda_2 > 0$,
 - une coefficient de conduction du fluide interstitiel $\lambda_3 > 0$,
 - un modèle de conduction de contact laissé au choix de l'utilisateur λ_{cont} ,
 - un coefficient de correction de gradient $\gamma > 0$,
 - un paramètre d'effet d'ouverture sur le gradient ζ .

Une attention particulière a été portée à la définition du flux thermique aux interfaces endommagées et cette dernière incorpore une longueur caractéristique discutée à la section

3.4 du chapitre 2.

Le traitement numérique du problème de contact mécanique et de la gestion des interfaces thermiques est détaillé dans la partie suivante.

Chapitre 2

Traitement numérique du contact thermo-cohésif

Suite au positionnement du problème présenté dans le premier chapitre, le traitement numérique de la résolution thermo-mécanique est abordée ici. Une attention particulière est portée à la résolution des modèles de zones cohésives. La résolution du problème mécanique discontinu repose sur l'approche de la dynamique non régulière du contact (Non-Smooth Contact Dynamics, NSCD) qui sera décrite dans la section 1. Le problème discontinu thermique est résolu par une méthode Éléments Finis présentée dans la section 2. Le couplage thermo-mécanique est pris en compte au travers de la variable d'endommagement mécanique. La troisième partie de ce chapitre présente la validation et l'application sur des tests élémentaires de la méthode développée. Les différents paramètres associés à la définition du modèle de zones cohésives thermo-mécanique sont discutés. Plusieurs essais sur un matériau hétérogène permettent de mettre en avant les principaux phénomènes à l'origine de l'initiation et de la propagation de fissures sous un chargement thermique. On envisage également la présence d'une pré-dégradation afin de modéliser les conséquences du vieillissement dans un milieu cimentaire.

1 Méthode de la dynamique non régulière des contacts

La mécanique non régulière propose un formalisme adapté aux problèmes de contact frottant en dynamique [63].

La méthode de la dynamique non régulière du contact permet de résoudre ces problèmes. Elle permet d'introduire une physique plus ou moins fine au niveau du contact à l'aide d'une loi de comportement surfacique. Le comportement surfacique le plus couramment décrit est le contact unilatéral avec frottement de Coulomb. Par un simple changement de variable la méthode de la dynamique non régulière du contact est applicable aux modèles de zones cohésives [63].

La résolution par l'approche NSCD s'appuie sur trois points :

- la gestion du contact : ceci nécessite la recherche de points en contact potentiel (voir partie 1.1 et partie 1.2) et la définition d'un modèle de comportement permettant

de relier la force d'interaction aux informations cinématiques (distance, vitesse relative, etc.). Le cas classique est le contact unilatéral de Signorini avec frottement de Coulomb (voir 2.1 du chapitre 1).

- une forme discrétisée en espace et en temps de l'équation de la dynamique.
- une méthode numérique de résolution (dans la mesure où on utilise une description implicite du contact). Ici la résolution est menée en condensant l'équation de la dynamique au contact en s'appuyant sur les matrices de passage entre inconnues locales (au contact) et globales (degrés de libertés de la structure) (voir partie 1.3).

1.1 Contact entre deux corps maillés

Le contact entre deux corps maillés est défini par un ensemble de couples de points candidats et antagonistes. La FIGURE 2.1 représente une configuration envisagée. Un point du corps candidat représenté par le point P est supposé entrer en contact avec le corps antagoniste, ici sur l'arête définie par les points A et B . Un vecteur normal \mathbf{n} orthogonal à la frontière du corps antagoniste et dirigé du corps antagoniste vers le corps candidat est associé au point P . Le point matériel P' sur le bord du corps antagoniste est défini tel que le vecteur $\vec{P'P}$ soit colinéaire au vecteur \mathbf{n} . Une base orthogonale associée à ce contact est alors construite avec les vecteurs unitaires \mathbf{t} et \mathbf{s} (en 3D).

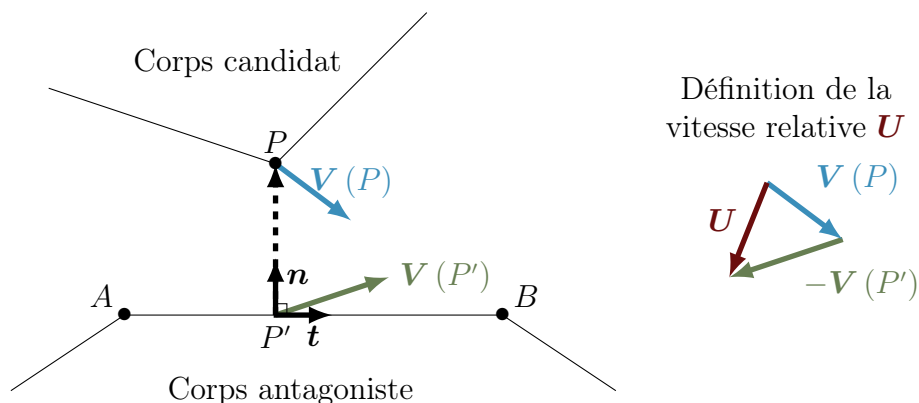


FIGURE 2.1 – Contact entre le corps candidat et le corps antagoniste. Définition géométrique de la vitesse relative.

La vitesse du point matériel P est $\mathbf{V}(P)$ et la vitesse du point matériel P' est $\mathbf{V}(P')$. La vitesse relative \mathbf{U} entre les deux corps est définie par $\mathbf{U} = \mathbf{V}(P) - \mathbf{V}(P')$. Les composantes de ce vecteur dans la base locale sont $\mathbf{U} = (U_N, U_T)$.

On considère comme inconnue duale à \mathbf{U} la force de réaction \mathbf{R} qu'applique le corps antagoniste sur le corps candidat. Le corps antagoniste subit $-\mathbf{R}$. Dans la base locale, on a : $\mathbf{R} = (R_N, R_T)$. Pour ce contact, le saut de déplacement, noté g , est défini par la distance signée entre les points P et P' .

Cette situation est généralisable à l'ensemble des contacts pour un problème multi-corps. Le nombre total de contacts est noté χ .

1.2 Relations entre inconnues locales et globales

Une relation linéaire $\underline{\mathbf{G}}^a(\mathbf{q})$ est introduite pour le contact a entre la vitesse relative au contact \mathbf{U}^a et la vitesse des degrés de liberté du système $\dot{\mathbf{q}}(t)$:

$$\mathbf{U}^a = \underline{\mathbf{G}}^a(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \quad (2.1)$$

On peut appliquer cette approche au cas précédent du contact entre deux objets maillés (Figure 2.2), où P est un nœud candidat et P' le point antagoniste sur le bord d'une maille dont les extrémités sont A et B . La vitesse du point P' est : $\mathbf{V}(P') = (\bar{A}P'/\bar{A}B) \mathbf{V}(B) + (\bar{P}'B/\bar{A}B) \mathbf{V}(A)$.

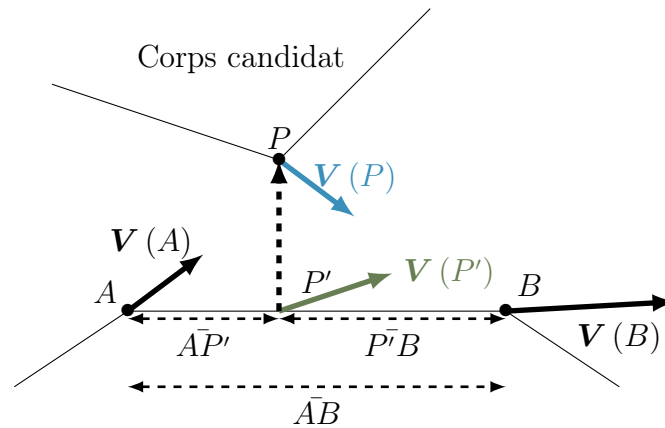


FIGURE 2.2 – Calcul de la vitesse du point P' .

L'équation (2.1) pour le cas du contact entre le point P et P' aura la forme (car le repère local est aligné sur le repère global) :

$$\mathbf{U} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -\frac{P'B}{AB} & -\frac{AP'}{AB} \end{pmatrix}}_{\underline{\mathbf{G}}(\mathbf{q})} \underbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{V}(P) \\ \mathbf{V}(A) \\ \mathbf{V}(B) \end{pmatrix}}_{\dot{\mathbf{q}}} \quad (2.2)$$

L'équation (2.1) doit être vue comme une transformation du système global (vecteur des vitesses $\dot{\mathbf{q}}$) à un système local (vitesse relative au contact \mathbf{U}).

D'une manière analogue, on peut évaluer la contribution à la résultante des forces de contact ($\Delta \mathbf{r}$) due au contact a (\mathbf{R}^a). En se servant du fait que la puissance d'un effort de contact a est indépendante du repère dans lequel forces et vitesses sont exprimées, on obtient :

$$\forall \dot{\mathbf{q}}, {}^T(\underline{\mathbf{G}}^a(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}}) \mathbf{R}^a = {}^T \dot{\mathbf{q}}^T \underline{\mathbf{G}}^a(\mathbf{q}) \mathbf{R}^a = {}^T \dot{\mathbf{q}} \Delta \mathbf{r} \quad (2.3)$$

En résumé on a :

$$\mathbf{U}^a = \underline{\mathbf{G}}^a(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}}, \Delta \mathbf{r} = \underline{\mathbf{H}}^a(\mathbf{q}) \mathbf{R}^a \quad (2.4)$$

avec $\underline{\mathbf{H}}^a(\mathbf{q}) = {}^T \underline{\mathbf{G}}^a(\mathbf{q})$ la transposée de $\underline{\mathbf{G}}^a(\mathbf{q})$.

Une formule relie la dérivée temporelle de l'ouverture g à la vitesse relative normale U_N :

$$\dot{g} = U_N. \quad (2.5)$$

Le passage entre les différentes échelles est illustré par la FIGURE 2.3.

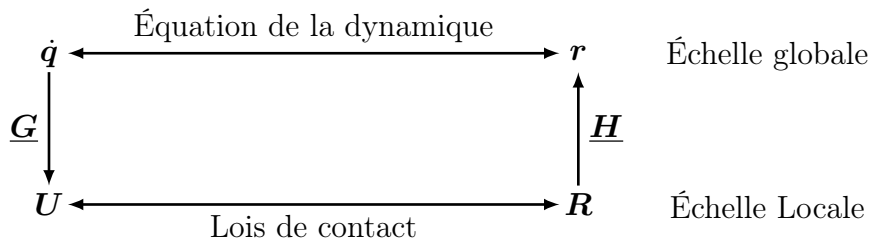


FIGURE 2.3 – Dialogue entre les échelles locale et globale.

La résolution du problème mécanique avec contact comporte :

- une échelle globale avec la résolution de l'équation de la dynamique (1.52),
- un dialogue entre deux échelles (par les matrices $\underline{\mathbf{G}}$ et $\underline{\mathbf{H}}$),
- la résolution de problèmes locaux (de contact présenté dans 2.1 du chapitre 1, de zone cohésive dans 1.4),
- la résolution de l'ensemble des problèmes de contacts (voir 1.3).

La forme discrète de l'équation (2.4) est :

$$\mathbf{U}^a(n+1) = \underline{\mathbf{G}}^a(\hat{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}}(n+1), \quad \Delta \mathbf{r}(n+1) = \underline{\mathbf{H}}^a(\hat{\mathbf{q}}) \mathbf{R}^a(n+1). \quad (2.6)$$

La configuration $\hat{\mathbf{q}}$ est utilisée pour la détection du contact (calcul de distance, de repère local, etc). Usuellement la longueur $\Delta t \mathbf{U}^a(n+1)$ est petite devant le rayon de courbure des corps en contact et la configuration de détection est fixée sur le pas de temps. La configuration de détection sur l'incrément $[t_n, t_{n+1}]$ est $\hat{\mathbf{q}} = \mathbf{q}_n + (1 - \theta) \Delta t \dot{\mathbf{q}}_n$. Sur $[t_{n+1}, t_{n+2}]$ ça sera $\mathbf{q}_{n+1} + (1 - \theta) \Delta t \dot{\mathbf{q}}_{n+1}$. Dans ce cas on constate que $\hat{\mathbf{q}}_{n+1} = \hat{\mathbf{q}}_n + \Delta t \dot{\mathbf{q}}_{n+1}$.

En s'appuyant sur (2.5) on obtient la relation :

$$g^a(n+1) = g^a(n) + \Delta t U_N^a(n+1) \quad (2.7)$$

Dans la suite la référence à $\hat{\mathbf{q}}$ sera omise.

1.3 Résolution du problème de contacts

Dans la résolution du système multi-contacts, chaque contact peut dépendre de l'état d'autres contacts présents dans le système. La FIGURE 2.4 illustre la répartition des points de contact dans une approche volumique-surfacique 2D. Dans l'exemple considéré, pour représenter un milieu continu fissurable quatre corps déformables sont reliés entre eux par deux points de contact sur chaque arête commune. Huit contacts sont ainsi introduits et sont interdépendants.

L'équation de la dynamique (1.57) est condensée au contact pour faire apparaître les variables locales : la vitesse relative $\mathbf{U}(n+1)$ et l'impulsion de contact $\mathbf{I}(n+1)$.

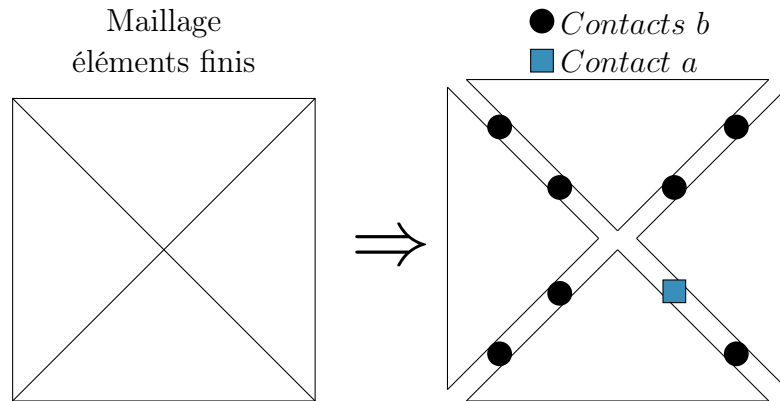


FIGURE 2.4 – Insertion dans un maillage éléments finis de lois de contact entre les éléments.

L'équation de la dynamique pour le contact a s'écrit :

$$\mathbf{U}^a(n+1) = \mathbf{U}_{free}^a + \sum_b \mathbf{W}^{ab} \mathbf{I}^b(n+1), \quad (2.8)$$

où \mathbf{U}_{free}^a est la vitesse relative libre au contact a : $\mathbf{U}_{free}^a = \mathbf{G}^a \mathbf{v}_{free}$ et \mathbf{W} est la matrice de Delassus :

$$\mathbf{W}^{ab} = \mathbf{G}^a \tilde{\mathbf{M}}^{-1} \mathbf{H}^b$$

Si on suppose que les valeurs de $\mathbf{I}^b(n+1)$ sont connues, l'équation (2.8) devient une relation linéaire entre \mathbf{U}^a et \mathbf{I}^a :

$$\mathbf{U}^a(n+1) = \mathbf{U}_{loc\ free}^a + \underbrace{\mathbf{W}^{aa} \mathbf{I}^a(n+1)}_{\text{effet du contact } a \text{ sur lui même}}, \quad (2.9)$$

avec :

$$\mathbf{U}_{loc\ free}^a = \underbrace{\mathbf{U}_{free}^a}_{\text{effet des contributions connues sur } a} + \underbrace{\sum_{b \neq a} \mathbf{W}^{ab} \mathbf{I}^b(n+1)}_{\text{effet des autres contacts sur } a}. \quad (2.10)$$

Afin de pouvoir résoudre le problème de Signorini (1.58) qui est écrit en "distance" et non en "vitesse relative normale" on peut grâce à la relation (2.7) introduire un changement de variable dans (2.9). Les variables pour le contact a sont alors :

$$\bar{\mathbf{U}} = \begin{cases} \bar{U}_N = \frac{1}{\Delta t} g^a(n+1) \\ \bar{U}_T = \mathbf{U}_T^a(n+1) \end{cases}, \quad \bar{\mathbf{I}} = \mathbf{I}^a(n+1),$$

et :

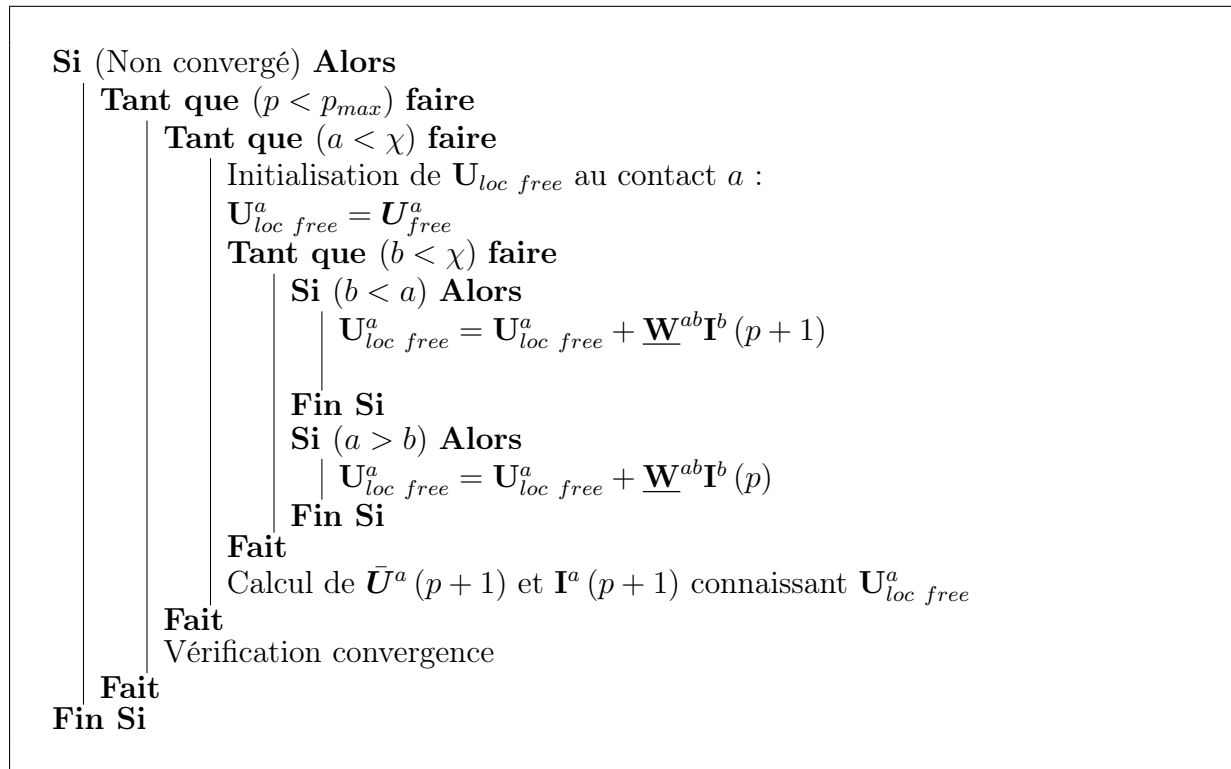
$$\bar{\mathbf{U}}_{loc\ free} = \begin{cases} \bar{U}_{loc\ free\ N}^a = U_{loc\ free\ N}^a + \frac{1}{\Delta t} g^a(n) \\ \bar{U}_{loc\ free\ T}^a = U_{loc\ free\ T}^a \end{cases}, \quad \bar{\mathbf{W}}^{aa} = \mathbf{W}^{aa} \quad (2.11)$$

D'un point de vue pratique on utilise une méthode de résolution itérative du problème de contact. Lors de l'itération $p+1$ on calcule une approximation de \mathbf{U} et \mathbf{I} pour chaque

contact. Si on considère le contact a , une solution a déjà été calculée pour le contact b ($b < a$), alors que si $b > a$ on ne connaît que la valeur de l'itération p . Dans ce cas la vitesse libre modifiée du contact a est calculée comme :

$$\mathbf{U}_{loc\ free}^a = \mathbf{U}_{free}^a + \sum_{b < a} \underline{\mathbf{W}}^{ab} \mathbf{I}^b(p+1) + \sum_{b > a} \underline{\mathbf{W}}^{ab} \mathbf{I}^b(p), \quad (2.12)$$

La résolution du problème de contact est présentée dans l'algorithme 1 :



Algorithme 1 – Résolution du contact.

1.4 Prise en compte des CZM

Une prise en compte d'une loi cohésive à l'aide de la stratégie NSCD a été proposée par [63]. Nous proposons ici une approche légèrement différente. Supposons un seuil cohésif (voir 2.3) défini par la relation $\mathbf{I}^{coh}([\mathbf{u}])$ reliant l'impulsion au contact et le saut de déplacement. L'impulsion est composée d'une partie normale I_N^{coh} et d'une partie tangentielle \mathbf{I}_T^{coh} . Les lois de contact cohésives peuvent s'écrire comme des lois de contact classiques (voir 2.1 du chapitre 1) grâce au changement de variables :

$$\begin{aligned} \tilde{I}_N &= I_N + I_N^{coh} \\ \tilde{\mathbf{I}}_T &= \mathbf{I}_T + \mathbf{I}_T^{coh} \end{aligned}$$

Le système (2.11) est rappelé en explicitant l'opérateur de Delassus $\bar{\mathbf{W}}^{aa}$:

$$\begin{pmatrix} \bar{U}_N^a \\ \bar{U}_T^a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{loc\ free\ N}^a + \frac{1}{\Delta t} g^a \\ U_{loc\ free\ T}^a \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} W_{NN} & W_{NT} \\ W_{TN} & W_{TT} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_N^a \\ I_T^a \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

Le saut de déplacement normal $[u_N]$ représente alors la distance g entre le corps candidat et antagoniste. Les composantes de la vitesse relative peuvent être écrites en fonction des sauts de déplacement normal ($[u_N]$) et tangent ($[\mathbf{u}_T]$).

La prise en compte de la cohésion nécessite un nouveau changement de variables :

$$\begin{pmatrix} \frac{[u_N]}{\Delta t} \\ \frac{[\mathbf{u}_T]}{\Delta t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{loc\ free\ N}^a + \frac{1}{\Delta t} [u_N]^a \\ U_{loc\ free\ T}^a \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} W_{NN} & W_{NT} \\ W_{TN} & W_{TT} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{I}_N - I_N^{coh} \\ \tilde{I}_T - I_T^{coh} \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

Les impulsions normale et tangentielle I_N^{coh} et I_T^{coh} s'expriment en fonction de l'endommagement surfacique β et du saut de déplacement $[\mathbf{u}]$ par l'intermédiaire des transformations normale et tangentielle $K_N(\beta)$ et $K_T(\beta)$ (évolution surfacique de l'endommagement) :

$$\begin{pmatrix} I_N^{coh} \\ I_T^{coh} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_N(\beta) [u_N] \\ K_T(\beta) [\mathbf{u}_T] \end{pmatrix} \quad (2.15)$$

Aussi le système devient :

$$\begin{pmatrix} \frac{[u_N]}{\Delta t} \\ \frac{[\mathbf{u}_T]}{\Delta t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{loc\ free\ N}^a + \frac{1}{\Delta t} [u_N]^a \\ U_{loc\ free\ T}^a \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} W_{NN} & W_{NT} \\ W_{TN} & W_{TT} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{I}_N - K_N(\beta) [u_N] \\ \tilde{I}_T - K_T(\beta) [\mathbf{u}_T] \end{pmatrix} \quad (2.16)$$

Ce qui peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 1 + W_{NN}\Delta t K_N(\beta) & W_{NT}\Delta t K_T(\beta) \\ W_{TN}\Delta t K_N(\beta) & 1 + W_{TT}\Delta t K_T(\beta) \end{pmatrix}}_{\tilde{\mathbf{W}}^{aa}} \begin{pmatrix} \frac{[u_N]}{\Delta t} \\ \frac{[\mathbf{u}_T]}{\Delta t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{loc\ free\ N}^a + \frac{1}{\Delta t} [u_N]^a \\ U_T^a \end{pmatrix} + \underbrace{\begin{pmatrix} W_{NN} & W_{NT} \\ W_{TN} & W_{TT} \end{pmatrix}}_{\mathbf{W}^{aa}} \begin{pmatrix} \tilde{I}_N \\ \tilde{I}_T \end{pmatrix}$$

La matrice $\tilde{\mathbf{W}}^{aa}$ est supposée inversible. Pour une loi adhésive, le changement de variable conduit à résoudre le système :

$$\boxed{\begin{pmatrix} \frac{[u_N]}{\Delta t} \\ \frac{[\mathbf{u}_T]}{\Delta t} \end{pmatrix} = \tilde{\mathbf{W}}^{aa-1} \begin{pmatrix} U_{loc\ free\ N}^a + \frac{1}{\Delta t} [u_N]^a \\ U_T^a \end{pmatrix} + \tilde{\mathbf{W}}^{aa-1} \mathbf{W}^{aa} \begin{pmatrix} \tilde{I}_N \\ \tilde{I}_T \end{pmatrix}} \quad (2.17)$$

2 Traitement numérique du problème discontinu thermique

La résolution thermo-mécanique est effectuée à l'aide d'un couplage faible. Le problème mécanique est résolu puis le problème thermique est traité (voir section 1.5). Le

2. TRAITEMENT NUMÉRIQUE DU PROBLÈME DISCONTINU THERMIQUE

couplage a lieu par les effets de la dilatation thermique sur le modèle mécanique et par la prise en compte de l'endommagement surfacique β de la zone cohésive dans le modèle thermique de l'interface. Deux états de la zone cohésive sont considérés : saine $\beta = 1$ et endommagée $\beta < 1$. Le calcul s'appuie sur une discrétisation multi-corps du modèle (imposé par la mécanique), toutefois étant donné qu'il n'y a pas de non régularité dans le modèle thermique la résolution se fait par inversion d'un système global "sparse" où chaque corps introduit une matrice bloc diagonale et où chaque interaction introduit des couplages entre les degrés de libertés de deux corps.

2.1 Contribution d'une interface saine

Lorsque le calcul mécanique ne prédit pas d'endommagement dans les zones cohésives le saut de température à l'interface entre les deux corps est nul (voir la section 1.1). Dans ce cas il est procédé à une élimination des degrés de liberté dans la matrice sparse (voir l'exemple dans la partie 1 de l'annexe B).

2.2 Résolution dans le cas d'une interface endommagée

Lorsque une ou plusieurs zones cohésives sont endommagées, des termes de couplage dus au comportement thermique dans les discontinuités sont introduits. Ce terme \mathbf{r}^{Th} est assemblé dans le système global (voir la partie 1.3 du chapitre 1) :

$$\langle \mathbf{r}_{ji}^{Th,el} \rangle = \left\langle \int_{\Gamma_{el}^+} \phi^+ N^i(X) N^j(X) d\Gamma + \int_{\Gamma_{el}^-} \phi^- N^i(X) N^j(X) d\Gamma \right\rangle \quad (2.18)$$

avec : $|\phi^+| - |\phi^-| = 0$.

Le flux à l'interface discontinue s'écrit (section 2.3 du chapitre précédent) :

$$\phi^+ \cdot \mathbf{n} = \phi^+ = \phi_{CZM} = \lambda_{CZM} \frac{(T^+ - T^-)}{e} \quad (2.19)$$

avec, d'après l'équation (1.115) : $\lambda_{CZM} = (\beta\lambda_\beta + (1 - \beta)\lambda_{1-\beta})$.

Afin d'illustrer l'ajout des termes modélisant la discontinuité, une interface d'un problème 2D est considérée. La FIGURE 2.5 représente un interface endommagé ($\beta < 1$). Le terme supplémentaire s'appuie sur les bords Γ_{el}^+ (inconnues T_1 et T_2) et Γ_{el}^- (inconnues T_3 et T_4).

Les fonctions d'interpolations associées aux quatre variables nodales sont : N^1 , N^2 , N^3 et N^4 . X_{T^+} et X_{T^-} représentent les points où les températures T^+ et T^- sont calculées. La conductivité λ_{CZM} et la longueur e sont identiques pour les bords Γ_{el}^+ et Γ_{el}^- . Les températures T^+ et T^- sont interpolées à l'aide des fonctions de formes et des variables nodales :

$$\begin{cases} T^+ = T_1 N^1(X_{T^+}) + T_2 N^2(X_{T^+}) \\ T^- = T_3 N^3(X_{T^-}) + T_4 N^4(X_{T^-}) \end{cases}$$

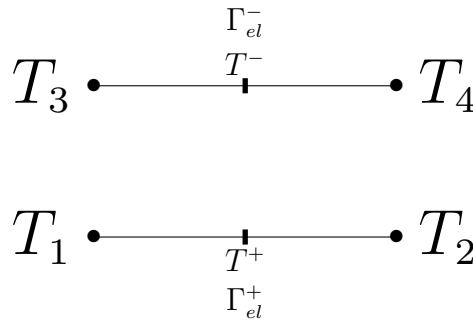


FIGURE 2.5 – Résolution de l'interface thermique entre deux éléments.

Le terme $\phi^+ N^i(X) N^j(X)$ s'écrit en fonction des variables nodales :

$$\int_{\Gamma_{el}^+} \phi^+ N^i(X) N^1(X) d\Gamma = \frac{\lambda_{CZM}}{e} [T_1 N^1(X_{T+}) + T_2 N^2(X_{T+}) - T_3 N^3(X_{T-}) - T_4 N^4(X_{T-})] N^1(X_{T+}) \quad (2.20)$$

$$\int_{\Gamma_{el}^+} \phi^+ N^i(X) N^2(X) d\Gamma = \frac{\lambda_{CZM}}{e} [T_1 N^1(X_{T+}) + T_2 N^2(X_{T+}) - T_3 N^3(X_{T-}) - T_4 N^4(X_{T-})] N^2(X_{T+}) \quad (2.21)$$

Dans les équations (2.20) et (2.21), les fonctions d'interpolations associées à la fonction test sont prises sur le bord Γ_{el}^+ au point X_{T+} .

Le flux ϕ^- est de direction opposé à ϕ^+ donc le calcul du saut de température est $T^- - T^+$. Le flux ϕ^- sur le bord Γ_{el}^- est :

$$\phi^- \cdot \mathbf{n} = \phi^- = \frac{\lambda_{CZM}}{e} (T^- - T^+) \quad (2.22)$$

Le terme $\phi^- N^i(X) N^j(X)$ de l'équation (2.18) est :

$$\int_{\Gamma_{el}^-} \phi^- N^i(X) N^3(X) d\Gamma = \frac{\lambda_{CZM}}{e} [T_3 N^3(X_{T-}) + T_4 N^4(X_{T-}) - T_1 N^1(X_{T+}) - T_2 N^2(X_{T+})] N^3(X_{T-}) \quad (2.23)$$

$$\int_{\Gamma_{el}^-} \phi^- N^i(X) N^4(X) d\Gamma = \frac{\lambda_{CZM}}{e} [T_3 N^3(X_{T-}) + T_4 N^4(X_{T-}) - T_1 N^1(X_{T+}) - T_2 N^2(X_{T+})] N^4(X_{T-}) \quad (2.24)$$

Lors de l'assemblage des termes élémentaires, les termes associés à la matrice de $\mathbf{r}^{Th,el}$ est ajoutée au système global :

$$\langle \mathbf{r}^{Th,el} \rangle = \frac{\lambda_{CZM}}{e} \begin{pmatrix} N^1 N^1 & N^1 N^2 & -N^1 N^3 & -N^1 N^4 \\ N^2 N^1 & N^2 N^2 & -N^2 N^3 & -N^2 N^4 \\ -N^3 N^1 & -N^3 N^2 & N^3 N^3 & N^3 N^4 \\ -N^4 N^1 & -N^4 N^2 & N^4 N^3 & N^4 N^4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \end{pmatrix} \quad (2.25)$$

2.3 Implémentation

La formulation numérique du problème thermo-mécanique discontinu est implémentée dans les logiciels LMGC90 (voir [27]) et Xper (voir [96]). Le couplage thermo-mécanique est faible. Une résolution mécanique est effectuée puis une résolution thermique.

L'algorithme 2 résume les principales étapes de la résolution.

```
Tant que ( $t < t_{final}$ ) faire
  Application du chargement thermo-mécanique
  Résolution du problème mécanique :
  ⇒ Résolution du contact avec obtention du champ d'endommagement ( $\beta$ )
  Prise en compte des interfaces thermiques dans le système global :
  Si ( $\beta = 1$ ) Alors
    | élimination des ddls
  Fin Si
  Si ( $\beta < 1$ ) Alors
    | ajout de la matrice élémentaire de l'interface
  Fin Si
  Résolution du système thermique global
Fait
```

Algorithme 2 – Résolution du problème thermo-mécanique.

Les logiciels obtenus permettent une résolution thermo-mécanique couplée de l'initiation jusqu'à la prise en compte de comportements thermo-mécaniques post-ruptures. La résolution thermique est illustrée sur un exemple dans la partie 1 de l'annexe B.

3 Etude des paramètres mécaniques et thermiques du modèle et validation

Le problème thermo-mécanique discontinu considéré est celui décrit dans la partie 1. Le modèle de zone thermo-cohésive est celui détaillé à la section 2.3. On précise ici la calibration de certains paramètres du modèle thermo-cohésif, on analyse l'influence des paramètres les plus significatifs et on évalue la capacité du modèle à reproduire les phénomènes thermo-mécaniques discontinus.

3.1 Paramètres de comportement volumique

Les paramètres volumiques — ceux utilisés aux points de Gauss — sont les paramètres matériaux thermo-mécanique locaux : on vise ici pour l'essentiel à modéliser de la

thermo-élasticité isotrope dilatante. Les coefficients d'élasticité, de dilatation et de capacité thermique sont ceux des matériaux en présence. La conductivité thermique subit un traitement spécifique.

Pour la mécanique, la résolution des modèles de zones cohésives nécessite l'utilisation de pas de temps petits dû notamment à la maîtrise des éventuelles instabilités associées à l'endommagement surfacique [79]. Pour la thermique, le temps de résolution du problème dépend de la diffusivité du matériau considéré : $D = \frac{\lambda}{\rho c}$. Cette diffusivité est généralement petite ($10^{-7} m.s^{-1}$ pour un matériau cimentaire) et entraîne l'utilisation de grands pas de temps pour conserver un temps de calcul raisonnable.

Les pas de temps mécanique et thermique sont donc incompatibles. Pour pallier ce problème et sans perte de généralité, on opère dans le problème thermique (1.46)

$$\underline{C}^{Th} \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial t^{therm}} = -\underline{K}^{Th} \mathbf{T} + \mathbf{F}^{Th} + \mathbf{r}^{Th} \quad (2.26)$$

un changement de variable $t^{therm} = \alpha t$:

$$\underline{C}^{Th} \dot{\mathbf{T}} = -\alpha \underline{K}^{Th} \mathbf{T} + \alpha \mathbf{F}^{Th} + \alpha \mathbf{r}^{Th} \quad (2.27)$$

Ce changement de variable modifie la cinétique du système thermique mais n'influe pas sur le comportement physique, en particulier la diffusivité D devient $\tilde{D} = \alpha D$. En pratique, ce changement de variable sur la diffusivité est appliqué sur le coefficient de conduction thermique et on raisonne sur le pas de temps incrémental Δt .

Dans la suite, le pas de temps mécanique Δt est retenu pour la résolution du problème couplé thermo-mécanique et le changement de variable est choisi avec $\alpha = \frac{1}{\Delta t}$.

3.2 Calibration des paramètres cohésifs

Coefficient de frottement mis à part, les paramètres cohésifs à calibrer sont (section 2.3) : les raideurs initiales interfaciales C_N , C_T , l'énergie à rupture w et le saut de déplacement d'amorçage de la fissuration δ_0 (ou de manière équivalente la contrainte cohésive $\sigma_{critique}$). Les calibrations proposées ici sont orientées pour une structure cimentaire contenant trois types de zones cohésives : celles dans la matrice (matrice/matrice), celles dans les granulats (inclusion/inclusion) et celles aux interfaces matrice/inclusion.

Les raideurs initiales interfaciales C_N et C_T sont identifiées, dans le cas d'un maillage plan de Delaunay, à l'aide des travaux de [10] :

$$C_N \geq \frac{23}{1-\nu} \frac{E}{l_c} \quad \text{et} \quad C_T = 2 \frac{1-2\nu}{1+3\nu} C_N, \quad (2.28)$$

où l_c est la taille de maille, E et ν sont respectivement le module d'Young et le coefficient de Poisson des éléments volumiques reliés par la zone cohésive. Lorsque deux éléments appartiennent à deux phases différentes, le choix est fait de prendre les raideurs interfaciales les plus faibles des deux.

3. ETUDE DES PARAMÈTRES MÉCANIQUES ET THERMIQUES DU MODÈLE ET VALIDATION

Les énergies à rupture w sont tirées de [81] et synthétisées dans la TABLE 2.1.

Pour l'estimation de la contrainte cohésive critique $\sigma_{critique}$ dans un béton, on s'appuie simultanément sur les travaux de [10] et [70]. En notant ici $\sigma_{traction}$ la limite de résistance en traction d'un matériau, [10] ont montré que l'approche cohésive-volumique pour un milieu homogène et sans pré-fissure initiale conduisait à une contrainte limite effective

$$\frac{\Sigma_{eff}}{\sigma_{traction}} = \sqrt{\eta^2 + \frac{\eta}{3T}} \quad (2.29)$$

où $\eta = \frac{\sigma_{critique}}{\sigma_{traction}}$ est la contrainte cohésive critique normée et $T = \frac{3(1-2\nu)}{2(1+\nu)} \frac{\Sigma_m}{\Sigma_{eq}}$ est un taux apparent de triaxialité en contrainte avec $\Sigma_m = \frac{1}{3}tr\Sigma = \frac{s}{3}$ la contrainte hydrostatique, $\Sigma_D = \Sigma - \frac{1}{3}tr\Sigma \mathbf{1}$ la contrainte déviatorique et $\Sigma_{eq} = \sqrt{\frac{3}{2}\Sigma_D : \Sigma_D}$ la contrainte équivalente de von Mises.

Du fait de la cinématique normale-tangente de l'approche cohésive, les taux de triaxialité en contrainte ne peuvent pas tous être atteints. En se limitant aux chargements apparents de type traction-cisaillement équi-biaxés (modèle cohésif sollicité simultanément en mode I et en mode II) :

$$\Sigma = \begin{pmatrix} s & \frac{1}{2}s & 0 \\ \frac{1}{2}s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.30)$$

et aux coefficients de Poisson $\nu \simeq 0.2$, on a $\frac{3(1-2\nu)}{2(1+\nu)} \simeq 0.75$, $\Sigma_m = s/3$ et $\Sigma_{eq} = s\sqrt{7}/2$ ($s > 0$), soit

$$T \simeq 0.19$$

L'estimation du ratio $\Sigma_{eff}/\sigma_{traction}$ est effectué sur la base des résultats macroscopiques de [70] rappelés sur FIGURE 2.6. Pour le chargement traction-cisaillement précédent, les contraintes principales

$$\sigma_1 = \frac{1 + \sqrt{2}}{2}s, \quad \sigma_2 = \frac{1 - \sqrt{2}}{2}s \quad \text{et} \quad \sigma_3 = 0$$

conduisent au rapport

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{1 + \sqrt{2}}{1 - \sqrt{2}} \simeq -6 \quad (2.31)$$

Pour un tel rapport entre contraintes principales, la FIGURE 2.6 indique que la contrainte critique en mode mixte vaut à peu près

$$\Sigma_{eff} = \sqrt{(0.75\sigma_{traction})^2 + (-6 \times 0.75\sigma_{traction})^2} \simeq 4.6\sigma_{traction} \quad (2.32)$$

Ces deux estimations fournissent avec (2.29) :

$$\eta = \frac{\sigma_{critique}}{\sigma_{traction}} \simeq 3.8$$

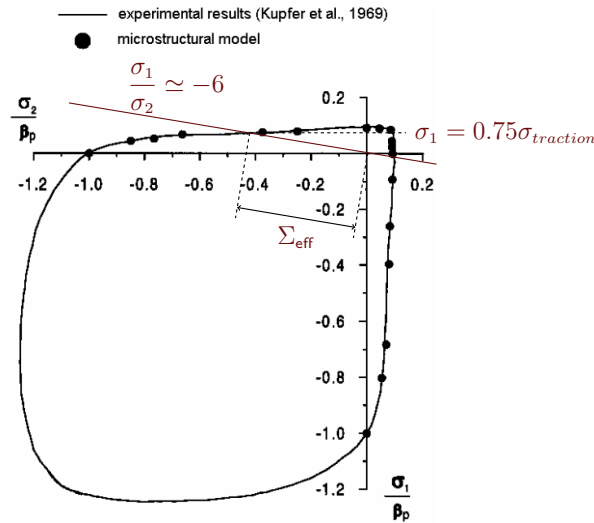


FIGURE 2.6 – Réponse du béton sous chargement bi-axial [70].

Par ailleurs, [10] indique que cette évaluation doit être corrigée d'un facteur multiplicatif pour prendre en compte l'existence éventuelle de pré-fissures. Ce facteur est compris entre 2.7 et 5.4 selon les coefficients de Poisson des matériaux en présence. Pour la présente estimation, un facteur intermédiaire de 4 est retenu. Ce qui donne

$$\sigma_{critique} \simeq 15.2\sigma_{traction}$$

En supposant de plus que cette estimation — valable globalement sur un béton — reste convenable pour chacune des phases qui le constituent

$$\hat{R}^{matrice} = \sigma_{critique}^{matrice} \simeq 15.2\sigma_{traction}^{matrice} \quad \text{et} \quad \hat{R}^{inclusion} = \sigma_{critique}^{inclusion} \simeq 15.2\sigma_{traction}^{inclusion}$$

et en s'appuyant enfin sur les travaux de [73] qui donnent $\sigma_{traction}^{matrice} \simeq 3MPa$ et $\sigma_{traction}^{inclusion} \simeq 9MPa$, on obtient les valeurs de la TABLE 2.1 en considérant $l_c = 1.5 \cdot 10^{-3}m$.

	$C_N (Pa \cdot m^{-1})$	$C_T (Pa \cdot m^{-1})$	$w (J \cdot m^{-2})$	$\hat{R} (Pa)$
matrice/matrice	5.9×10^{14}	4.4×10^{14}	20	4.6×10^7
inclusion/inclusion	2.4×10^{15}	1.8×10^{15}	60	1.4×10^8
matrice/inclusion	5.9×10^{14}	4.4×10^{14}	20	4.6×10^7

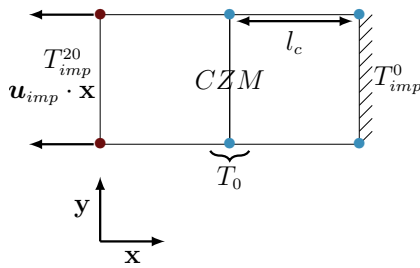
TABLE 2.1 – Propriétés surfaciques des modèles de zones cohésive dans le béton : raideurs interfaciales, énergies de rupture et contraintes critiques.

3.3 Influence des paramètres mécaniques

Pour fixer les idées, une rapide étude paramétrique sur les effets dissociés de la contrainte cohésive maximale \hat{R} et sur ceux de l'énergie cohésive w est conduite sur un test

3. ETUDE DES PARAMÈTRES MÉCANIQUES ET THERMIQUES DU MODÈLE ET VALIDATION

unitaire de deux mailles quadrangulaires reliées par le modèle thermo-cohésif et soumises à un chargement thermo-mécanique (voir FIGURE 2.7(a)). Les quadrangles ont une taille de maille $l_c = 1.5 \times 10^{-3} m$; sur le bord gauche, un vitesse horizontale $\dot{u}_{imp} = 0.6 m \times s^{-1}$ et une température $T_{imp}^{20} = 20^\circ C$ sont imposés ; le bord droit est encasté selon \mathbf{x} ($u_x = 0$) et une température est imposée à $T_{imp}^0 = 0^\circ C$. Les propriétés surfaciques de la zone cohésive sont celles d'une interface matrice/matrice (voir TABLE 2.1) et les propriétés volumiques sont celles d'une matrice cimentaire thermo-élastique dilatante (voir FIGURE 2.7(b)).



(a) Schéma du test unitaire et conditions aux limites.

Module d'Young (GPa)	$E = 15$
Coefficient de Poisson	$\nu = 0.2$
Masse volumique ($kg.m^{-3}$)	$\rho = 2900$
Conductivité ($W.m^{-1}.K^{-1}$)	$\lambda = 1.10^{-7}$
Capacité thermique ($J.kg^{-1}.K^{-1}$)	$C = 760$
Coefficient de dilatation (K^{-1})	$\alpha = 2.10^{-5}$

(b) Propriétés thermo-élastiques.

FIGURE 2.7 – Définition du cas test unitaire.

• Contrainte cohésive critique \hat{R}

La FIGURE 2.8 présente en fonction du saut de déplacement normal $[u_N]$, la réaction normale de la zone cohésive, le flux de la zone cohésive ϕ_{CZM} et le saut de température $[T]$ pour trois valeurs de la contrainte cohésive critique : $2\hat{R}$, \hat{R} et $\hat{R}/2$, avec \hat{R} définie dans la TABLE 2.1.

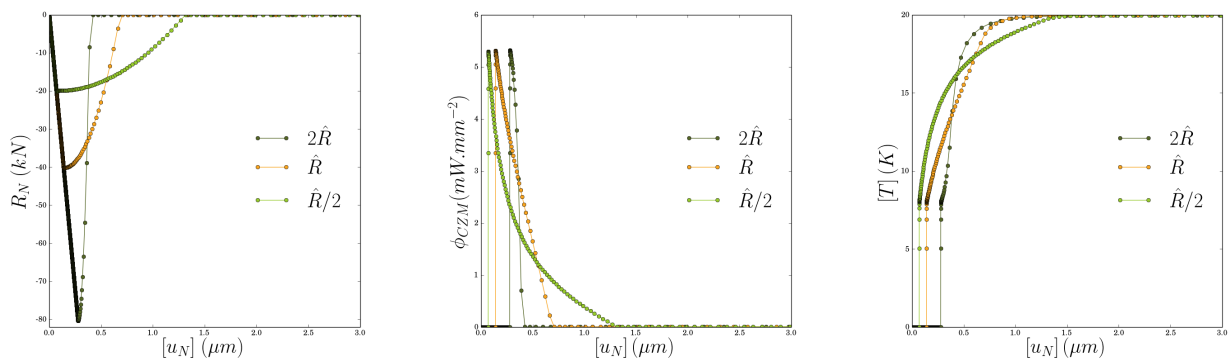


FIGURE 2.8 – Étude paramétrique sur la contrainte cohésive critique \hat{R} .

À énergie de rupture fixée, plus la contrainte cohésive critique est grande, plus la rupture est fragile (ouverture maximale à rupture plus faible). Plus la rupture est fragile,

plus l'équilibre thermique interfacial est atteint rapidement.

- Énergie à rupture w

La FIGURE 2.9 présente les résultats pour trois valeurs de l'énergie à rupture : $2w$, w et $w/2$.

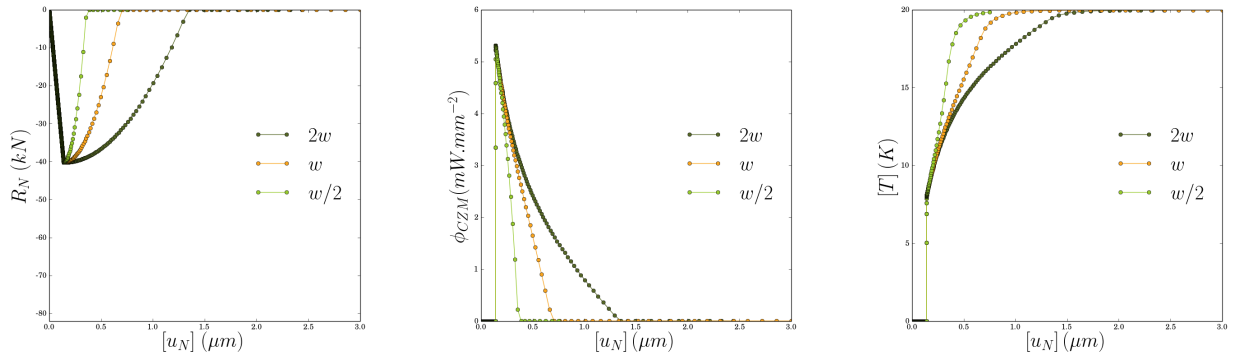


FIGURE 2.9 – Étude paramétrique sur la valeur de l'énergie de rupture interfaciales w .

Les résultats sont assez proches de l'étude portant sur la contrainte maximale \hat{R} : une énergie de rupture faible tend vers un comportement fragile du modèle de zone cohésive, et comme précédemment vers un établissement rapide de l'équilibre thermique.

3.4 Influence des paramètres thermiques

Dans la section 2.3, le modèle thermo-mécanique proposé introduit une longueur caractéristique e dans la définition du gradient thermique à travers la surface cohésive. Cette partie concerne d'une part une étude paramétrique de cette longueur e et d'autre part une étude sur l'influence de la conductivité thermique λ_3 de l'éventuel fluide interstitiel.

3.4.1 Influence de la longueur caractéristique e

Le test unitaire envisagé est assez similaire au précédent : deux quadrangles ($l_c = 15 \cdot 10^{-4} \text{m}$) (voir FIGURE 2.10(a)) sont reliés par la loi thermo-cohésive définie dans la section 2.3. Une température initiale $T_0 = 0^\circ\text{C}$ est appliquée sur les deux éléments et une température $T_{imp} = 20^\circ\text{C}$ est imposée sur le bord gauche. Un milieu homogène thermo-élastique dont les propriétés sont présentées sur la FIGURE 2.10(b) est considéré.

On rappelle que le modèle proposé pour la longueur caractéristique e introduit une dépendance à la taille de maille l_c et à la variable d'endommagement surfacique β :

$$e = \gamma l_c [(1 - \zeta) + \zeta(1 - \beta)]$$

3. ETUDE DES PARAMÈTRES MÉCANIQUES ET THERMIQUES DU MODÈLE ET VALIDATION

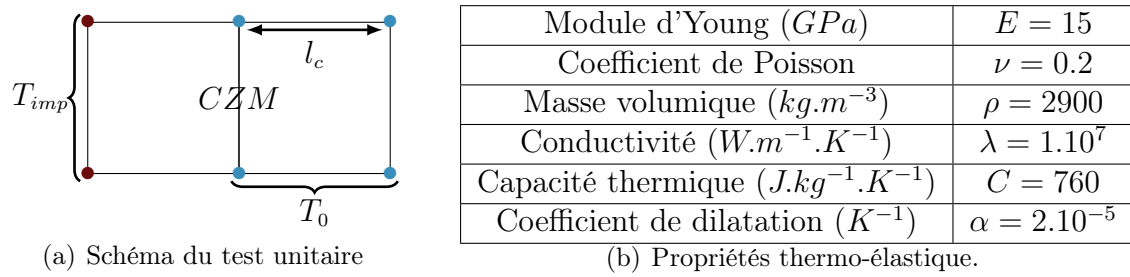


FIGURE 2.10 – Définition du cas test unitaire.

où $\gamma > 0$ et $\zeta \in [0,1]$. L'étude paramétrique porte sur six valeurs différentes de la longueur e :

- $e = 1$: longueur unitaire, $\gamma = 1/l_c$ et $\zeta = 0$,
- $e = l_c$: ordre de la taille de maille l_c , $\gamma = 1$ et $\zeta = 0$,
- $e = l_c/10$: plus petite que la taille de maille, $\gamma = 1/10$ et $\zeta = 0$,
- $e = 10l_c$: plus grande que la taille de maille, $\gamma = 10$ et $\zeta = 0$,
- $e = (1 - \beta)$: dépendance à l'endommagement, $\gamma = 1/l_c$ et $\zeta = 1$,
- $e = l_c(1 - \beta)$: dépendance à l'endommagement et à la taille de maille, $\gamma = 1$ et $\zeta = 1$.

La variable d'endommagement permettant de piloter l'état de la zone cohésive thermique, sept calculs sont menés afin de représenter l'évolution de l'endommagement de l'interface : $\beta \in [1, 0.95, 0.8, 0.5, 0.2, 0.05, 0]$ (le cas $\beta = 1$ est particulier car sa résolution ne fait pas intervenir la conduction du modèle thermo-cohésif).

Les variables de référence sont le saut de température $[T]$ entre deux nœuds supports de la zone cohésive et l'évolution du flux la traversant i.e. la quantité ϕ_{CZM} . L'objectif physique visé est d'obtenir une dégradation de la conduction thermique surfacique dont l'intensité évolue avec le niveau d'endommagement surfacique. En l'absence de données expérimentales dédiées, on vise intuitivement à un modèle permettant d'atteindre l'équilibre thermique en environ $50\mu s$ (ce qui représente $5s$ en multipliant par le coefficient α de la partie 3.1) à l'échelle d'une maille de $1.5mm$ pour une interface endommagée à 50% ($\beta = 0.5$).

• $e=1$

La FIGURE 2.11 montre dans le cas d'une longueur unitaire un comportement similaire à celui d'une zone totalement endommagée : une longueur caractéristique unitaire donne lieu à une cinétique thermique toujours trop lente et la conduction d'une interface quasi saine ne peut être retrouvée.

• $e = l_c$

La FIGURE 2.12 présente les résultats pour une longueur correspondant à la taille de maille l_c . Pour un endommagement très faible ($\beta = 0.95$) l'équilibre est atteint trop

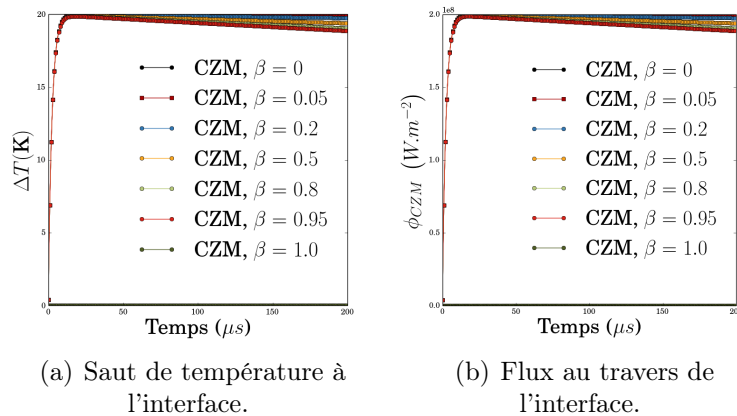


FIGURE 2.11 – $e = 1$

lentement. De plus, à l'initiation de l'endommagement (de $\beta = 0.95$ jusqu'à $\beta = 0.5$), l'évolution de la réponse thermique est très faible. La conduction thermique est dégradée rapidement même pour des endommagement très faibles : la progressivité visée n'est que partiellement obtenue.

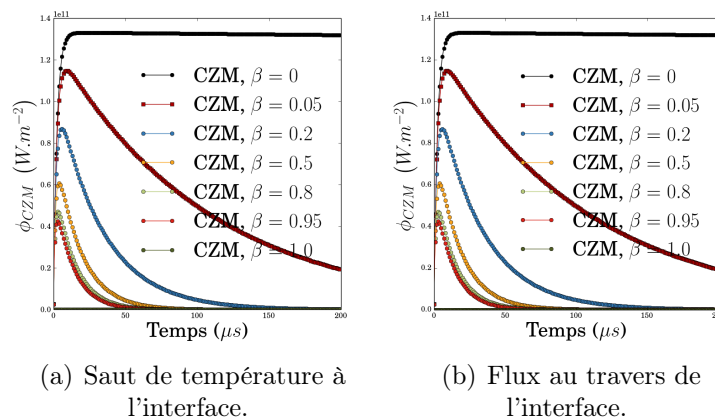


FIGURE 2.12 – $e = l_c$

• $e = l_c/10$

La FIGURE 2.13 présente les résultats pour $h = l_c/10$. Dans le cas d'une longueur inférieure à la taille de maille, l'interface reste thermiquement quasi-saine jusqu'aux derniers moments de la rupture totale. La dégradation progressive recherchée n'est pas modélisée.

• $e = 10l_c$

3. ETUDE DES PARAMÈTRES MÉCANIQUES ET THERMIQUES DU MODÈLE ET VALIDATION

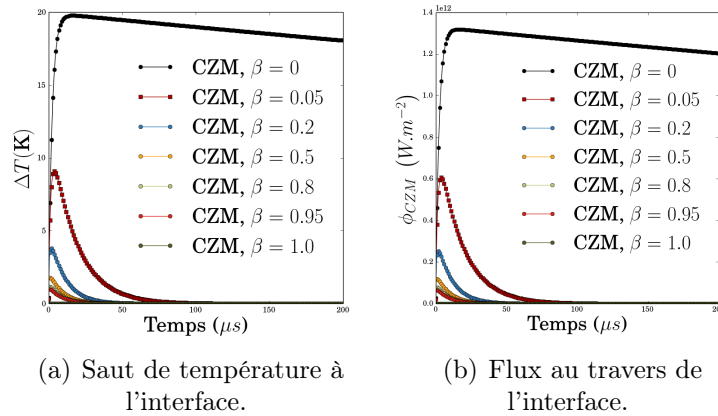


FIGURE 2.13 – $e = 10^{-1}l_c$.

La FIGURE 2.14 présente les résultats pour $e = 10l_c$. Le phénomène est similaire à celui obtenu pour $e = l_c$.

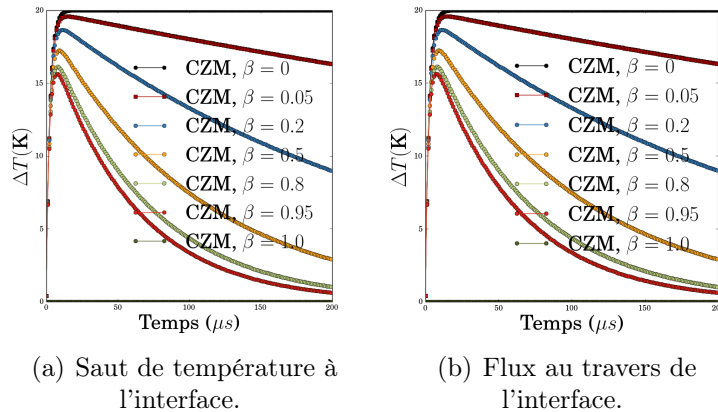


FIGURE 2.14 – $e = 10l_c$.

• $e = (1 - \beta)$

La FIGURE 2.15 présente les résultats lorsque la longueur e dépend de l'endommagement : $e = (1 - \beta)$. La dépendance de la longueur à l'endommagement permet une meilleure séparation des valeurs lors de l'initiation de la rupture. Cependant, les résultats obtenus montrent une cinétique trop lente dans la dégradation du flux thermique.

• $e = (1 - \beta)l_c$

La FIGURE 2.16 présente les résultats pour une longueur dépendante de la taille de

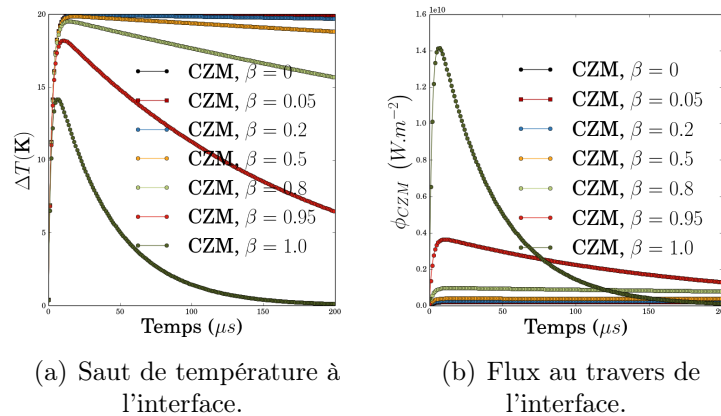


FIGURE 2.15 – $e = (1 - \beta)$

maille pondérée par l'endommagement : $e = l_c(1 - \beta)$. Les résultats obtenus permettent une représentation de la physique transitoire qui nous semble correcte. Pour un endommagement très faible ($\beta = 0.95$), la valeur maximale et la cinétique de la réponse sont proches du cas sain. Lorsqu'il y a un endommagement important, le temps pour atteindre l'équilibre thermique est conséquent ce qui représente correctement la physique d'une interface à conduction dégradée.

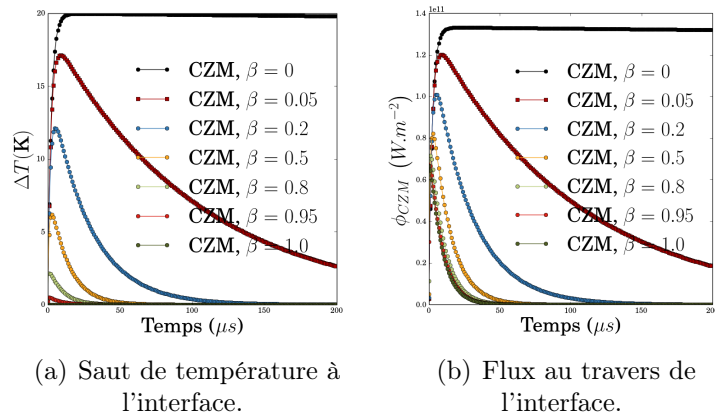


FIGURE 2.16 – Approximation du gradient par une pondération de la taille de maille par l'endommagement.

Dans la suite, la longueur e choisie est : $e = l_c(1 - \beta)$ car une longueur $e = l_c$ qui représente le mieux la progressivité visée conduit cependant à une diffusion dans la partie endommagée ne dépendant pas de l'endommagement :

$$\phi_{CZM} = \left(\frac{\beta}{1 - \beta} \lambda_{\beta} + \lambda_{1-\beta} \right) \frac{(T^+ - T^-)}{l_c} \mathbf{n} \quad (2.33)$$

3. ETUDE DES PARAMÈTRES MÉCANIQUES ET THERMIQUES DU MODÈLE ET VALIDATION

3.4.2 Influence de la conductivité interstitielle λ_3

Pour l'influence de la conductivité du fluide interstitiel λ_3 , le cas test de la FIGURE 2.8 est repris. La FIGURE 2.17 présente les résultats pour trois conceptions dans la zone cohésive : λ_3 , $10^3 \lambda_3$ et $10^6 \lambda_3$.

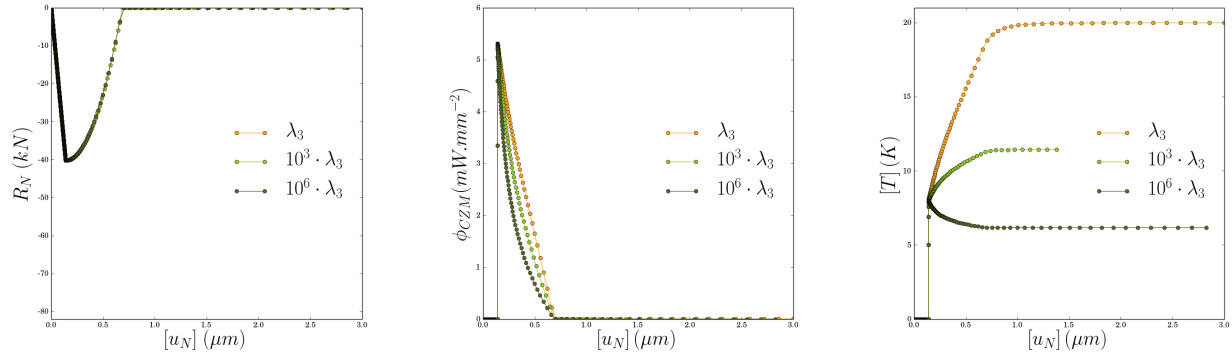


FIGURE 2.17 – Étude paramétrique sur la conductivité λ_3 associée au modèle de zone cohésive thermique.

L'impact de cette conductivité interstitielle sur la réaction cohésive normale R_N est très faible. La cinétique de diffusion dans la zone cohésive augmente avec la conductivité λ_3 . Le saut de température tend vers la valeur théorique du cas stationnaire lorsque la conductivité de l'interface est importante.

3.5 Expériences numériques sur cellule élémentaire

Cette partie est consacrée à mettre en évidence la capacité du modèle à reproduire les phénomènes thermo-mécaniques discontinus à l'aide d'expériences numériques sur un matériau hétérogène.

Le cas envisagé est celui d'une cellule élémentaire correspondant à une plaque carrée composée d'un matériau cimentaire contenant une inclusion circulaire centrale (granulat). La plaque a pour dimension $50\text{mm} \times 50\text{mm}$, l'inclusion est centrée de rayon $r = 7.5\text{mm}$. Une température est appliquée sur le bord gauche : $T_{imp} = 150^\circ\text{C}$ et la température initiale est fixée à 0°C sur l'ensemble de la plaque (voir FIGURE 2.18(a)). Un comportement thermo-élastique dilatant est appliqué à la matrice et à l'inclusion dont les propriétés sont décrites sur la FIGURE 2.18(b).

L'objectif est de mettre en évidence l'effet non trivial d'une pré-dégradation sur le comportement de ce bimatériau matrice/inclusion.

3.5.1 Cas de référence : matériau sain

La FIGURE 2.19 représente le comportement thermique du bimatériau à l'instant $t = 50\mu\text{s}$ dans le cas où aucune dégradation à l'interface matrice/inclusion n'est pos-

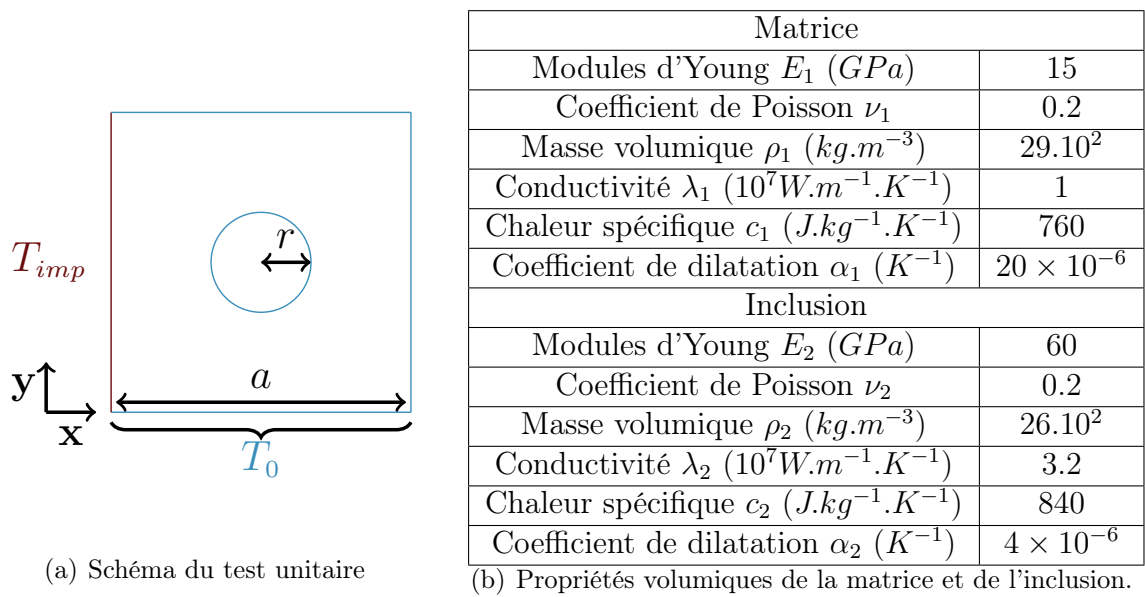


FIGURE 2.18 – Définition du cas test matrice-inclusion circulaire.

sible ni ne pré-existe. La conductivité de l'inclusion étant plus grande que celle de la matrice, un front de température légèrement décalé dans l'inclusion est observé. Le matériau étant homogène en amont de l'inclusion, le profil de température y est linéaire; en aval de l'inclusion, l'hétérogénéité spatiale du champ de température donne lieu à des profils de température non linéaires. Cette hétérogénéité spatiale est également observée sur les champs mécaniques, voir FIGURE 2.20.

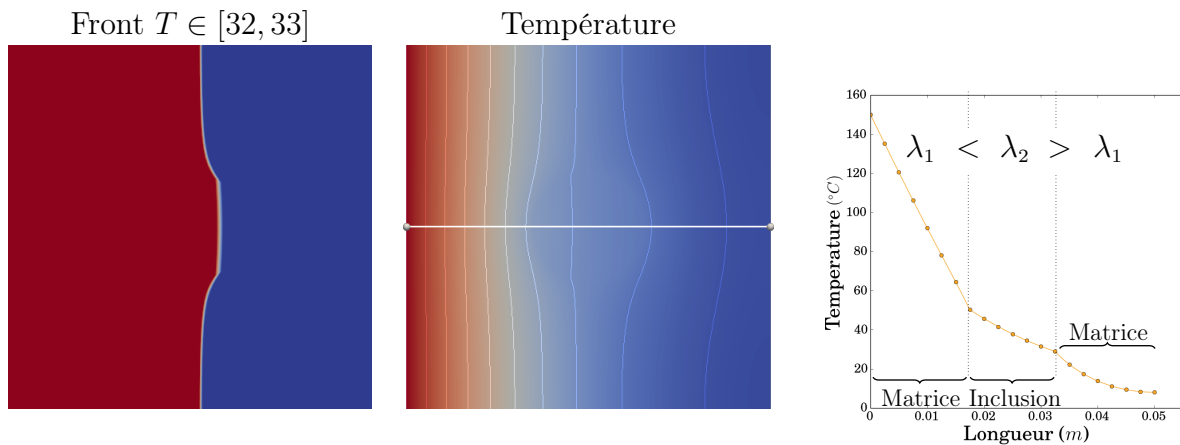


FIGURE 2.19 – Comportement thermique du bimatériau. De gauche à droite : front de température avec $T \in [32^{\circ}C, 33^{\circ}C]$, champ de température, distribution de la température le long de la ligne horizontale médiane dessinée sur le champ de température.

3. ETUDE DES PARAMÈTRES MÉCANIQUES ET THERMIQUES DU MODÈLE ET VALIDATION

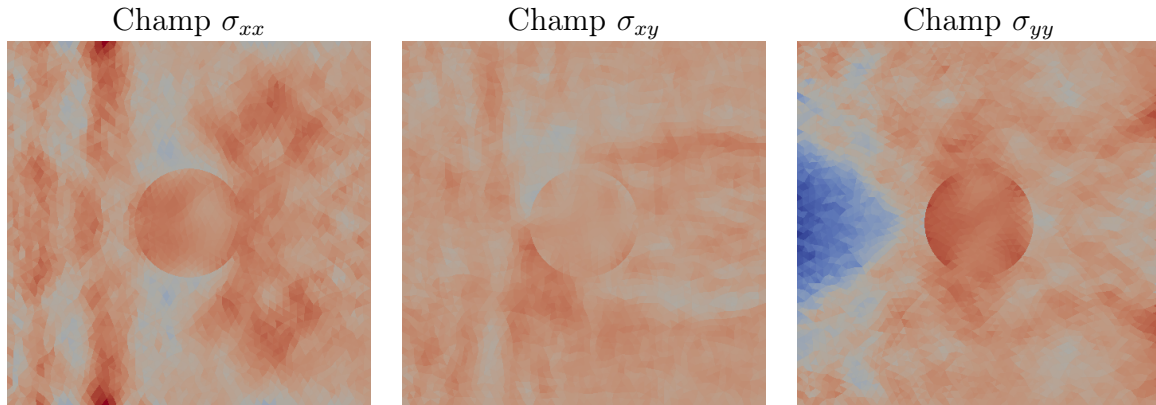


FIGURE 2.20 – Comportement mécanique du bimatériau. De gauche à droite : champs de contrainte σ_{xx} , σ_{xy} et σ_{yy} . Les valeurs maximale et minimale sont respectivement : $\sigma_+ = 30MPa$ (en rouge) et $\sigma_- = -23MPa$ (en bleu).

La FIGURE 2.21 présente les résultats thermo-mécaniques pour les instant $t = 20\mu s$ et $t = 100\mu s$. La colonne de gauche présente le temps et les contraintes maximale σ_+ (rouge) et minimale σ_- (bleu) atteintes par le champs de contrainte. De gauche à droite, les champs de températures et de contraintes (σ_{xx} , σ_{xy} et σ_{yy}) sont présentés. Pour $t = 100\mu s$, l'équilibre thermique est atteint et la dilatation de l'inclusion entraîne des contraintes locales autour de celle-ci : le champ thermique est homogène, le champ mécanique ne l'est pas.

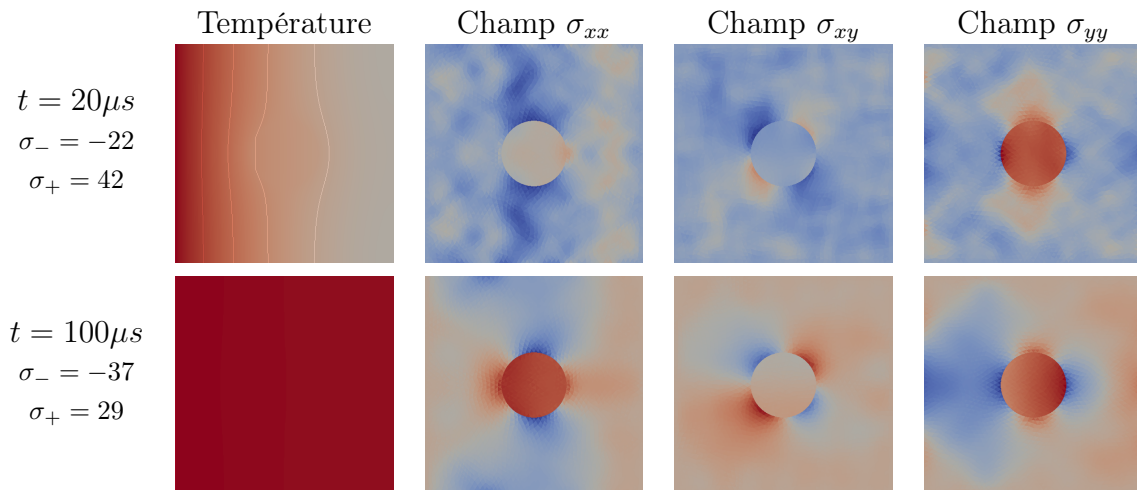


FIGURE 2.21 – Comportement thermo-mécanique du bimatériau. De gauche à droite : temps et valeurs limites des contraintes (σ_- , σ_+ en Mpa), champ de température, champs de contrainte σ_{xx} , σ_{xy} et σ_{yy} .

3.5.2 Bimatériau pré-dégradé

Une pré-dégradation est maintenant introduite autour de l'inclusion. Les zones cohésives représentant la pré-dégradation possèdent une énergie de rupture très faible devant celles des interfaces matrice/matrice et inclusion/inclusion. Deux cas principaux sont considérés : une interface matrice/inclusion entièrement pré-dégradée et une interface partiellement pré-dégradée. Dans le cas partiellement pré-dégradé, trois lieux de pré-dégradation sont envisagés.

- Interface matrice-inclusion entièrement pré-dégradée

Le cas d'une interface matrice/inclusion entièrement dégradée est étudié et est comparé au cas d'une plaque trouée. La FIGURE 2.22 représente les géométries considérées.

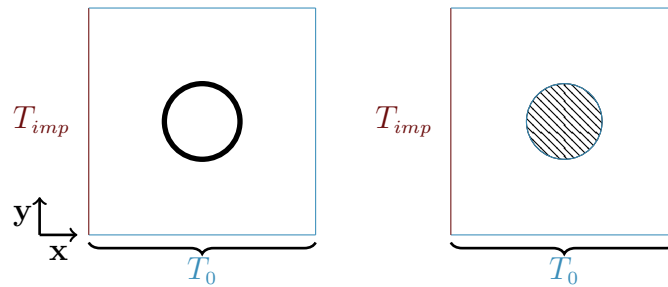


FIGURE 2.22 – Géométries du bimatériau entièrement pré-dégradé et de la plaque trouée.

Les FIGURES 2.23 et 2.24 présentent le comportement thermo-mécanique du bimatériau entièrement pré-dégradé respectivement à l'instant $t = 30\mu s$ et à la fin du calcul. L'inclusion est isolée thermiquement du fait de la pré-dégradation. Deux fissures se propagent à 45° en aval de l'inclusion jusqu'à entraîner une barrière thermique dans le matériau. Cette barrière est illustrée sur le profil de température en le comparant à celui du cas sain : la température est plus élevée en amont de l'inclusion, moins élevée en aval, une transition nette est observée à l'interface matrice/inclusion.

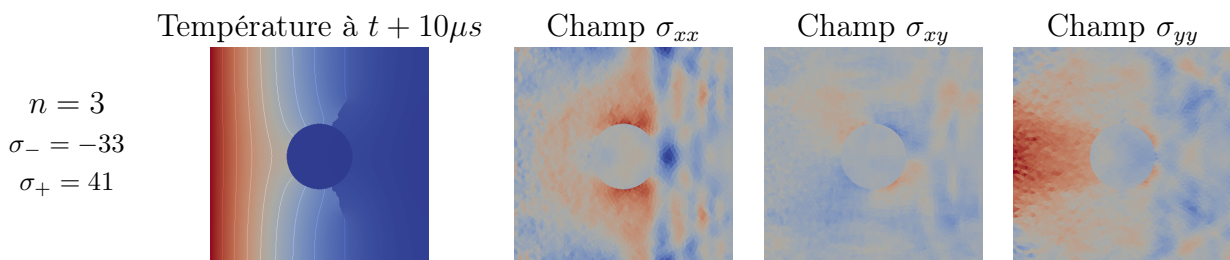


FIGURE 2.23 – Comportement thermo-mécanique du bimatériau entièrement pré-dégradé ($t = 30\mu s$). De gauche à droite : temps et valeurs limites des contraintes (σ_- , σ_+ en Mpa), champ de température, champs de contrainte σ_{xx} , σ_{xy} et σ_{yy} .

3. ETUDE DES PARAMÈTRES MÉCANIQUES ET THERMIQUES DU MODÈLE ET VALIDATION

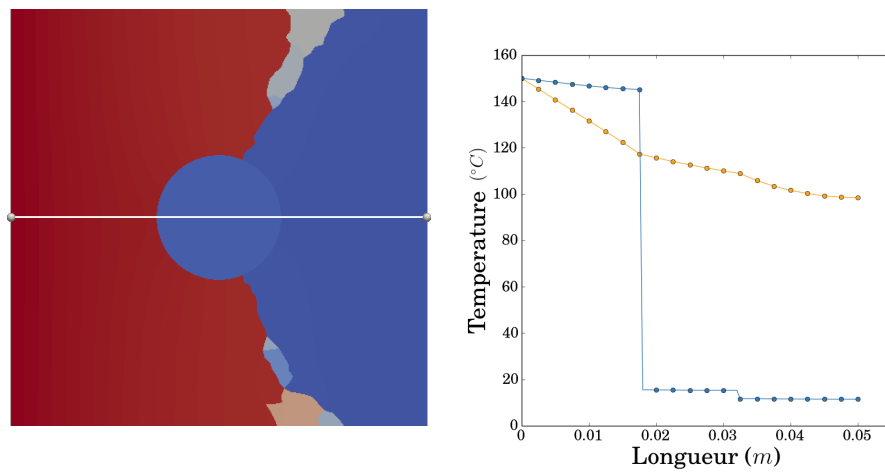


FIGURE 2.24 – Comportement thermo-mécanique du bimatériau entièrement pré-dégradé (pour $t = 270\mu s$). À gauche : champ thermique en présence de multi-fissures. À droite : température le long de la ligne sur le champ thermique (en jaune le cas sain, en bleu le cas pré-dégradé).

Cette situation de barrière thermique est similaire à celle que l'on peut obtenir sur une plaque trouée. Les différences principales viennent alors du champ mécanique.

Pour le cas de la plaque trouée, la FIGURE 2.25 et la FIGURE 2.26 présentent les résultats des simulations en cours de calcul et à la fin de la simulation. Au cours du calcul, les faciès du champ de température sont présentés à chaque fois qu'une fissure s'initie depuis le trou. La colonne de gauche de la FIGURE 2.25 présente l'incrément en temps et les valeurs maximales des contraintes atteintes (σ_+ et σ_- en MPa). Les colonnes suivantes présentent les champs de température et de contraintes.

La fissure se propage préférentiellement perpendiculairement au front de température jusqu'à entraîner une barrière thermique à la fin de la simulation.

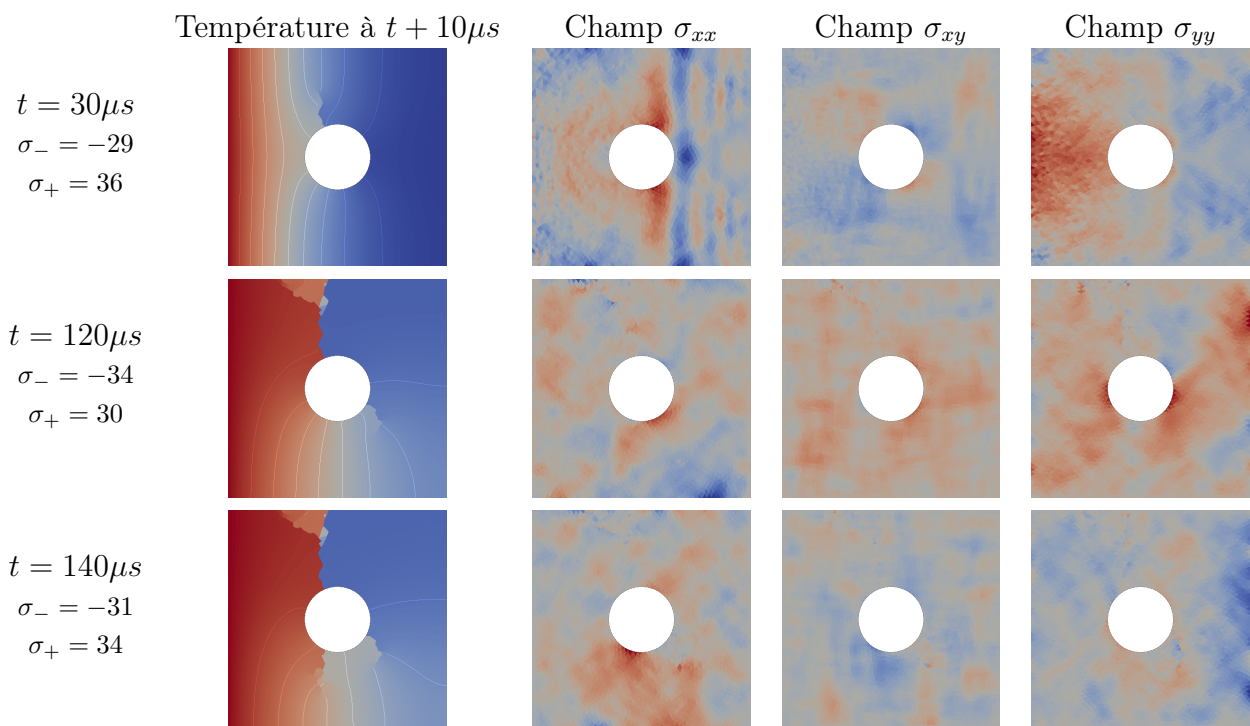


FIGURE 2.25 – Comportement thermo-mécanique d'une plaque trouée (différents temps). De gauche à droite : le temps et valeurs limites des contraintes (σ_- , σ_+ en Mpa), champ de température, champs de contrainte σ_{xx} , σ_{xy} et σ_{yy} .

3. ETUDE DES PARAMÈTRES MÉCANIQUES ET THERMIQUES DU MODÈLE ET VALIDATION

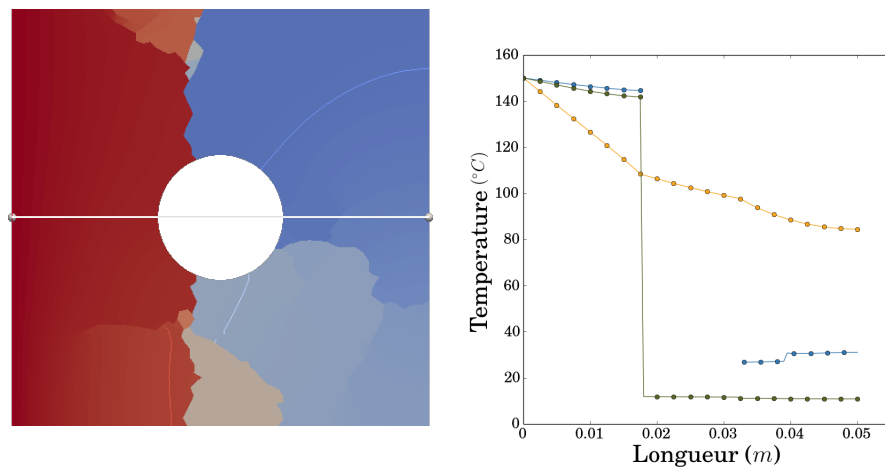


FIGURE 2.26 – Comportement thermo-mécanique d’une plaque trouée (pour $t = 220\mu s$). À gauche : champ thermique en présence de multi-fissures. À droite : température le long de la ligne sur le champ thermique (en jaune le cas sain, en bleu le cas pré-dégradé et en vert le cas troué).

• Pré-dégradation entourant partiellement l'inclusion

Une pré-dégradation partielle est introduite sur un demi-périmètre de l'interface matrice/inclusion. Plusieurs cas sont considérés pour la pré-dégradation (le positionnement est donné par rapport au front de température) : en amont (à gauche), au médian (au dessus) et en aval (à droite), voir la FIGURE 2.27.

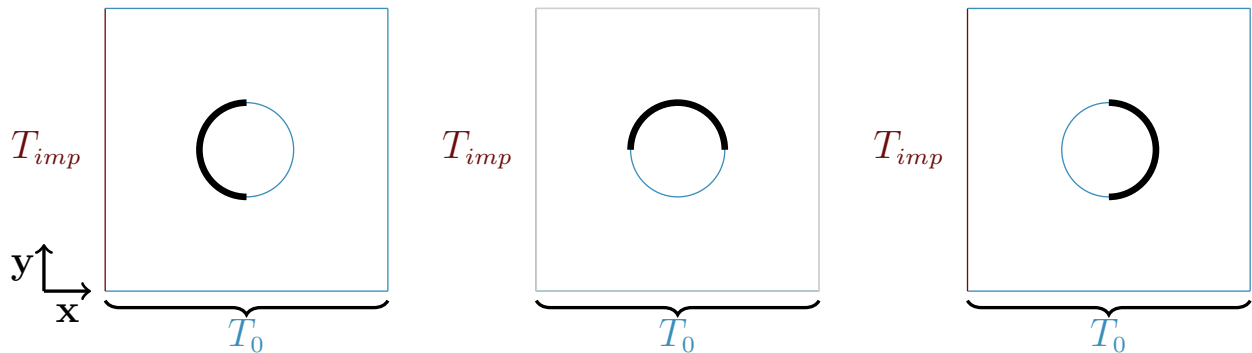


FIGURE 2.27 – Géométrie des trois cas pré-dégradés. La zone noire autour de l'inclusion représente la partie dégradée.

Les Figures (2.28)-(2.29), (2.30)-(2.31) et (2.32)-(2.33) représentent les résultats pour les pré-dégradations respectivement à gauche, au-dessus et à droite.

3. ETUDE DES PARAMÈTRES MÉCANIQUES ET THERMIQUES DU MODÈLE ET VALIDATION

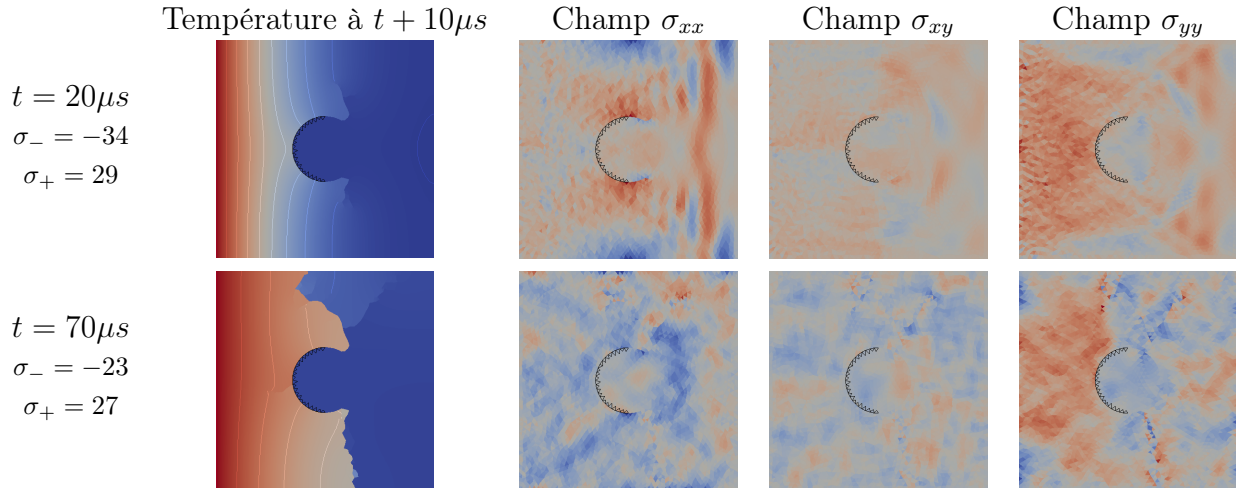


FIGURE 2.28 – Comportement thermo-mécanique du bimatériau dégradé sur la partie gauche de l’inclusion. De gauche à droite : temps et valeurs limites des contraintes (σ_- , σ_+ en MPa), champ de température, champs de contrainte σ_{xx} , σ_{xy} et σ_{yy} .

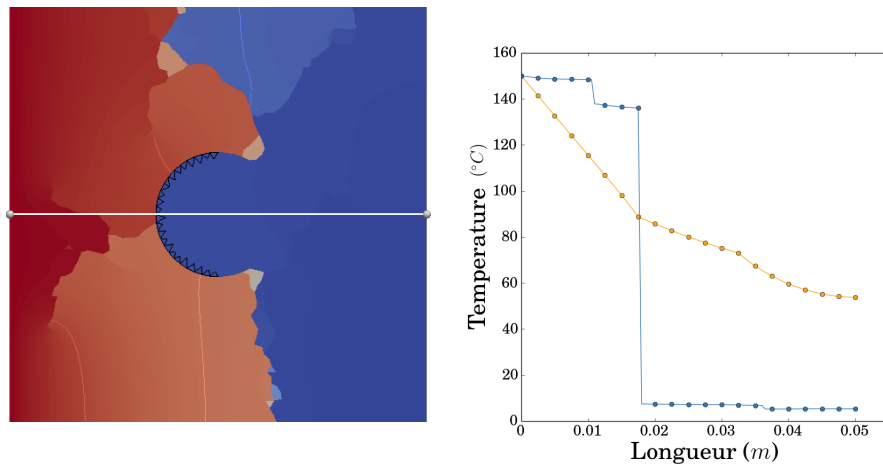


FIGURE 2.29 – Comportement thermo-mécanique du bimatériau dégradé sur la partie gauche de l’inclusion à $t = 140\mu s$. À gauche : champ thermique en présence de multi-fissures. À droite : température le long de la ligne sur le champ thermique (en jaune le cas sain et en bleu le cas pré-dégradé). Mise en évidence d’une barrière thermique.

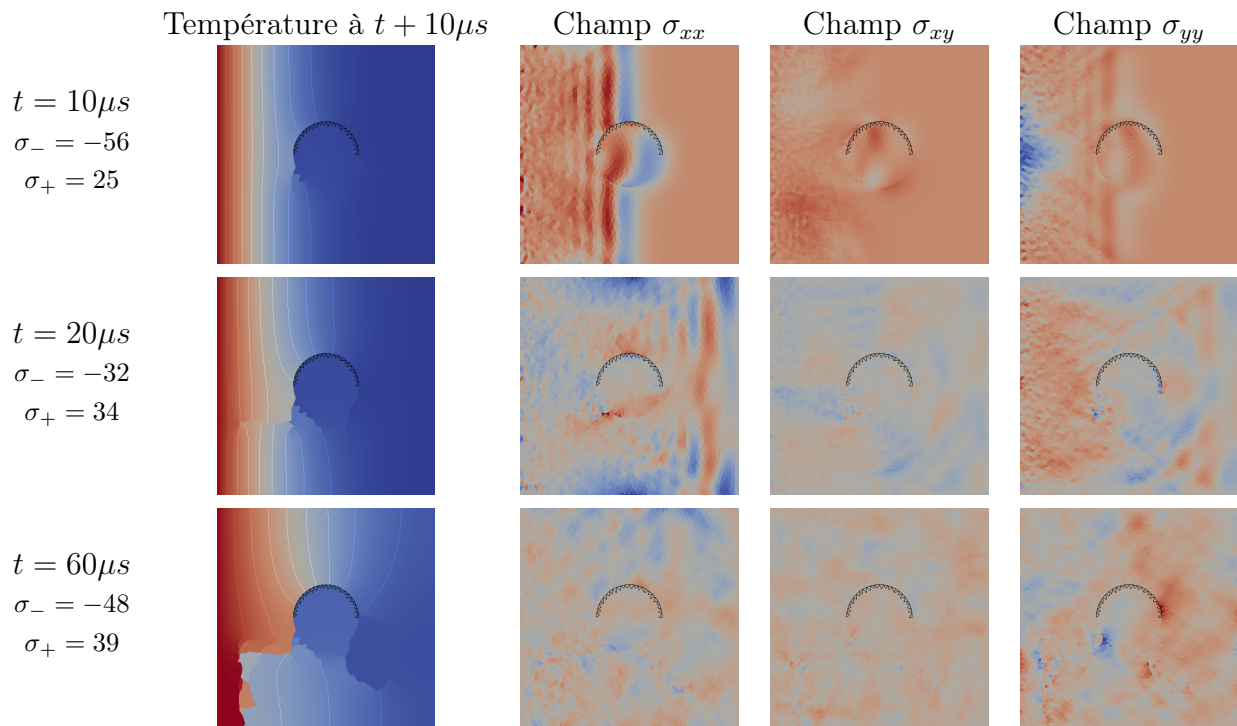


FIGURE 2.30 – Comportement thermo-mécanique du bimatériau dégradé sur le dessus de l’inclusion. De gauche à droite : temps et valeurs limites des contraintes (σ_- , σ_+ en MPa), champ de température, champs de contrainte σ_{xx} , σ_{xy} et σ_{yy} .

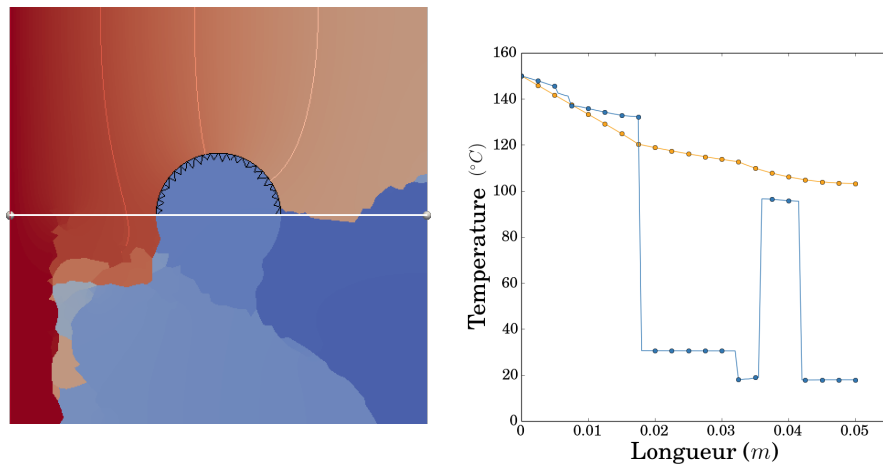


FIGURE 2.31 – Comportement thermo-mécanique du bimatériau dégradé sur le dessus de l’inclusion à $t = 290\mu s$. À gauche : champ thermique en présence de multi-fissures. À droite : température le long de la ligne sur le champ thermique (en jaune le cas sain et en bleu le cas pré-dégradé).

3. ETUDE DES PARAMÈTRES MÉCANIQUES ET THERMIQUES DU MODÈLE ET VALIDATION

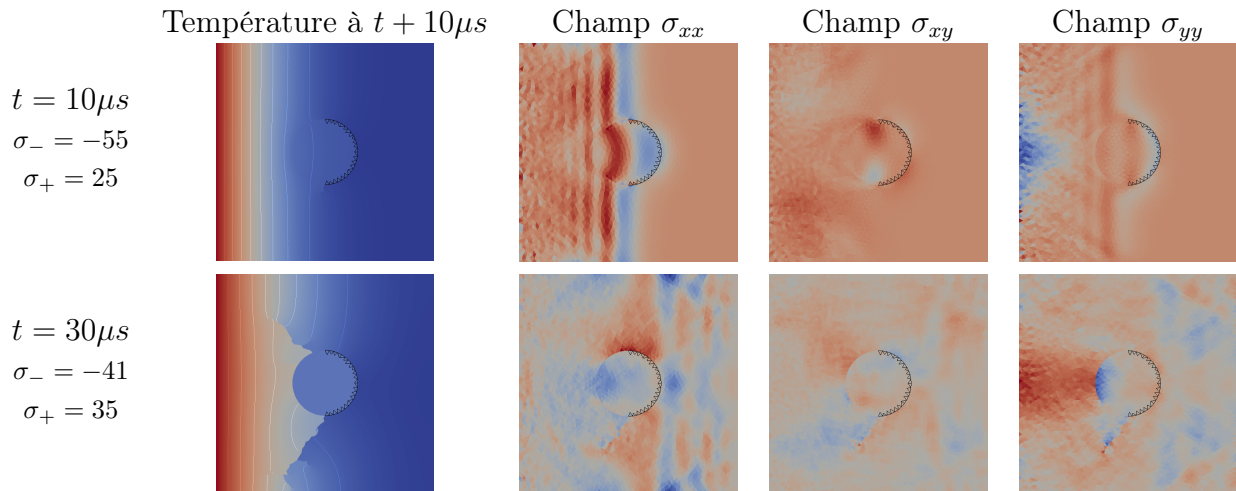


FIGURE 2.32 – Comportement thermo-mécanique du bimatériau dégradé sur la partie droite de l’inclusion. De gauche à droite : temps et valeurs limites des contraintes (σ_- , σ_+ en MPa), champ de température, champs de contrainte σ_{xx} , σ_{xy} et σ_{yy} .

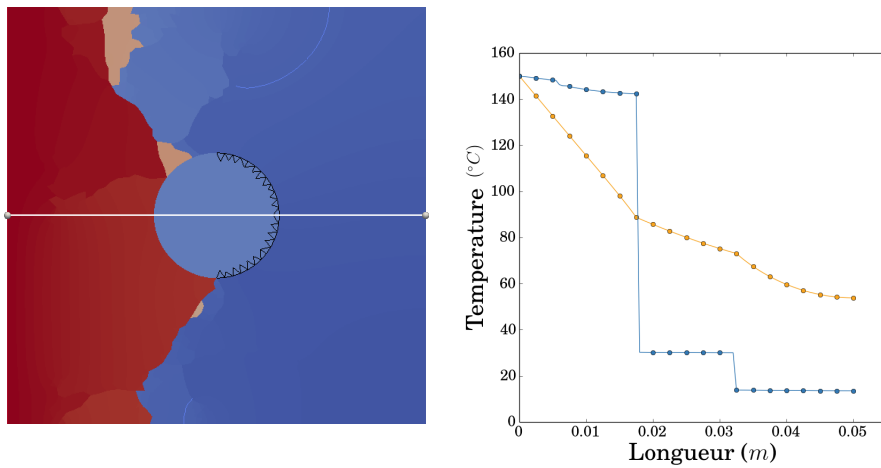


FIGURE 2.33 – Comportement thermo-mécanique du bimatériau dégradé sur la partie droite de l’inclusion à $t = 140\mu s$. À gauche : champ thermique en présence de multifissures. À droite : température le long de la ligne sur le champ thermique (en jaune le cas sain et en bleu le cas pré-dégradé).

Les résultats confirment une propagation de fissuration en mode mixte. Une barrière thermique apparaît dans les cas d'une dégradation perpendiculaire au front de température.

L'orientation de la pré-dégradation a une influence significative sur le faciès de fissuration. Dans le cas des pré-dégradations sur les parties gauche et droite de l'inclusion, le faciès de fissuration est à peu près parallèle au front de température initial et une barrière thermique séparant le bimatériau en deux parties est observée. Pour une pré-dégradation sur le dessus de l'inclusion, le faciès de rupture est perpendiculaire au front de température.

Par ailleurs, pour une inclusion pré-dégradée sur la partie droite, la propagation de fissures se fait vers les gradients thermiques les plus importants. Pour une pré-dégradation sur la partie gauche de l'inclusion, la diffusion thermique est perturbée et la propagation de fissures dans ce cas est plus tardive.

L'existence de pré-dégradations aux interface matrice/inclusion et leurs orientations par rapport au front local de température peuvent donc induire des situations thermo-mécaniques et des faciès de rupture de nature très différentes. Ces résultats simples permettent d'anticiper une fissuration thermo-mécanique du béton possédant une grande variété de comportement locaux et la nécessité de recourir à des échantillons de grande taille pour obtenir une statistique représentative.

L'analyse locale est poursuivie avec une cellule unitaire contenant deux inclusions.

3. ETUDE DES PARAMÈTRES MÉCANIQUES ET THERMIQUES DU MODÈLE ET VALIDATION

3.5.3 Cas de deux inclusions verticales

Une cellule unitaire contenant deux inclusions verticales séparées d'une distance d (voir FIGURE 2.34) et ne présentant pas de pré-dégradation est considérée. Deux cas sont envisagés : $d = l_c$ et $d = r$ avec r le rayon des inclusions.

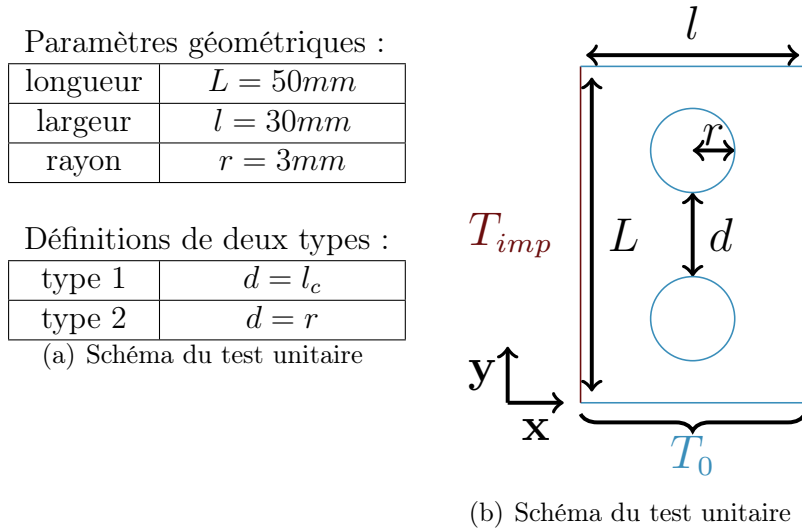


FIGURE 2.34 – Paramètres géométriques du matériau contenant deux inclusions. Deux types sont générés avec une distance d différentes.

Les Figures (2.35)-(2.36) et (2.37) présentent respectivement le comportement thermo-mécanique et les faciès de rupture pour les deux distances considérées. La température est tracée le long des lignes horizontales blanches. La cinétique de fissuration est d'autant plus grande que les inclusions sont proches. Dans les deux cas, une barrière thermique est obtenue à la fin de la simulation.

La distance séparant deux inclusions a également un rôle dans la propagation de fissure. Plus cette distance est petite, plus l'hétérogénéité thermo-mécanique intraphase est exacerbée. Comme pour les composés pré-dégradés, une multi-fissuration est engendrée et a pour conséquence la création d'une barrière thermique.

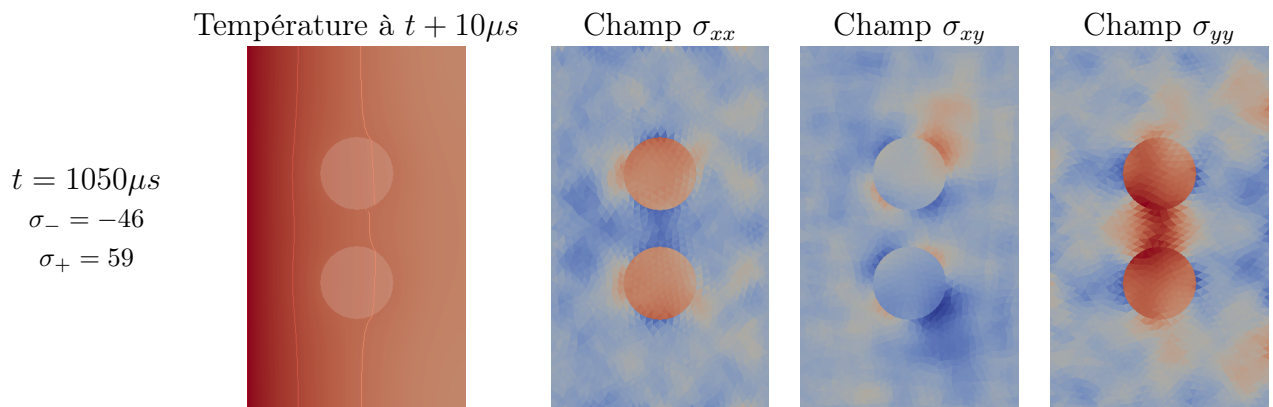


FIGURE 2.35 – Comportement thermo-mécanique du bimatériau de type 1. De gauche à droite : temps et valeurs limites des contraintes (σ_- , σ_+ en MPa), champ de température, champs de contrainte σ_{xx} , σ_{xy} et σ_{yy} .

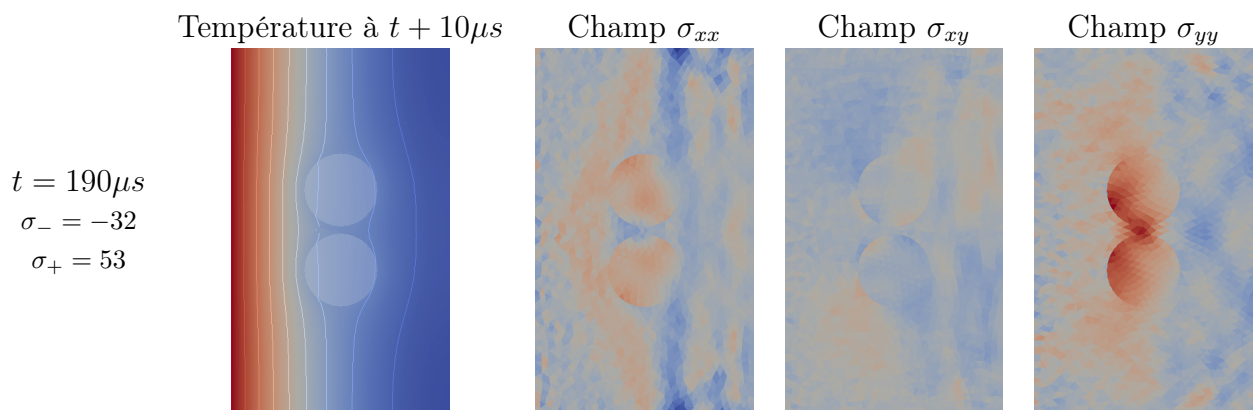


FIGURE 2.36 – Comportement thermo-mécanique du bimatériau de type 2. De gauche à droite : temps et valeurs limites des contraintes (σ_- , σ_+ en MPa), champ de température, champs de contrainte σ_{xx} , σ_{xy} et σ_{yy} .

3. ETUDE DES PARAMÈTRES MÉCANIQUES ET THERMIQUES DU MODÈLE ET VALIDATION

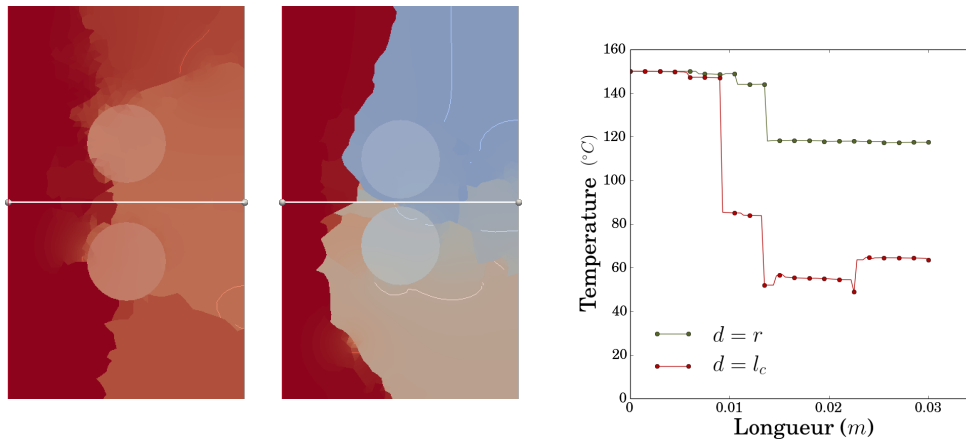


FIGURE 2.37 – Faciès de rupture et champs de température pour les type 1 et le type 2 à la fin de la simulation. De gauche à droite : champs thermiques du type 1 et 2, évolution de la température le long de ligne présente sur les champs.

4 Conclusion

Le traitement numérique du problème thermomécanique repose sur une résolution étagée. L'approche Non Smooth Contact Dynamics est utilisée pour la résolution des discontinuités mécaniques. La connaissance des variables internes résultant vient alors alimenter la résolution thermique. Deux cas sont considérés pour chaque interface. Dans le cas sain, on procède à une élimination de degrés de libertés. Dans le cas endommagé, un élément d'interface est introduit dans la résolution du système global de la thermique.

La seconde partie de ce chapitre a été consacrée à la calibration du modèle thermo-cohésif. L'influence des paramètres mécaniques a été discutée (énergie de rupture- contrainte critique) ainsi que l'influence des paramètres thermiques (longueur d'approximation du gradient thermique-conductivité du fluide dans la zone cohésive). Suite à ces études préliminaires, l'approximation du gradient est choisie avec une taille de maille ($h = l_c$).

Enfin, des expériences numériques ont montré une capacité du modèle proposé à représenter les phénomènes thermo-mécaniques dus à la fissuration d'un matériau hétérogène. On peut retenir les éléments suivants :

- la présence d'une pré-dégradation favorise l'initiation de fissure,
- l'orientation locale des pré-dégradations par rapport au front thermique a un impact sur la propagation de fissure,
- en fonction de la distance séparant deux inclusions, une concentration de contrainte peut être remarquée,
- un phénomène de multi-fissuration se produit conduisant à la formation de barrière thermique.

Dans l'annexe 2, trois simulations pré-dégradées (en aval, au médian et en amont de l'inclusion) avec une interface parfaitement conductrice sont présentées.

Le modèle sera appliqué dans le dernier chapitre à l'étude de l'influence de pré-dégradations dans la fissuration d'un volume élémentaire représentatif de béton.

Chapitre 3

Méthode d'*eigenerosion* et optimisation de la taille d'un VER cimentaire.

Les modèles de zones cohésives thermiques présentés précédemment permettent une étude thermomécanique fine de matériaux hétérogènes. Néanmoins, ces simulations numériques sont très coûteuses. Pour pallier ce problème une implémentation numérique reposant sur l'utilisation du calcul parallèle à mémoire distribuée a été réalisée. Par ailleurs dans la phase de recherche d'une taille de VER adapté une méthode numérique moins coûteuse, mais qui conserve la richesse des phénomènes physiques, a été utilisée.

Ce chapitre présente la stratégie retenue : la méthode d'*eigenerosion*. Elle repose sur une technique de suppression d'éléments dans un maillage Éléments Finis basée sur un critère énergétique. La méthode, initialement développée pour des matériaux homogènes par [93], est décrite et validée. Afin de traiter les matériaux cimentaires, la méthode est ensuite étendue aux matériaux hétérogènes.

Enfin, la recherche d'une taille de VER convenable pour la suite de l'étude est conduite.

1 Méthode d'*eigenerosion*

La méthode d'*eigenerosion* a été initialement développée par Pandolfi et al. [93] pour l'étude de la propagation de fissure fragile dans des matériaux homogènes.

La méthode respecte le cadre théorique de Francfort et Marigo [37] et assure ainsi un critère énergétique de type Griffith basé sur la notion de taux de restitution d'énergie critique G_c .

Soit Ω un solide supposé élastique de frontière Γ . C représente l'aire de la fissure, $\Gamma_{\mathbf{u}_{imp}}$ le bord où sont appliquées les conditions aux limites en déplacement et $\Gamma_{\mathbf{F}_{imp}}$ les conditions aux limites en contrainte. Sous ces conditions, l'énergie potentielle s'écrit :

$$E(\mathbf{u}, C, t) = \int_{\Omega \setminus C} W(\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}(\mathbf{u})) dV - \int_{\Gamma_{\mathbf{F}_{imp}}} \mathbf{F}_{imp} \cdot \mathbf{u} dS, \quad (3.1)$$

où $\Omega \setminus C$ représente le domaine privé de la surface de la fissure, u est le champ de déplacement correspondant, dV et dS sont les éléments de volume et d'aire, W est la densité d'énergie élastique du solide, \mathbf{F}_{imp} est le chargement appliqué sur le bord $\Gamma_{\mathbf{F}_{imp}}$ de la frontière de Ω et $\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}(\mathbf{u})$ l'opérateur de déformation linéaire élastique : $\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}(\mathbf{u}) = \nabla_s \mathbf{u}$. Sur $\Gamma_{\mathbf{u}_{imp}}$, on a : $\mathbf{u}(x) = \mathbf{u}_{imp}$ où \mathbf{u}_{imp} représente le déplacement imposé.

Une forme régularisée de la formulation variationnelle de [37] a été proposée par [114] sur la base d'une notion de pointe de fissure émoussée et d'un ϵ -voisinage C_ϵ du trajet de fissure :

$$F_\epsilon(\mathbf{u}, \underline{\boldsymbol{\varepsilon}}^*, t) = \int_{\Omega} W(\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}(\mathbf{u}) - \underline{\boldsymbol{\varepsilon}}^*) dV - \int_{\Gamma_{\mathbf{F}_{imp}}} \mathbf{F}_{imp} \cdot \mathbf{u} dS + G_c \frac{|C_\epsilon|}{2\epsilon} \quad (3.2)$$

où $\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}^*$ est un champ d'*eigendeformation* tel qu'introduit par [86], G_c est le taux de restitution d'énergie critique du milieu d'étude supposé homogène, ϵ est une longueur de régularisation destinée à tendre vers 0. Lorsque ϵ tend effectivement vers 0, la formulation variationnelle de Francfort et Marigo est retrouvée [114].

Dans la suite la mise en œuvre de la méthode est exposée.

2 Mise en œuvre

La méthode d'*eigenerosion* nécessite le calcul du taux de restitution d'énergie. Entre deux états de chargement, la variation ΔE des configurations énergétiques permet d'estimer la variation du taux de restitution d'énergie par la quantité $-\Delta E / \Delta A$ où ΔA est l'éventuel incrément d'avancée de fissure. Le calcul de ces deux quantités est détaillé dans le suite.

2.1 Incrément d'avancée de fissure ΔA

L'incrément d'avancée de fissure est calculé à l'aide de la notion d' ϵ -voisinage. Pour un maillage Éléments Finis comportant une fissure, représentée ici par des éléments érodés, l' ϵ -voisinage est défini comme la dilatation de cette fissure par une boule de rayon ϵ . La FIGURE 3.1 représente la propagation de fissure sur un incrément. À gauche, la configuration initiale est représentée par des éléments érodés contigus d'épaisseur l_c , et à droite, la propagation à une nouvelle maille K est décrite en gris. L'incrément d' ϵ -voisinage est la différence entre la mesure de l' ϵ -voisinage initial $|C_\epsilon|$ et celle du nouvel ϵ -voisinage après propagation $|(C \cup K)_\epsilon|$. Le calcul de l'incrément de fissure ΔA_K est ainsi le ratio de l'incrément d' ϵ -voisinage et d'une dimension caractéristique liée à la boule de dilatation (ici le diamètre) [114].

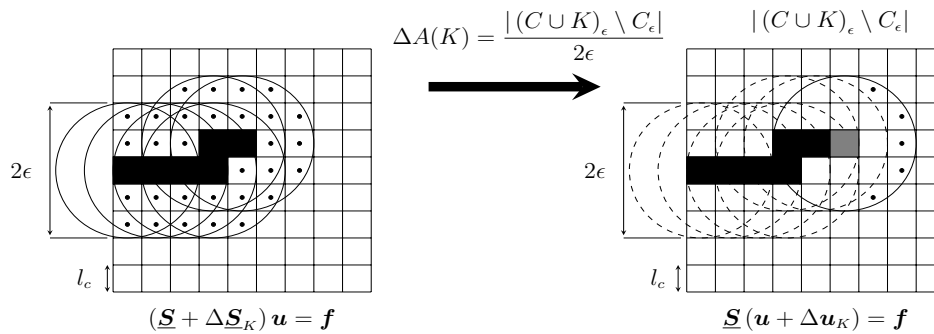


FIGURE 3.1 – Notion d' ϵ -voisinage et incrément de fissure associé.

La configuration initiale est présentée sur la FIGURE 3.1 (gauche). Les voisins associés à chaque maille constituant la fissure sont désactivés. À droite de la FIGURE 3.1, la maille en gris correspond à l'avancée éventuelle de la fissure.

L'incrément de fissuration ΔA_K pour un élément K s'écrit :

$$\Delta A_K = \frac{|(C \cup K)_\epsilon \setminus C_\epsilon|}{2\epsilon} \quad (3.3)$$

Lors de l'amorçage de fissure sur un bord, la longueur initiale est de $\frac{\pi\epsilon}{2}$ et est donc surévaluée. Un critère spécifique doit être utilisé. Dans cette étude, une longueur équivalente (L_{Equi}), égale au diamètre d'une boule ayant un volume équivalent au volume de l'élément, est considérée (voir TABLE 3.1).

Initiation de la fissure	Solution retenue
	$L_{Equi} = d,$ avec d le diamètre de la boule équivalente au volume de l'élément K (en gris)

TABLE 3.1 – Mise en évidence de la surestimation de la longueur incrémentale lors de l'initiation de la fissure à la frontière du domaine.

De plus, lorsque la fissure rencontre le bord du domaine, l' ϵ -voisinage n'est plus défini. La solution retenue est d'étendre le maillage au-delà du bord du domaine en conservant les mêmes propriétés topologiques (voir TABLE 3.2).

L'algorithme 3 décrit les principales étapes du calcul de l'incrément de longueur. l_c représente la taille de maille utilisée, d est le diamètre de la boule équivalente au volume de

Fissure arrivant sur le bord	Solution retenue

TABLE 3.2 – Fissure arrivant sur le bord du domaine. En blanc, status 0, en noir status 1, en hachure status 2, en point status 3

l'élément K . Les status des mailles correspondent à :

- status (K) = 0, l'élément est actif : c'est un élément du maillage à une distance supérieure à ϵ de la fissure,
- status (K) = 1, l'élément est supprimé : c'est un élément appartenant à la fissure (C),
- status (K) = 2, l'élément est dans le voisinage de la fissure : cette maille a servi de support pour le calcul de l'incrément de fissure ΔA_K ,
- status (K) = 3, l'élément est un nouveau voisin de la fissure : le volume de cette élément sert à calculer la valeur actuelle de ΔA_K .

```

Tant que ( $\forall K$  avec  $status(K) \neq 1$ ) faire
  | Tant que ( $K' \in$  la boule dilatante de centre  $K$  et de rayon  $\epsilon$ ) faire
  | | Si ( $status(K') == 3$ ) Alors
  | | |  $status(K') == 2$ 
  | | Fin Si
  | | Si ( $status(K') == 0$ ) Alors
  | | |  $status(K') == 3$  et  $K' \in K'_{new}$ 
  | | |  $V(K) = V(K) + V(K'_{new})$ 
  | | Fin Si
  | Fait
  |  $\Delta A_K = \frac{V(K)}{2\epsilon}$ 
  | Si ( $\Delta A_K > 2l_c$ ) Alors
  | |  $\Delta A_K = d$ 
  | Fin Si
Fait
    
```

Algorithme 3 – Algorithme de calcul de la longueur incrémentale de fissuration.

Dans la suite des calculs, on utilise d'une manière analogue à [93], une taille $\epsilon = 4l_c$.

2.2 Incrément d'énergie de fissuration ΔE

L'énergie de la structure est calculée comme la différence de l'énergie élastique de la structure avant et après la suppression des mailles (voir FIGURE 3.1). Pour une maille supprimée K , on note $\Delta \underline{\mathbf{S}}_K$ la matrice de rigidité de l'élément et $\Delta \mathbf{u}_K$ la variation du champ de déplacement. Avant propagation, on note $(\underline{\mathbf{S}} + \Delta \underline{\mathbf{S}}_K)$ la matrice de rigidité de la structure, \mathbf{u} le champ de déplacement, et \mathbf{f} le chargement extérieur.

Les deux configurations à l'équilibre et soumises à une force \mathbf{f} s'écrivent :

— avant fissuration :

$$(\underline{\mathbf{S}} + \Delta \underline{\mathbf{S}}_K) \mathbf{u} = \mathbf{f}, \quad (3.4)$$

— après fissuration :

$$\underline{\mathbf{S}} (\mathbf{u} + \Delta \mathbf{u}_K) = \mathbf{f}. \quad (3.5)$$

La différence d'énergie s'écrit :

$$\begin{aligned} -\Delta E_K = & \frac{1}{2} {}^T \mathbf{u} (\underline{\mathbf{S}} + \Delta \underline{\mathbf{S}}_K) \mathbf{u} - {}^T \mathbf{u} \mathbf{f} - \frac{1}{2} {}^T (\mathbf{u} + \Delta \mathbf{u}_K) \underline{\mathbf{S}} (\mathbf{u} + \Delta \mathbf{u}_K) \\ & + {}^T (\mathbf{u} + \Delta \mathbf{u}_K) \mathbf{f}. \end{aligned} \quad (3.6)$$

En développant les termes, on a :

$$\begin{aligned} -\Delta E_K = & \frac{1}{2} {}^T \mathbf{u} \underline{\mathbf{S}} \mathbf{u} + \frac{1}{2} {}^T \mathbf{u} \Delta \underline{\mathbf{S}}_K \mathbf{u} - {}^T \mathbf{u} \mathbf{f} - \frac{1}{2} {}^T \mathbf{u} \underline{\mathbf{S}} \mathbf{u} - \frac{1}{2} {}^T \Delta \mathbf{u}_K \underline{\mathbf{S}} \mathbf{u} \\ & - \frac{1}{2} {}^T \mathbf{u} \underline{\mathbf{S}} \Delta \mathbf{u}_K - \frac{1}{2} {}^T \Delta \mathbf{u}_K \underline{\mathbf{S}} \Delta \mathbf{u}_K + {}^T \mathbf{u} \mathbf{f} + {}^T \Delta \mathbf{u}_K \mathbf{f} \end{aligned} \quad (3.7)$$

puis en simplifiant :

$$-\Delta E_K = \frac{1}{2} {}^T \mathbf{u} \Delta \underline{\mathbf{S}}_K \mathbf{u} - \frac{1}{2} {}^T \Delta \mathbf{u}_K \underline{\mathbf{S}} \mathbf{u} - \frac{1}{2} {}^T \mathbf{u} \underline{\mathbf{S}} \Delta \mathbf{u}_K - \frac{1}{2} {}^T \Delta \mathbf{u}_K \underline{\mathbf{S}} \Delta \mathbf{u}_K + {}^T \Delta \mathbf{u}_K \mathbf{f} \quad (3.8)$$

D'après (3.4), on a :

$$\mathbf{f} = (\underline{\mathbf{S}} + \Delta \underline{\mathbf{S}}_K) \mathbf{u} \quad (3.9)$$

$$\begin{aligned} -\Delta E_K = & \frac{1}{2} {}^T \mathbf{u} \Delta \underline{\mathbf{S}}_K \mathbf{u} - \frac{1}{2} {}^T \Delta \mathbf{u}_K \underline{\mathbf{S}} \mathbf{u} - \frac{1}{2} {}^T \mathbf{u} \underline{\mathbf{S}} \Delta \mathbf{u}_K - \frac{1}{2} {}^T \Delta \mathbf{u}_K \underline{\mathbf{S}} \Delta \mathbf{u}_K \\ & + {}^T \Delta \mathbf{u}_K (\underline{\mathbf{S}} + \Delta \underline{\mathbf{S}}_K) \mathbf{u} \end{aligned} \quad (3.10)$$

En simplifiant :

$$-\Delta E_K = \frac{1}{2} {}^T \mathbf{u} \Delta \underline{\mathbf{S}}_K \mathbf{u} - \frac{1}{2} {}^T \Delta \mathbf{u}_K \underline{\mathbf{S}} \Delta \mathbf{u}_K + {}^T \Delta \mathbf{u}_K \Delta \underline{\mathbf{S}}_K \mathbf{u} \quad (3.11)$$

Les équations (3.4) et (3.5) permettent d'expliciter $\Delta \mathbf{u}_K$:

$$\Delta \mathbf{u}_K = \underline{\mathbf{S}}^{-1} \Delta \underline{\mathbf{S}}_K \mathbf{u} \quad (3.12)$$

En utilisant l'expression de $\Delta \mathbf{u}_K$, l'équation (3.11) devient :

$$-\Delta E_K = \frac{1}{2} \mathbf{u}^T \Delta \underline{\mathbf{S}}_K \mathbf{u} - \frac{1}{2} \mathbf{u}^T \Delta \underline{\mathbf{S}}_K \underline{\mathbf{S}}^{-1} \underline{\mathbf{S}} \underline{\mathbf{S}}^{-1} \Delta \underline{\mathbf{S}}_K \mathbf{u} + \mathbf{u}^T \Delta \underline{\mathbf{S}}_K \underline{\mathbf{S}}^{-1} \Delta \underline{\mathbf{S}}_K \mathbf{u} \quad (3.13)$$

Finalement, la différence d'énergie s'écrit :

$$\boxed{-\Delta E_K = \underbrace{\frac{1}{2} \mathbf{u}^T \Delta \underline{\mathbf{S}}_K \mathbf{u}}_{\Delta E_K^{ele}} + \underbrace{\frac{1}{2} \mathbf{u}^T \Delta \underline{\mathbf{S}}_K \underline{\mathbf{S}}^{-1} \Delta \underline{\mathbf{S}}_K \mathbf{u}}_{\Delta E_K^{struct}}} \quad (3.14)$$

On obtient une double contribution de la maille (variation de la raideur de la maille $\Delta \underline{\mathbf{S}}_K$) et de la structure (variation de la raideur globale $\Delta \underline{\mathbf{S}}_K \underline{\mathbf{S}}^{-1} \Delta \underline{\mathbf{S}}_K$).

On note que seule la contribution élémentaire est prise en compte dans [93]. Cette contribution est équivalente à une approximation de premier ordre et a pour conséquence de provoquer une rupture tardive (voir section 3.1).

Par la suite les deux termes sont pris en compte avec le calcul d'un prédicteur local ΔE_K^{ele} , puis de la contribution énergétique de la structure ΔE_K^{struct} .

2.3 Algorithme

L'implémentation de la méthode d'*eigenerosion* est décrite par l'algorithme 4 où t indique le temps, Δt le pas de temps, t_{final} est le temps final du calcul, K_0 l'ensemble des éléments candidats à l'érosion parmi les N éléments de la structure.

Tant que ($t < t_{final}$) **faire**

- a/ Evaluation de $-\Delta E_K$ (3.14), et de ΔA_K (3.3), $\forall K \in [1, N]$
- b/ Prédiction des éléments érodables K_0
- c/ Erosion et point fixe sur a/ si nécessaire
- d/ $t = t + \Delta t$

Fait

Algorithme 4 – Algorithme de la méthode d'*eigenerosion*

L'étape d'estimation (a) s'appuie sur les équations (3.3) et (3.14).

L'étape de prédiction (b) vise à classer l'ensemble des éléments de la structure en fonction d'une estimation locale du taux de restitution d'énergie, i.e. $-\Delta E_K / \Delta A_K$, sans prendre en compte la contribution structurale sur la variation d'énergie élastique ΔE_K :

$$\text{Crit}_{\text{homo}} = \text{ordonnement} \left(\frac{(1/2)^T \mathbf{u} \Delta \underline{\mathbf{S}}_K \mathbf{u}}{\Delta A_K} \right)$$

où l'opérateur d'ordonnement classe chaque élément du plus grand taux de restitution d'énergie au plus petit.

L'étape d'érosion (c) consiste à supprimer les éléments sélectionnés par l'étape de prédiction et à vérifier si le critère de Griffith réel sur la structure (i.e. tenant compte de la contribution structurale dans la variation d'énergie) est dépassé : $-F_{tot} = \sum_K -\Delta E_K - \Delta A_K G_c > 0$.

Dans la suite, des cas tests de validation de la méthode d'*Eigenerosion* sont présentés.

3 Validation

3.1 Traction

Le cas test repose sur un essai en traction simple sur une plaque carrée proposé par [93]. La plaque est un carré de côté $a = 1m$ (voir FIGURE 3.2(a)). Le matériau est élastique (module d'Young $E = 1.06Pa$, coefficient de Poisson $\nu = 0.33$) avec un taux de restitution d'énergie critique de $G_c = 10^{-4} J.m^{-2}$. Une pré-fissure d'une profondeur $p = 0.25m$ est introduite sur le bord gauche. Les déplacements imposés sur les parties supérieure et inférieure sont respectivement $\mathbf{u}_{imp} = u_{imp} \vec{y}$ et $\mathbf{u}_{imp} = -u_{imp} \vec{y}$ avec $u_{imp} = 10^{-5}m$. Un maillage avec des quadrangles découpés en deux triangles est utilisé, avec une taille de maille de $l_c = 1/80m$, soit 12800 éléments. On effectue 2000 pas de chargement.

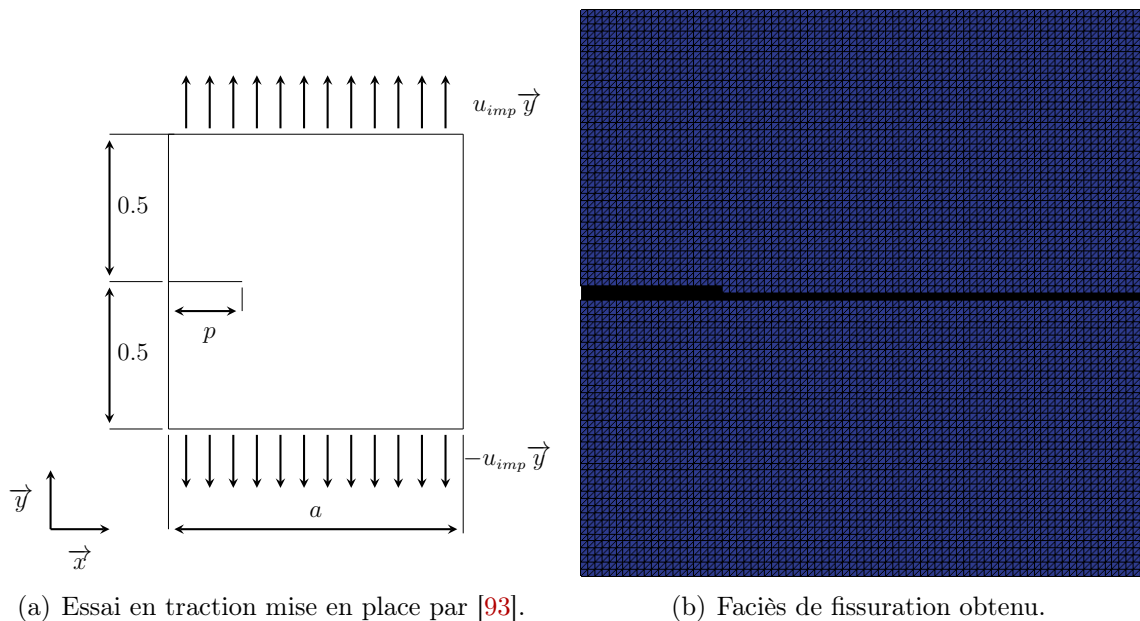
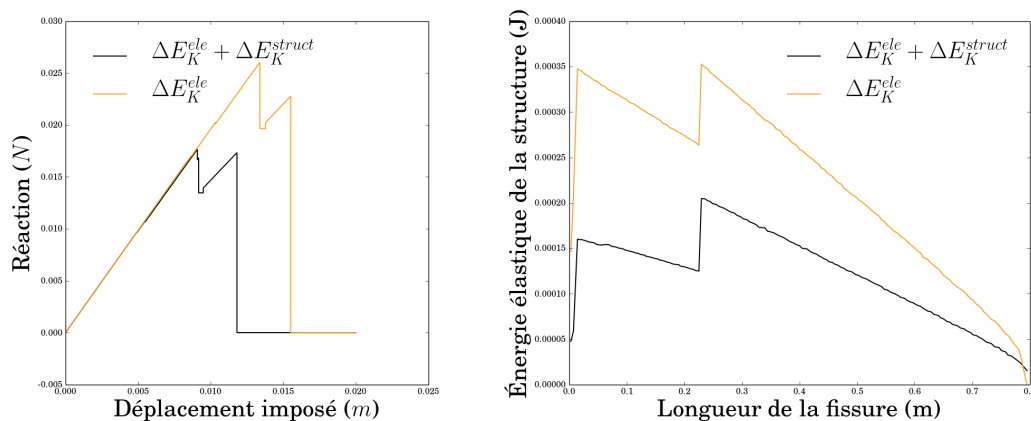


FIGURE 3.2 – Mise en place de l'essai de traction proposé par [93]. Présentation du résultat obtenu.

Les FIGURES 3.3(a) et 3.3(b) représentent respectivement la réaction en fonction du déplacement imposé et l'énergie en fonction de la longueur de fissure pour les résultats de référence issus de [93] (local ΔE_K^{ele}) et les résultats avec un critère complet (local ΔE_K^{ele} et global ΔE_K^{struct}).

3. VALIDATION



(a) Réaction vs déplacement imposé. (b) Énergie élastique de la structure vs longueur de fissure.

FIGURE 3.3 – Comparaison entre le critère local ΔE_K^{ele} et critère complet $\Delta E_K^{ele} + \Delta E_K^{struct}$.

Le comportement est élastique fragile. Le critère local entraîne une propagation tardive de la fissure. Sur la FIGURE 3.3(b), l'énergie décroît pendant la propagation de la fissure.

3.2 Flexion 3 points

L'objectif de ce cas test est d'illustrer la capacité de la méthode à simuler la propagation de fissures sous un chargement complexe (mode I et II).

Le cas test concerne une poutre contenant trois trous en flexion [130]. La FIGURE 3.4 représente la géométrie de cet essai. Les dimensions associées sont $k = 3.175 \text{ cm}$, $h = 5.08 \text{ cm}$, $d = 10.16 \text{ cm}$, $l/2 = 25.4 \text{ cm}$ et le rayon des trois trous est $r = 0.635 \text{ cm}$. Une pré-fissure est introduite sur la partie inférieure de l'éprouvette dont la profondeur et l'emplacement sont des variables de l'étude (voir TABLE 3.3). La poutre est en PMMA (module d'Young $E = 300 \text{ MPa}$, coefficient de Poisson $\nu = 0.4$) avec un taux de restitution d'énergie critique $G_c = 29.10^{-3} \text{ J} \cdot \text{m}^{-2}$. Un déplacement est imposé $\mathbf{u}_{imp} = -u_{imp} \vec{y}$ avec $u_{imp} = 10^{-2} \text{ m}$ au centre de la partie supérieure.

Le maillage est une triangulation de Delaunay avec une taille de maille de $l_c = 1.10^{-3} \text{ m}$, soit 160000 éléments.

L'incrément de chargement est $\Delta t = 10^{-2} \text{ s}$ et le nombre total d'incréments est $nb_{tot} = 700$.

Deux configurations sont étudiées dépendant de l'emplacement et de la profondeur de la pré-fissure (voir TABLE 3.3). Ces configurations entraînent des faciès de fissuration différents (voir FIGURE 3.5 (a)).

Les faciès de fissuration obtenus par [130] sont présentés sur la FIGURE 3.5(a) pour les deux configurations. La FIGURE 3.5(b) présente les faciès obtenus par la méthode d'*eigenrosion*. Les faciès de rupture sont similaires. La méthode semble efficace en mode mixte.

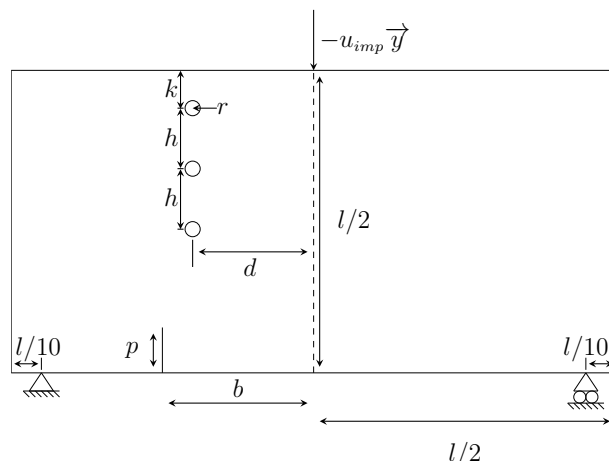


FIGURE 3.4 – Géométrie du cas test proposé par [130].

configuration	profondeur p	décalage b
type 1	$3.81 \cdot 10^{-2} \text{ m}$	$12.7 \cdot 10^{-2} \text{ m}$
type 2	$2.54 \cdot 10^{-2} \text{ m}$	$14.24 \cdot 10^{-2} \text{ m}$

TABLE 3.3 – Emplacement et profondeur de l'encoche pour les deux configurations différentes envisagées.

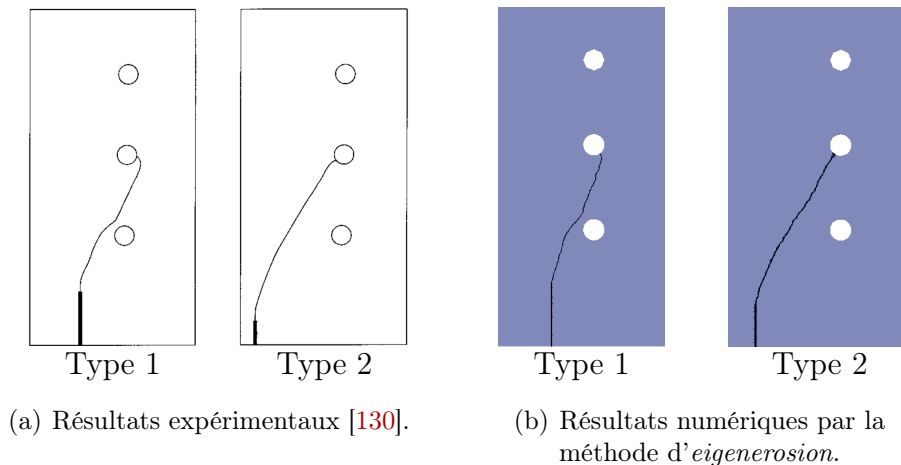


FIGURE 3.5 – Comparaison expérimental/numérique des faciès de rupture.

3.3 Dynamique

Le cas test considéré a été étudié expérimentalement par Kalthoff et Winkler [64]. Dans cette étude, aucun terme supplémentaire pour tenir compte de la fissuration dynamique n'est introduit (Freund [38]). Ainsi on peut considérer que le test est effectué en dynamique lente.

3. VALIDATION

Une éprouvette rectangulaire de dimension $0.2\text{ m} \times 0.1\text{ m}$ est soumise à une vitesse imposée $\mathbf{v} = v_0 \vec{x}$ avec $v_0 = 16.5\text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ sur le bord gauche contenant deux pré-fissures (longueur $a = 0.05\text{ m}$) (voir FIGURE 3.6).

Le matériau est un acier considéré purement élastique (module d'Young $E = 190\text{ GPa}$, coefficient de Poisson $\nu = 0.3$, masse volumique $\rho = 8000.0\text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$) avec un taux de restitution d'énergie critique $G_c = 22 \cdot 10^3\text{ J} \cdot \text{m}^{-2}$.

Le maillage est une triangulation de Delaunay avec une taille de maille $l_c = 1.10^{-3}\text{ m}$, soit 60000 éléments.

Le pas de temps est $\Delta t = 1\mu\text{s}$ et le temps final est $t_{tot} = 120\mu\text{s}$.

Le faciès de rupture est comparé aux résultats de Belytschko *et al.* [7]. Les auteurs mettent en œuvre une méthode, basée sur la perte d'hyperbolicité du modèle, pour modéliser la propagation de fissures. La cinétique de propagation de fissure est comparée aux résultats de [7] et de Zang [138].

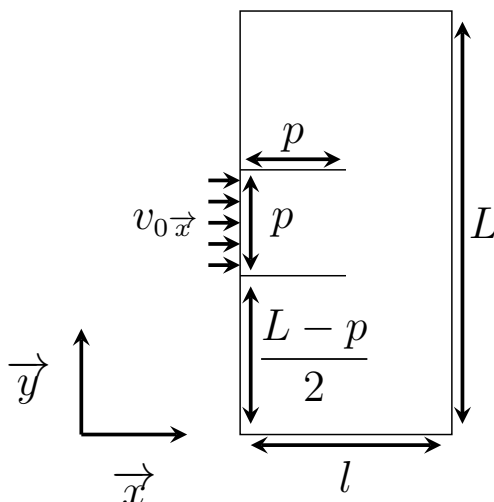


FIGURE 3.6 – Cas test dynamique de Kalthoff *et al.*.

La FIGURE 3.7 présente le faciès de rupture obtenu. Deux fissures se sont propagées. Quantitativement, les angles de $\pm 68^\circ$ entre les fissures et les pré-fissures initiales sont proches des résultats expérimentaux présentant un angle de $\pm 70^\circ$ (voir [64]).

Les FIGURES 3.8, 3.9, 3.10 et 3.11 présentent les faciès de rupture pour respectivement $t = 30\mu\text{s}$, $t = 46\mu\text{s}$, $t = 65\mu\text{s}$ et $t = 86\mu\text{s}$. Les résultats des simulations (droite) sont comparés à ceux de [7] (gauche).

La FIGURE 3.12 compare la cinétique de propagation de fissures avec les résultats de [7] et [138]. La fissure s'initie à $t = 26\mu\text{s}$ ce qui correspond au résultat de [7] ($t = 26.17\mu\text{s}$). La vitesse moyenne, calculée comme la somme des incréments de fissuration sur un pas de temps $\sum_i \sum_{K \in \text{Kdel}} \Delta A_K^{t_i} / \Delta t_i$, est de $1180\text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Ce résultat est en accord avec la vitesse des ondes de Rayleigh ($c_R = 2800\text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$) (ligne en pointillé sur la FIGURE 3.12(a)).

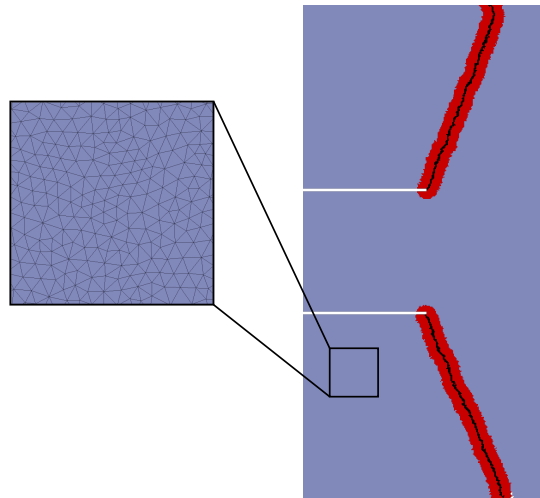


FIGURE 3.7 – Faciès de rupture : fissure (noir) et voisinage (rouge).

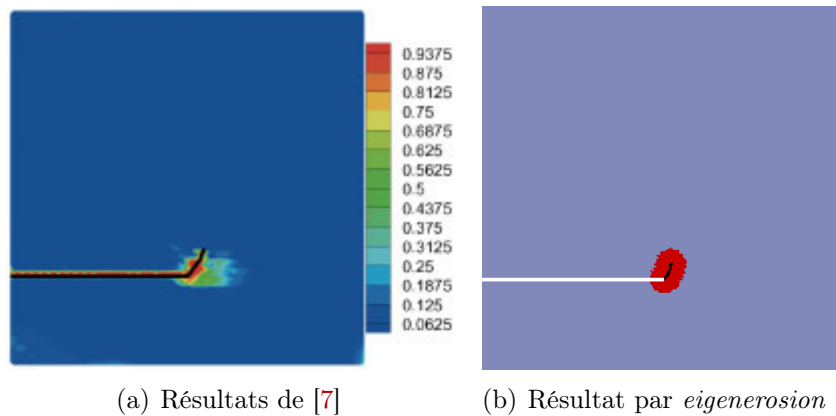


FIGURE 3.8 – Kalthoff et Winkler : faciès de rupture à $t = 30 \mu s$

L'évolution temporelle de la longueur de la fissure, calculée comme la somme des incréments de fissuration $\sum_{Ksup} \Delta A_K$ (voir section 2.1)), est présentée sur la FIGURE 3.12(b). Les résultats sont comparés à ceux de Zhang *et al.* [138]. La longueur obtenue, $84 \cdot 10^{-3} m$, est proche de la valeur théorique pour une fissure rectiligne et un angle de 68° ($83.5 \cdot 10^{-3} m$).

Les faibles différences obtenues peuvent être dues à l'absence de traitement spécifique de la dynamique dans le critère de propagation de la méthode d'*eigenerosion*.

3. VALIDATION

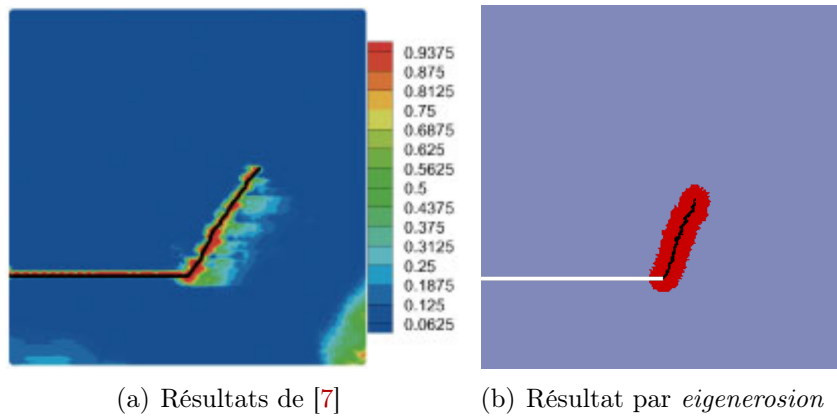


FIGURE 3.9 – Kalthoff et Winkler : faciès de rupture à $t = 46 \mu s$

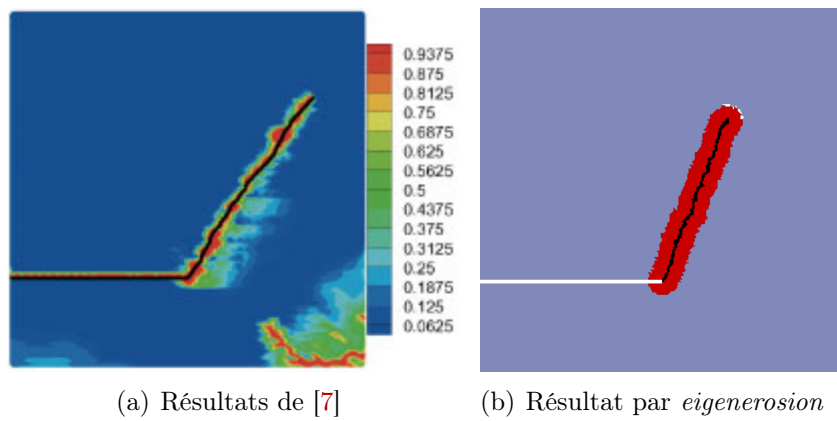


FIGURE 3.10 – Kalthoff et Winkler : faciès de rupture à $t = 65 \mu s$

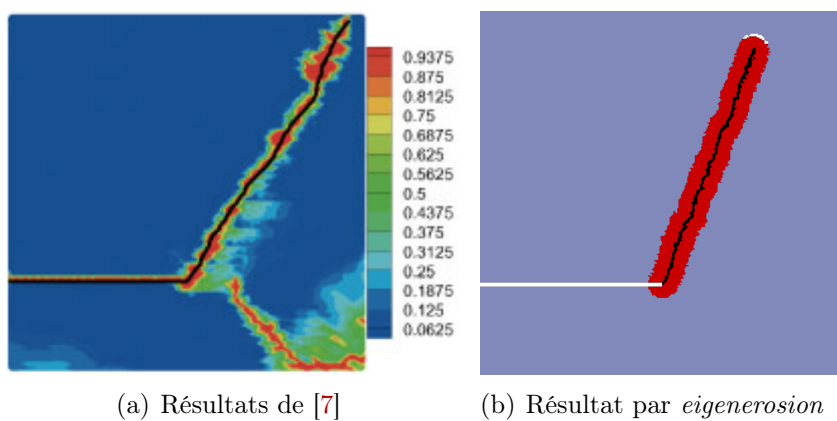


FIGURE 3.11 – Kalthoff et Winkler : faciès de rupture à $t = 86 \mu s$

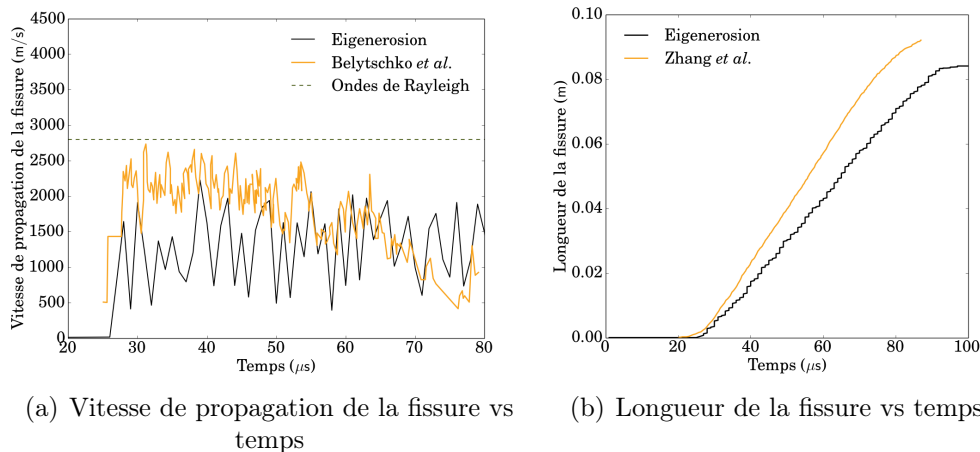


FIGURE 3.12 – Kalthoff et Winkler : comparaison de la vitesse de propagation de la fissure et de la longueur de fissuration avec [7] et [138].

4 Extension aux matériaux hétérogènes

Une extension de la méthode d'*eigenerosion* aux matériaux hétérogènes est proposée dans cette partie. Le critère de Griffith est modifié afin de prendre en compte les propriétés locales du matériau. La “validation” de ce nouveau critère repose sur la simulation de la fissuration d’un composite matrice-inclusion avec une interphase.

4.1 Modification du critère d'*eigenerosion*

Un hypothèse forte de cette extension est de supposer que le critère de Griffith est valable localement. Ainsi, un critère de Griffith local $G_c(K)$ est défini pour chaque maille K . Le prédicteur (b) de la méthode d'*eigenerosion* devient :

$$\text{Crit}_{\text{hétéro}} = \text{ordonnement} \left(\frac{(1/2)^T \mathbf{u} \Delta \mathbf{S}_K \mathbf{u}}{\Delta A_K G_c(K)} \right) \quad (3.15)$$

et le critère de Griffith pour l'érosion de l'élément K_0 :

$$-F_{\text{tot}} = \sum_K -\Delta E_{K_0} - \Delta A_{K_0} G_c(K_0) > 0 \quad (3.16)$$

L'algorithme de résolution n'est pas modifié et la modification de l'implémentation concerne essentiellement le calcul du critère de rupture.

4.2 Validation sur un composé matrice-inclusion avec interphase

Le cas test est une plaque carrée de côté $a = 10^{-1}m$ avec une pré-fissure de longueur $p = 25 \cdot 10^{-3}m$. Une inclusion rectangulaire ($l^{\text{inc}} = 20 \cdot 10^{-3}m$ et $H^{\text{inc}} = a/2$) est centrée et est entourée d'une interphase ($e = 2l_c$) (voir FIGURE 3.13). Les propriétés des différentes

4. EXTENSION AUX MATÉRIAUX HÉTÉROGÈNES

phases sont présentées dans la TABLE 3.4. Les déplacements imposés en haut et en bas sont respectivement $\mathbf{u}_{imp} = u_{imp} \vec{y}$ et $\mathbf{u}_{imp} = -u_{imp} \vec{y}$ avec $u_{imp} = 10^{-4}m$.

Le maillage est une triangulation de Delaunay avec une taille de maille de $l_c = 10^{-3} m$, soit 30000 éléments.

L'incrément de chargement est de $\Delta t = 10^{-2}s$ et le nombre total d'incréments est $nb_{tot} = 400$.

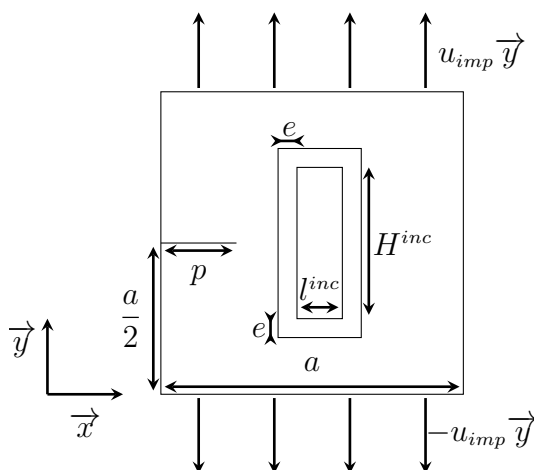


FIGURE 3.13 – Géométrie du cas test de validation de l'extension aux matériaux hétérogènes de la méthode d'*eigenosion*.

	inclusions	interphase	matrice
Young (GPa)	65	65	15
Poisson	0.25	0.25	0.2
G_c ($J.m^{-2}$)	60	{10, 40, 60}	20

TABLE 3.4 – Propriétés mécaniques utilisées lors de la validation de l'extension au cas hétérogène.

L'utilisation d'un critère de Griffith local permet de simuler les effets de pénétration/contournement dans les matériaux composites (FIGURE 3.14).

En particulier, la FIGURE 3.14 indique que :

- lorsque l'interphase est faible, $G_c^{int}/G_c^{inc} = 1/6$ (FIGURE 3.14(a)), la fissure se propage dans celle-ci en contournant l'inclusion,
- lorsque l'interphase est forte, $G_c^{int}/G_c^{inc} = 1$ (FIGURE 3.14(c)), la fissure traverse l'inclusion,
- lorsque l'interphase est d'une ténacité intermédiaire, $G_c^{int}/G_c^{inc} = 2/3$ (FIGURE 3.14(b)), une concurrence des phénomènes de pénétration/contournement intervient dans l'interphase.

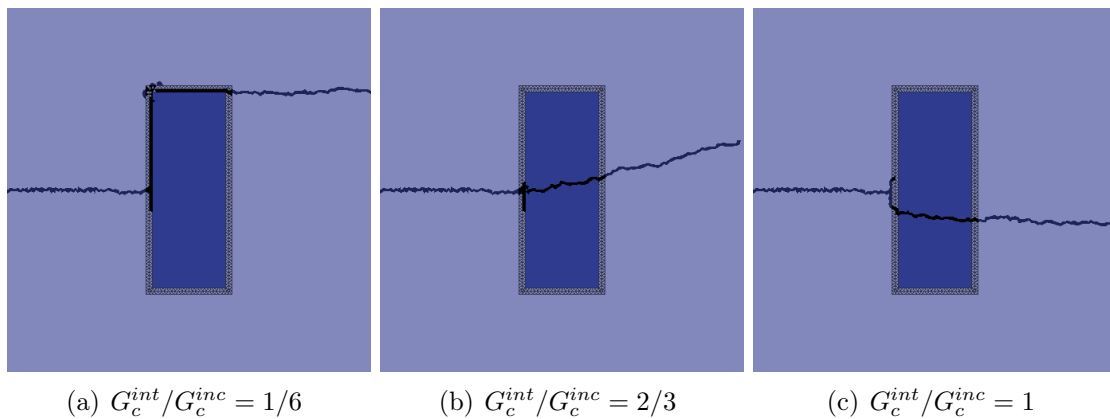


FIGURE 3.14 – Faciès de fissuration pour trois valeurs du taux de restitution d'énergie critique de l'interphase.

5 Application à l'étude morphologique de VER de milieux cimentaires

La méthode d'*eigenerosion* est appliquée pour la recherche d'une taille de VER adaptée à une étude thermomécanique à l'aide de modèles de zones cohésives. Pour cela, une analyse de la tortuosité apparente des macro-fissures de matériaux numériques équivalents à un matériau cimentaire est effectuée. La tortuosité est définie comme le rapport de la longueur de la plus petite fissure percolante sur la longueur théorique la plus courte. Une étude paramétrique sur la distribution de la taille des agrégats, la fraction volumique de granulats et leur étalement (rapport entre les tailles extrêmes des granulats) est conduite.

Une plaque rectangulaire de dimension $0.35m \times 0.2m$ contenant une pré-fissure de longueur $p = 25 \cdot 10^{-3}m$ est soumise à des déplacements imposés en haut et en bas : $\mathbf{u}_{imp} = u_{imp} \vec{y}$ et $\mathbf{u}_{imp} = -u_{imp} \vec{y}$ avec $u_{imp} = 10^{-5}m$.

Des granulats, avec une interphase, sont tirés aléatoirement dans la plaque. Les paramètres morphologiques des granulats (distribution de taille, fraction volumique, étalement) sont des paramètres de l'étude.

Les propriétés mécaniques sont définies dans la TABLE 3.4 avec une interphase faible ($G_c^{int}/G_c^{inc} = 1/6$).

Le maillage est une triangulation de Delaunay avec une taille de maille de $l_c = 1.75mm$ pour 60210 éléments.

L'incrément de chargement est de $\Delta t = 10^{-2}s$ et le nombre total d'incréments est $nb_{tot} = 550$.

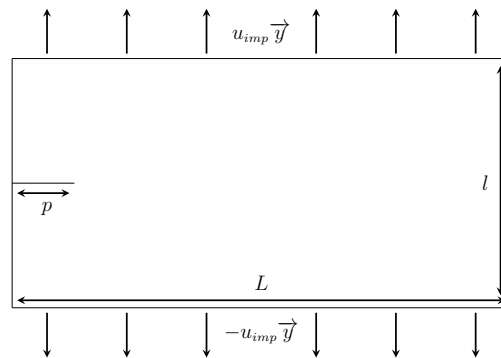


FIGURE 3.15 – Géométrie et chargement d'une éprouvette modèle pour la recherche d'un VER de béton en fissuration.

5.1 Tortuosité

La mesure de la tortuosité τ est tout d'abord illustrée pour un matériau homogène composé de matrice cimentaire. La longueur de fissure est obtenue comme la somme des incréments de fissure ΔA_K . Cette méthode assure une prise en compte des éventuelles bifurcations et donc une potentielle surestimation de la longueur percolée et par conséquent de la tortuosité.

Pour une fissure se propageant en mode I dans un matériau homogène, la tortuosité attendue est de 1 (propagation en ligne droite). Le faciès de la FIGURE 3.16 exhibe une tortuosité voisine de 1.055. Les résultats présentés pour la tortuosité seront donc considérés à $\pm 5.5\%$.

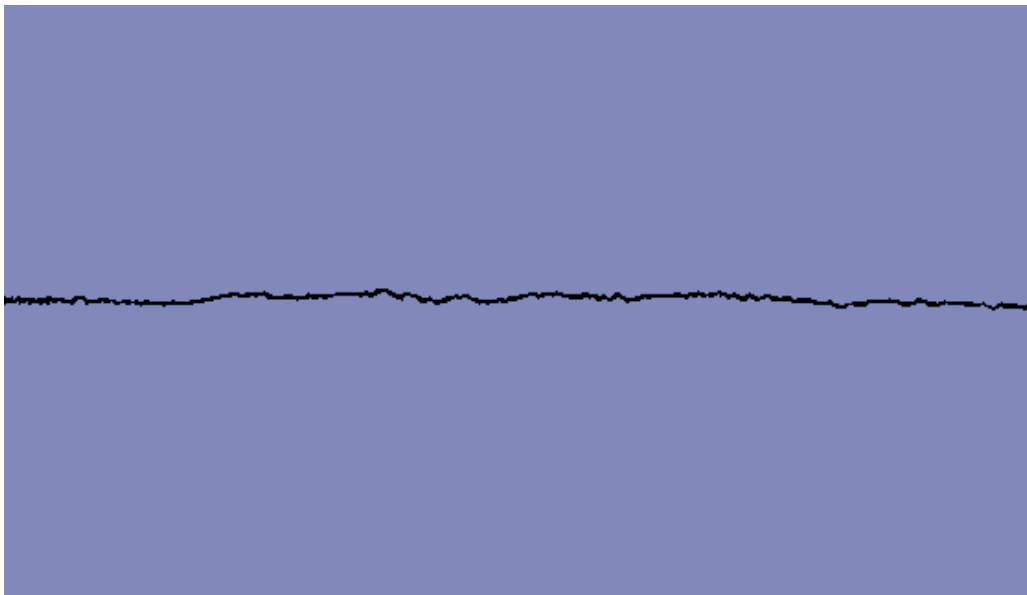


FIGURE 3.16 – Faciès de rupture pour un matériau homogène en traction.

Par ailleurs, les résultats de l'étude seront comparés aux résultats de Stroeven [121] qui, pour une fissure se propageant en ligne droite en contournant des inclusions sphériques distribuées aléatoirement et de fraction volumique ρ^p , prédit théoriquement une tortuosité de croissance affine avec ρ^p :

$$\tau = 1 + \left(\frac{\pi^2}{8} - 1 \right) \rho^p, \quad (3.17)$$

5.2 Effet de la distribution granulométrique

L'étude concerne une éprouvette cimentaire comportant 3 classes de tailles de granulats. Les trois classes sont à peu près représentatives des tailles de granulats que l'on trouve dans les milieux cimentaires : $R_{gros} = 10.5mm$, $R_{moyen} = 7.25mm$ et $R_{petit} = 5.25mm$. La fraction volumique totale des granulats est de 30%. Le paramètre est ici la fraction volumique de chaque classe. La TABLE 3.5 décrit les distributions considérées. Pour chaque distribution, cinq tirages aléatoires sont effectués. Ces tirages reposent sur une génération aléatoire de disques polydispersés selon un processus "noyau de cerise".

classe des granulats	gros	moyens	petits
diamètre ($10^{-3}m$)	20.1	14.5	10.5
distribution	fraction de la classe		
1	6%	14.25%	9.75%
2	9.75%	6%	14.25%
3	9.75%	14.25%	6%
4	6%	9.75%	14.25%
5	14.25%	6%	9.75%
6	14.25%	9.75%	6%
7	10%	10%	10%

TABLE 3.5 – Caractéristiques géométriques et distributions des différentes classes de granulats

La FIGURE 3.17 représente un faciès de rupture dans le cas de la distribution 1. La fissure se propage dans la matrice et dans les interphases (contournement des inclusions). À la différence de l'estimation analytique (3.17) de Stroeven la fissure ne se propage pas macroscopiquement en ligne droite. L'évolution de la tortuosité en fonction de la distribution considérée est indiquée sur la FIGURE 3.18.

Pour une fraction volumique d'inclusions de $\rho^p = 0.3$, l'estimation rectiligne de Stroeven (3.17) prévoit $\tau = 1.07$. La TABLE 3.6 montre que les tortuosités calculées sont supérieures à celle de la propagation rectiligne, comme attendu. De plus, les tortuosités obtenues pour les différentes distributions présentent un écart type maximal d'environ 4%, écart inférieur à la précision supposée et qui semblent donc indiquer que l'effet de la distribution granulaire est inférieure aux imprécisions liées à la discrétisation spatiale.

Dans la suite, les classes de granulats sont prises avec la même fraction volumique. Pour un mélange bidisperse gros-petits à une fraction volumique de 30%, la répartition

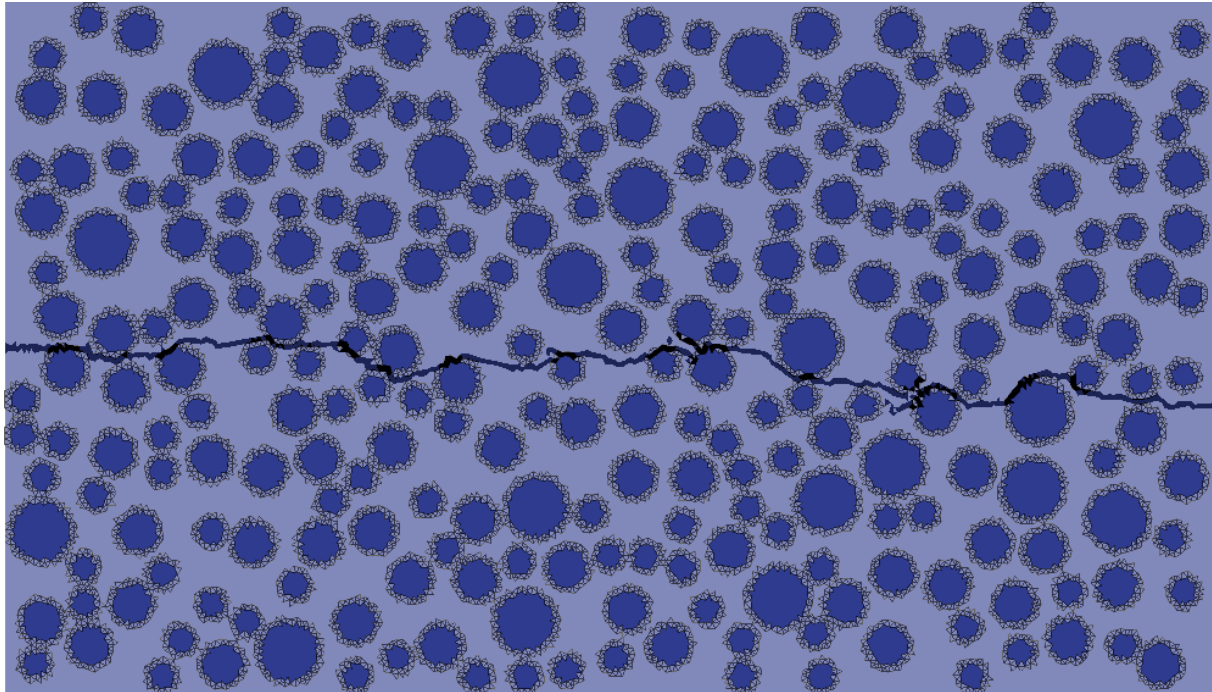


FIGURE 3.17 – Un faciès de rupture.

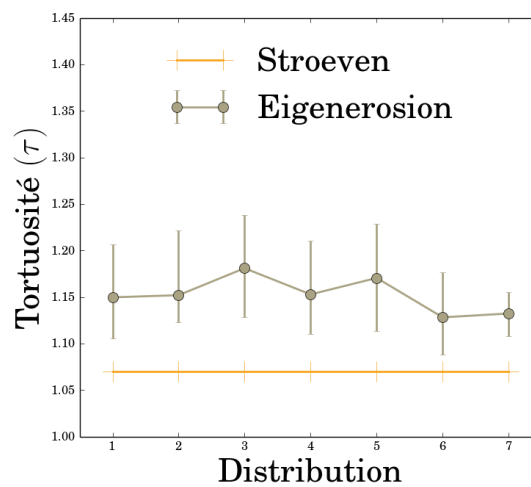


FIGURE 3.18 – Comparaison de la tortuosité avec l'estimation théorique (3.17) d'une propagation macroscopiquement rectiligne.

retenue est iso-fraction volumique : 15% de gros et 15% de petits.

5.3 Effet de l'étalement et de la fraction volumique totale

On considère ici des granulats bidisperses iso-fraction volumique pour deux étalements distincts. L'étalement est estimé par le rapport du diamètre de la classe granulaire de plus grande taille sur celui de la classe granulaire de plus petite taille. La TABLE 3.7 indique

CHAPITRE 3. MÉTHODE D'EIGENEROSION ET OPTIMISATION DE LA TAILLE D'UN VER CIMENTAIRE.

tortuosité	maximale	minimale	moyenne
distribution 1	1.21	1.11	1.15
distribution 2	1.22	1.12	1.15
distribution 3	1.24	1.13	1.18
distribution 4	1.21	1.11	1.15
distribution 5	1.23	1.11	1.17
distribution 6	1.18	1.09	1.13
distribution 7	1.16	1.11	1.14
moyenne sur les 7 distributions	1,21	1,11	1,15
écart relatif max	4%	2%	2.4%

TABLE 3.6 – Tortuosités obtenues après post-traitement des calculs

les tailles de granulats considérés pour des étalements de 2 et 3.

type de granulats	étalement de 2	étalement de 3
gros ($10^{-3}m$)	40	40
petit ($10^{-3}m$)	20	13.5

TABLE 3.7 – Taille des granulats pour les deux étalements considérés

La FIGURE 3.19 et la FIGURE 3.20 présentent des faciès dans le cas d'un étalement de 3 avec des fractions volumiques respectives de 30% et 40%.

La TABLE 3.8 présente les tortuosités numériques et les tortuosités rectilignes. Les résultats pour deux fractions volumiques de granulats (30% et 40%) et deux étalements (2 et 3) sont considérés.

fraction volumique		30%	40%
Stroeven	étalement de 2	1.07	1.10
	étalement de 3	1.07	1.10
numérique	étalement de 2	1.12	1.15
	étalement de 3	1.14	1.18
écart relatif maximum	étalement de 2	4%	4%
	étalement de 3	2.6%	4%

TABLE 3.8 – Tortuosités rectilignes et numériques obtenues pour deux étalements et deux fractions volumiques de granulats.

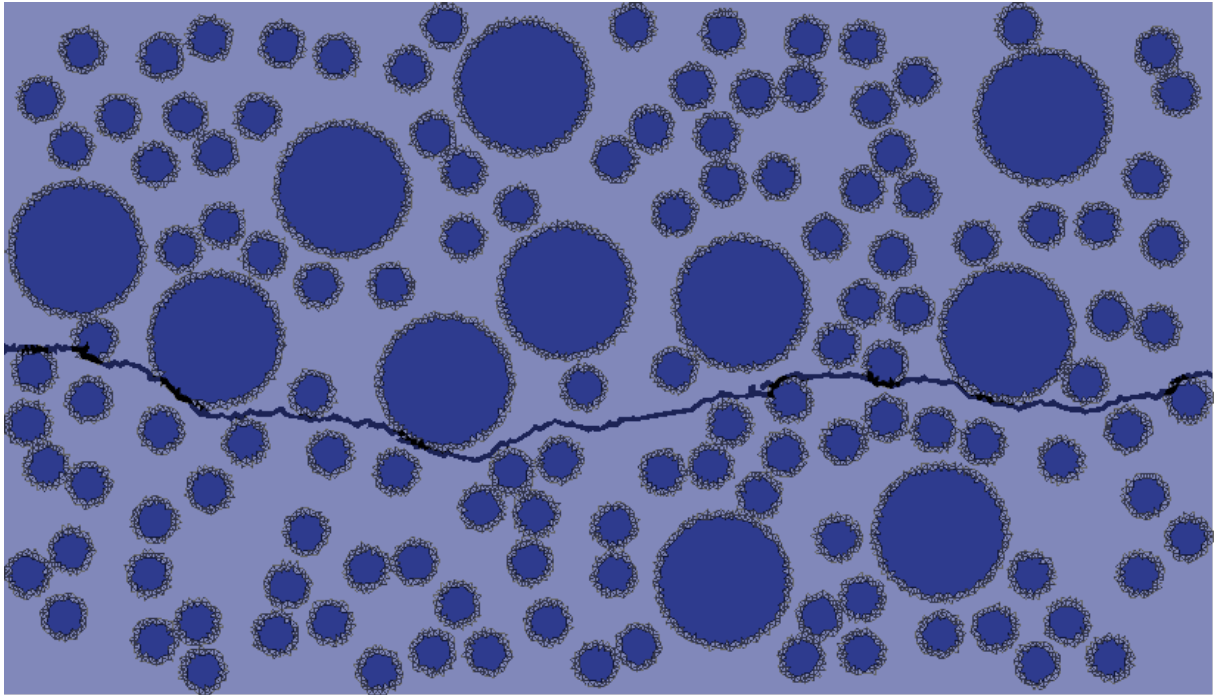


FIGURE 3.19 – Résultat pour une fraction volumique de granulats de 30% et un étalement de 3

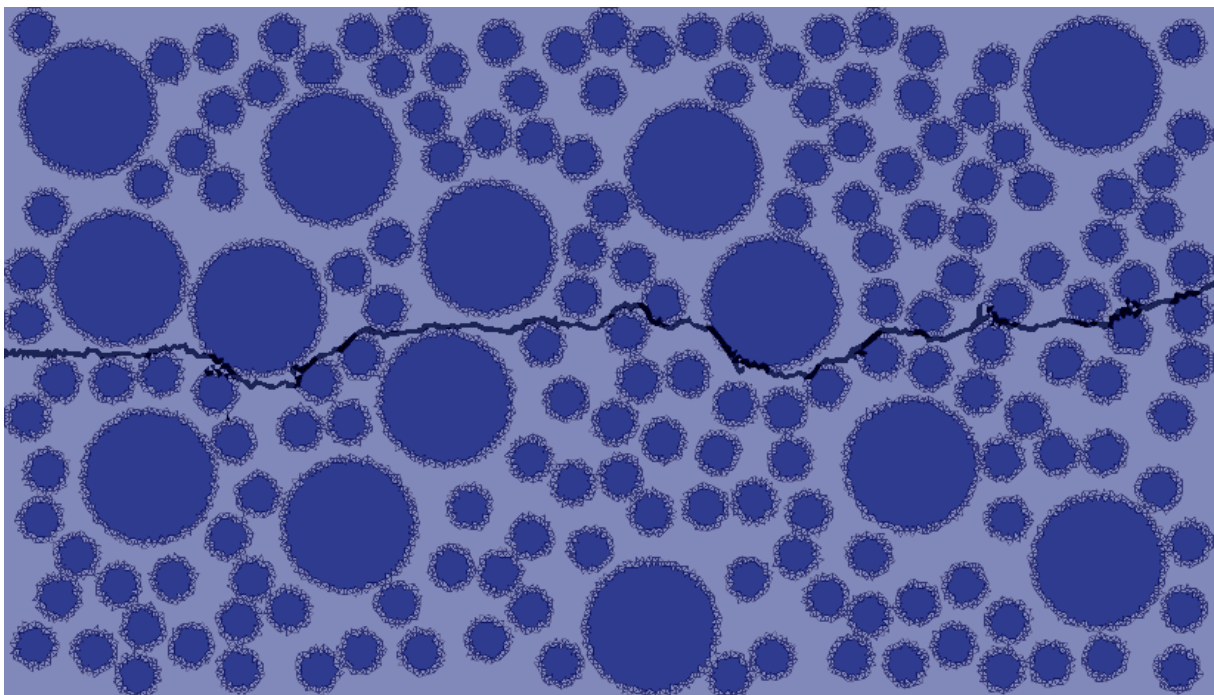


FIGURE 3.20 – Résultat pour une fraction volumique de granulats de 40% et un étalement de 3

La FIGURE 3.21 décrit l'évolution de la tortuosité en fonction de la fraction volumique

des granulats pour les deux étalements considérés. Les résultats sont comparés à ceux de Stroeven [121]. Les résultats sont du même ordre de grandeur que l'estimation de la tortuosité rectiligne tout en restant supérieurs. La tortuosité augmente avec la fraction volumique de granulats et semble également augmenter avec l'étalement.

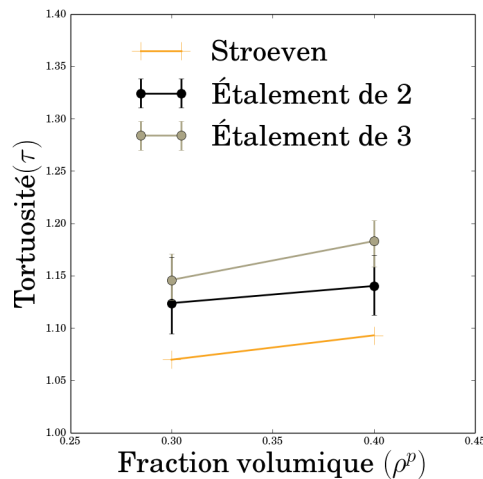


FIGURE 3.21 – évolution de la tortuosité en fonction de la fraction volumique pour deux étalements différents (2 en noir et 3 en gris) comparaison avec les expressions de Stroeven [121].

Dans le cadre des applications visées au-delà de ce travail de thèse et qui concernent les taux de fuites des enceintes de confinement des centrales nucléaires, cette sur-estimation de la tortuosité correspond à une sous-estimation du taux de fuite. Ainsi, si dans le cadre d'une étude de sûreté, l'approche proposée ici est utilisée, elle doit être perçue comme une approche du taux de fuite par valeur inférieure.

5.4 Choix d'une taille convenable de VER

L'étude paramétrique a montré une augmentation de la tortuosité avec l'étalement et la fraction volumique totale de granulat.

Dans ces deux études, deux différentes tailles de VER peuvent être définies en fonction de la dimension des plus gros granulats. Dans la première étude, les plus gros granulats ont un diamètre de 20.5mm et la longueur de l'éprouvette est de 0.35m . Cette longueur représente environ 18 gros granulats les uns à cotés des autres. Dans la seconde étude, les plus gros granulats ont un diamètre de 40mm et la longueur d'éprouvette est la même. Cette longueur représente environ 9 gros granulats. D'un point de vue statistique, l'écart type relatif est de 4% maximum sur l'ensemble des études. Ainsi cinq distributions suffisent pour une modélisation et une quantification de la tortuosité correcte.

D'après cette analyse, les VER du chapitre suivant doivent avoir une longueur minimale équivalente à la taille de 9 gros granulats dans la direction présumée de propagation de la fissure. De plus, d'une manière analogue aux études proposées dans cette partie,

cinq tirages aléatoires semblent suffisants pour obtenir un comportement moyen.

6 Conclusion

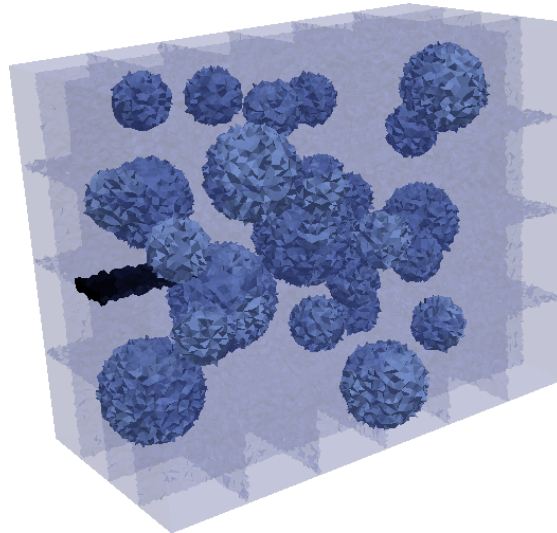
Ce chapitre a été consacré à la mise en œuvre de la méthode d'*eigenerosion*, méthode de suppression d'éléments reposant sur un critère énergétique pour la modélisation de la propagation de fissure. Le socle théorique est succinctement présenté puis la mise en œuvre numérique est décrite. Une contribution de la structure dans le calcul de l'énergie est notamment mise en évidence. Cette contribution a permis de traiter plusieurs cas complexes de fissuration. Les résultats sont en accord avec les résultats de la littérature.

L'objectif est l'étude d'un matériau cimentaire. Pour traiter ce type de matériau, la méthode d'*eigenerosion* a été étendue aux milieux hétérogènes. Cette extension repose sur l'hypothèse de l'existence d'un critère de Griffith local dans le matériau. Les critères ont été modifiés en prenant en compte ce caractère local. La démarche a été validée sur un composé matrice-inclusion. Les phénomènes de pénétration/contournement des inclusions ont été simulés avec succès.

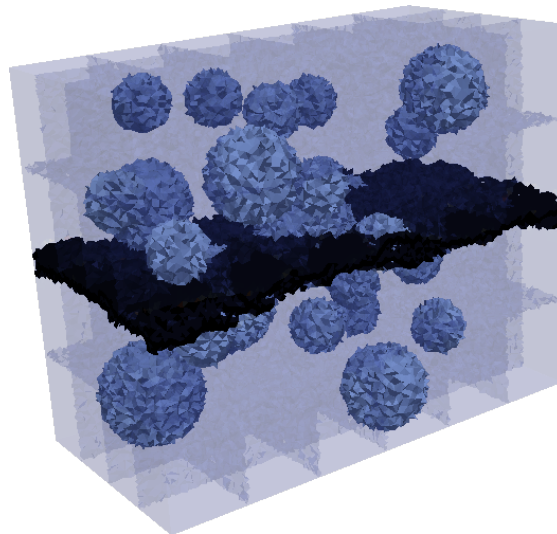
Une étude paramétrique de la distribution et de l'étalement et la fraction volumique des granulats a montré l'évolution de la tortuosité en fonction des paramètres. Un VER de taille adaptée, permettant d'accorder une certaine confiance aux résultats, a été proposé et sera utilisé dans la suite de l'étude.

La méthode d'*eigenerosion* comporte de nombreux avantages comme un coût de calcul réduit et une implémentation Éléments Finis aisée. Cependant certains paramètres sont à définir (taille de la ϵ -boule par exemple) et la méthode ne permet pas de prendre en compte une physique locale fine.

À titre démonstratif, la méthode a été utilisée pour la propagation de fissures dans un VER 3D (voir FIGURE 3.22).



(a) Configuration initiale.



(b) Faciès final.

FIGURE 3.22 – Fissuration dans un VER 3D de $0.1m \times 0.08m \times 0.05m$. Découpage du domaine sur 96 processeurs (représentés en transparence).

Chapitre 4

Étude thermo-mécanique d'un VER de béton pré-dégradé

Ce chapitre présente la caractérisation de l'influence de pré-dégradations d'origines physiques ou chimiques sur la fissuration d'un matériau cimentaire sous sollicitations thermiques. Le matériau de l'étude est un milieu représentant un béton constituant les enceintes de confinement des centrales nucléaires françaises.

La première section décrit la mise en place de l'étude paramétrique. Une attention particulière est portée d'une part sur la génération d'une microstructure numérique équivalente et d'autre part sur le tirage des pré-dégradations représentant les conséquences d'une réaction de type alcali-granulat. La seconde section traite de l'influence des pré-dégradations sur la propagation de fissures sous sollicitations thermiques.

1 Génération d'un Volume Élémentaire Représentatif de béton pré-dégradé

Cette partie est consacrée à la détermination d'un Volume Élémentaire Représentatif de béton pré-dégradé. Le volume doit d'une part être représentatif de la microstructure d'un béton de centrales nucléaires et d'autre part prendre en compte les dégradations obtenues à la suite d'une réaction de type alcali-granulat.

Sur la FIGURE 4.1, un exemple de béton est présenté [31]. Ce béton est similaire au béton constituant l'enceinte de confinement interne de la centrale de Civaux.

Dans cette étude, l'évolution de la dégradation n'est pas traitée et ses conséquences font parties des conditions initiales. Les dégradations sont ainsi prises en compte à l'aide de tirages aléatoires de défauts dans le matériau.

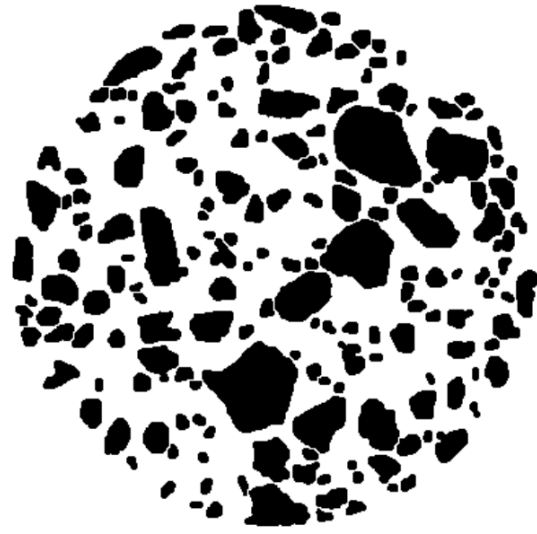
1.1 Microstructure équivalente d'un béton constituant l'enceinte de confinement de centrale nucléaire

Dans un premier temps, cette partie présente les caractéristiques morphologiques d'un béton ainsi que les propriétés thermo-mécaniques utilisées. La TABLE 4.1 présente les

1. GÉNÉRATION D'UN VOLUME ÉLÉMENTAIRE REPRÉSENTATIF DE BÉTON PRÉ-DÉGRADÉ



(a) Béton issu du projet Biloba



(b) Binarisation de l'image de droite

FIGURE 4.1 – Exemple de béton de centrale nucléaire [31].

fractions volumiques de granulats et de mortier (d'après [49, 67]).

Centrale	Chooz	Civaux B11	Civaux BHP	Flamanville	Paluel	Penly	moyenne
Mortier	58.2%	60.4%	58.7%	61.1%	60.4%	62.3%	$\simeq 60\%$
Granulats	41.8%	39.6%	41.3%	38.9%	39.6%	37.7%	$\simeq 40\%$

TABLE 4.1 – Fraction volumique des granulats et de la matrice pour les bétons utilisés dans six installations nucléaires [49, 67].

Dans la suite, 40% de granulats et 60% de mortier sont considérées.

Pour la granulométrie des agrégats, une analyse morphologique est effectuée sur la FIGURE 4.1(a).

Dans un premier temps, la FIGURE 4.1(b) montre une binarisation de l'image avec en noir, les granulats et en blanc, le mortier. Soit l'indice de circularité $\tau_{Circ} = \frac{4\pi \text{aire}}{\text{perimetre}^2}$, permettant de quantifier la circularité des granulats (1 pour des granulats circulaires et 0 pour des granulats très allongés). La FIGURE 4.2(a) présente l'histogramme de cet indice de circularité.

Une grande partie des granulats de la FIGURE 4.2(a) présentent une circularité proche de 1 et la circularité moyenne est une ellipse avec un aspect ratio (rapport du grand axe sur le petit axe) proche de 0.9. Ainsi, dans cette étude, des granulats sphériques sont considérés. Notons que cette hypothèse est également retenue dans les travaux de [119, 134, 20].

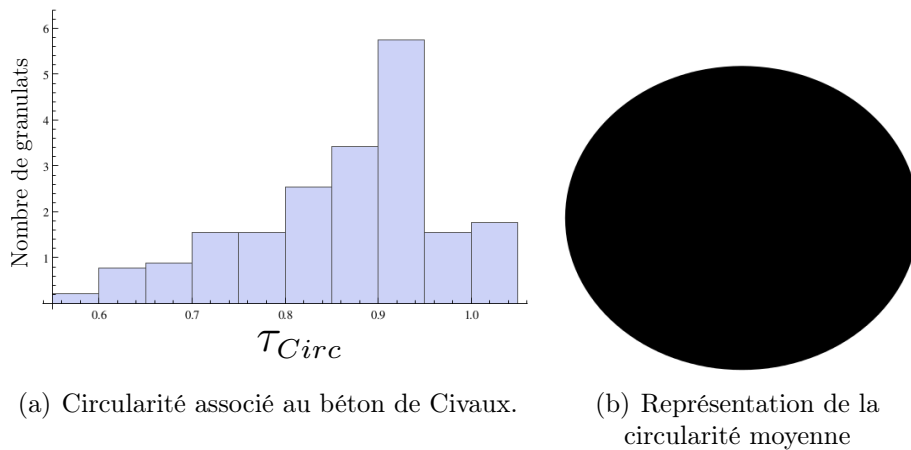


FIGURE 4.2 – Étude sur la circularité du béton de la FIGURE 4.1(a).

Dans un second temps, la granulométrie du mélange est étudiée. La FIGURE 4.3 présente l’histogramme de la distribution cumulée en fonction du diamètre réduit. Le diamètre réduit $d(x)$ vaut 1 pour le diamètre maximum et 0 pour le diamètre minimum. x est le diamètre courant entre d_{min} et d_{max} : $d(x) = \frac{x - d_{min}}{d_{max} - d_{min}}$. Dans l’échantillon de béton de la FIGURE 4.1(b), le rayon équivalent moyen est de $2mm$ et le rayon maximum est de $7.5mm$.

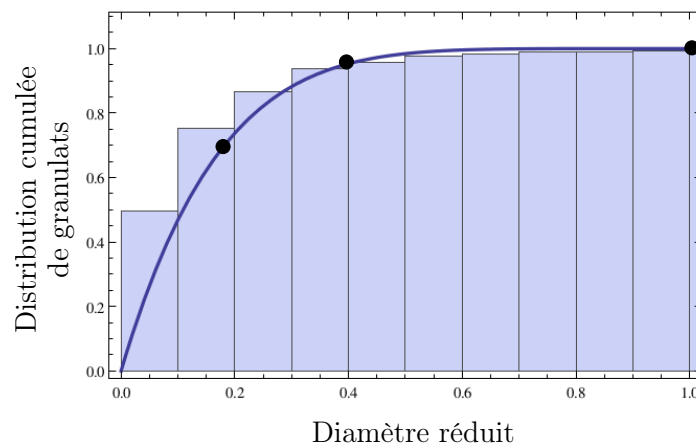


FIGURE 4.3 – Courbe granulométrique du béton.

Cet histogramme peut être approché par une courbe représentant la génération de la granulométrie (voir Voivret [131]). L’équation (4.1) permet de calculer la fraction volumique cumulée d’inclusions en fonction de la plage de taille des diamètres entrant en jeu :

1. GÉNÉRATION D'UN VOLUME ÉLÉMENTAIRE REPRÉSENTATIF DE BÉTON PRÉ-DÉGRADÉ

$$\gamma(d(x), a, b) = \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} \int_0^{d(x)} t^{d(x)-1} (1-t)^{b-1} dt \quad (4.1)$$

où la fonction $\Gamma(x)$ est définie par : $\Gamma(x) = \int_0^\infty t^{x-1} e^{-t} dt$ et les coefficients $a > 0$ et $b > 0$ sont deux paramètres décrivant la distribution.

Dans le cas du béton étudié ici, l'histogramme de distribution peut être approximé par $a = 1$ et $b = 6$ (voir FIGURE 4.3).

D'après les travaux de thèses de Menou [73] et Nguyen [88], les diamètres les plus élevés des granulats utilisés dans la fabrication du béton des enceintes de confinement est de l'ordre de $25mm$. On suppose que l'estimation de la FIGURE 4.3 permet de modéliser le béton avec cette étendue granulométrique. La TABLE 4.2 présente les 3 classes de granulats choisies et les fractions volumiques associées : $R_{min} = 5mm$, $R_{moy} = 7.5mm$ et $R_{max} = 10mm$.

taille	rayon (en mm)	fraction
gros	10	5%
moyen	7.5	25%
petit	5.	70%

TABLE 4.2 – Classes retenues et fractions volumiques associées.

Afin d'obtenir une statistique du comportement du béton, les agrégats sont tirés aléatoirement suivant les paramètres de la TABLE 4.2. Dans cette étude, 5 distributions sont considérées.

1.2 Propriétés thermo-mécaniques des constituants du béton

Les propriétés mécaniques sont issues des travaux de Granger [49], Le [67], Nguyen [88] et Menou [73]. Pour les propriétés thermiques des constituants du béton, Marshall [72] a proposé des propriétés pour la pâte cimentaire et différents types de granulats et Qomi et al. [104] ont proposé une étude sur les constituants de la pâte cimentaire.

Une synthèse de la plage de valeurs ainsi que les valeurs choisies sont présentées dans la TABLE 4.3 pour la pâte cimentaire et la TABLE 4.4 pour les granulats.

1.3 Dégradations représentatives des conséquences d'une réaction alcali-granat

Dans le cadre de l'étude que l'on propose, les effets associés au vieillissement du béton sont considérés comme une donnée initiale du problème. Dans l'annexe A, de nombreuses dégradations du béton sont présentées. D'une manière générale, l'interface entre les granulats et la matrice est un emplacement privilégié pour le développement de pré-dégradations. À titre d'exemple, dans le cas de la réaction alcali-silice, un gel se forme

CHAPITRE 4. ÉTUDE THERMO-MÉCANIQUE D'UN VER DE BÉTON PRÉ-DÉGRADÉ

propriété	plage	valeur choisie
module d'Young (GPa)	$E \in [14.2 - 18]$	15
coefficient de Poisson	$\nu \in [0.2 - 0.28]$	0.2
coefficient de dilatation (K^{-1})	$\alpha \in [5.10^{-6} - 1.10^{-4}]$	2.10^{-5}
masse volumique ($kg.m^{-3}$)	$\rho \in [22.10^2 - 3.10^3]$	29.10^2
conductivité thermique ($W.m^{-1}.K^{-1}$)	$\lambda \in [0.7 - 3.5]$	1
chaleur spécifique ($J.kg^{-1}.K^{-1}$)	$C_p \in [690 - 933]$	730

TABLE 4.3 – Propriétés thermo-mécaniques de la pâte cimentaire.

propriété	plage	valeur choisie
module d'Young (GPa)	$E \in [30 - 72]$	60
coefficient de Poisson	$\nu \in [0.2 - 0.28]$	0.2
coefficient de dilatation (K^{-1})	$\alpha \in [3.10^{-6} - 8.10^{-6}]$	4.10^{-6}
masse volumique ($kg.m^{-3}$)	$\rho \in [25.10^2 - 27.10^2]$	26.10^2
conductivité thermique ($W.m^{-1}.K^{-1}$)	$\lambda \in [1.2 - 4.5]$	3.2
chaleur spécifique ($J.kg^{-1}.K^{-1}$)	$C_p \in [730 - 880]$	840

TABLE 4.4 – Propriétés thermo-mécaniques des granulats.

autour des granulats et vient générer des contraintes à l'origine de la propagation de fissures (voir FIGURE 4.4).

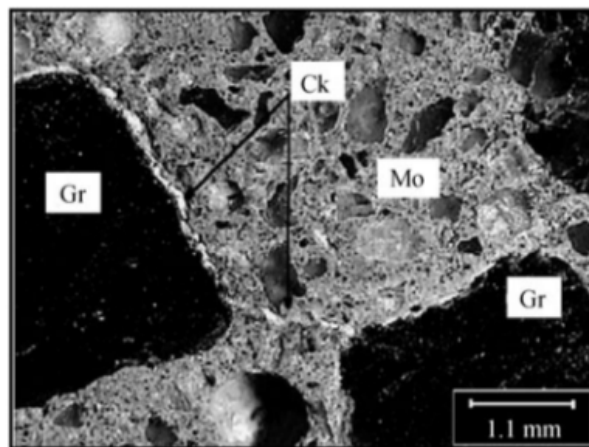


FIGURE 4.4 – Dégradation par réaction alcali-granulat. Présence de fissures (en blanc) sur le bord du granulat.

Dans cette étude, ces phénomènes sont représentés à l'aide de pré-dégradations initialement réparties dans les VERs.

Les pré-dégradations sont modélisées à l'aide de zones cohésives possédant des propriétés faibles devant celles de la matrice et des inclusions. Ces zones seront donc le lieu privilégié d'initiation de fissures dans l'échantillon. Le taux de pré-dégradation est défini comme le pourcentage d'interface ayant cette propriété.

1. GÉNÉRATION D'UN VOLUME ÉLÉMENTAIRE REPRÉSENTATIF DE BÉTON PRÉ-DÉGRADÉ

Pour chaque taux de pré-dégradation, on suppose que toutes les classes de granulats sont impactées. L'orientation ainsi que la longueur de chaque pré-dégradation sont tirées aléatoirement pour chaque granulat jusqu'à l'obtention de la surface totale souhaitée.

Pour chacune des 5 distributions de granulats, 5 taux de pré-dégradations sont considérées : $\tau_{pred} \in [0\%, 5\%, 10\%, 15\%, 20\%]$. Soit un ensemble de 25 VERs distincts. Pour l'évaluation de la vitesse de propagation de multi-fissures (voir la partie 2.2), 5 calculs complémentaires sont menées (un par distribution) avec un taux de pré-dégradation de $\tau_{pred} = 100\%$.

1.4 Échantillon numérique pré-dégradé

Les VERs sont rectangulaires de taille $300mm \times 150mm$ (voir FIGURE 4.5). La taille respecte le critère de représentativité décrit dans le chapitre 3 (taille supérieure à 9 fois la taille du plus gros granulat, ici $20mm$). La méthode "take-and-place" [78] est employée ici pour le dépôt des inclusions. Les granulats sont introduits aléatoirement dans le mortier sans recouvrement entre eux et avec le bord du domaine et suivant les paramètres de la section 1.1. Le maillage, de type Delaunay, est effectué a posteriori. Cette méthode permet d'obtenir une meilleure représentativité du béton (voir [14, 133]). Des défauts, représentant les conséquences des dégradations du béton, sont introduits dans la microstructure (à l'interface des éléments rouges et bleu de la FIGURE 4.5).

Une température de $150^\circ C$ est imposée sur la frontière gauche, les autres frontières sont considérées adiabatiques et la température initiale est $T_{ini} = 0^\circ$. Des conditions de bords libres mécaniques sont imposées sur toutes les frontières.

Afin d'éviter un écaillage précoce du bord d'application des sollicitations thermiques, une zone d'exclusion de fissuration est introduite (en jaune sur la FIGURE 4.5). Cette zone possède des propriétés cohésives élevées.

L'utilisation de modèles de zones cohésives entraînent l'introduction de comportements surfaciques entre les mailles. Les paramètres volumiques sont définis pour la matrice (mortier) et les inclusions (granulats) dans la section 1.2. Les paramètres surfaciques sont définis pour les interfaces matrice-matrice, matrice-inclusion, inclusion-inclusion, matrice-dégradation et inclusion-dégradation. La calibration des paramètres mécaniques des zones cohésives est proposée dans la section 3.2 du chapitre 2. Les TABLES 4.5 et 4.6 présentent les propriétés surfaciques thermo-mécaniques utilisées.

Le pas de temps est de $\Delta t = 1.10^{-7}s$ et le temps final est $t_{fin} = 10^{-3}s$. La taille de maille est de $l_c = 1.5mm$ pour environ 50000 éléments.

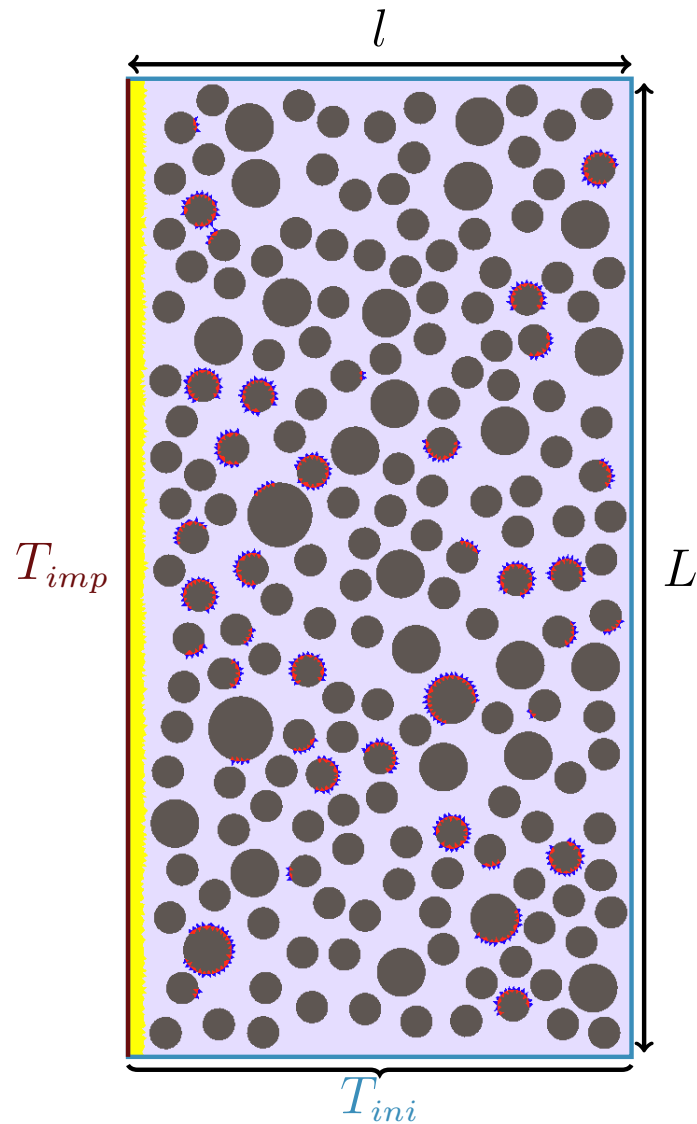


FIGURE 4.5 – Conditions aux limites, géométrie et phases utilisées pour l'étude paramétrique.

interface	\hat{R} (en Pa)	C_N (en Pa.m ⁻¹)	C_T (en Pa.m ⁻¹)	w (en J.m ⁻²)
zone d'exclusion	46.10^{19}	38.10^{13}	29.10^{13}	2.10^{10}
matrice-matrice	46.10^6	38.10^{13}	29.10^{13}	20
inclusion-inclusion	14.10^7	15.10^{14}	12.10^{14}	60
matrice-dégradation	46.10^6	38.10^{13}	29.10^{13}	20
inclusion-dégradation	14.10^7	15.10^{14}	12.10^{14}	60
dégradation-dégradation	46.10^{-9}	38.10^{13}	29.10^{13}	2.10^{-11}

TABLE 4.5 – Propriétés surfaciques mécaniques

1. GÉNÉRATION D'UN VOLUME ÉLÉMENTAIRE REPRÉSENTATIF DE BÉTON PRÉ-DÉGRADÉ

interface	$\lambda_1-\lambda_2$ (en $W.m^{-1}.K^{-1}$)	λ_3 (en $W.m^{-1}.K^{-1}$)
zone d'exclusion	$1.10^7-1.10^7$	25.10^2
matrice-matrice	$1.10^7-1.10^7$	25.10^2
matrice-inclusion	$1.10^7-32.10^6$	25.10^2
inclusion-inclusion	$32.10^6-32.10^6$	25.10^2
matrice-dégradation	$1.10^7-1.10^7$	25.10^2
inclusion-dégradation	$32.10^6-32.10^6$	25.10^2
dégradation-dégradation	$1.10^7-32.10^6$	25.10^2

TABLE 4.6 – Propriétés surfaciques thermiques

2 Résultats

Dans cette étude, 25 calculs sont effectués (5 distributions aléatoires de granulats et 5 taux de pré-dégradations par distribution). 5 calculs supplémentaires pour chaque distributions sont menés avec un taux de pré-dégradation de 100%. Ces calculs ne sont exploités que pour l'étude de la vitesse de propagation de multi-fissures (voir la partie 2.2 de ce chapitre). D'un point de vue numérique, chaque calcul est effectué à l'aide d'une architecture parallèle (MPI) sur la Plateforme de calcul scientifique haute performance HPC@LRⁱ.

Le temps de calcul total est d'environ 20000 heures CPU.

2.1 Faciès de rupture

Les FIGURES 4.6 et 4.7 présentent les faciès de fissuration superposés au champ thermique pour deux distributions avec respectivement 5% et 20% de dégradations. La multi-fissuration est représentée à l'aide de la variable d'endommagement β de la zone cohésive (en noir, $\beta < 0.2$, voir chapitre 2). Des isothermes à intervalle de $10^{\circ}C$ sont tracées sur les faciès du champ de température final.

Les FIGURES 4.6(a) et 4.6(b) présentent le champ de température et l'endommagement pour une pré-dégradation de 5% à l'instant initial et final.

Les interfaces pré-dégradées sont des lieux privilégiés pour l'initiation et la propagation de fissure. Deux phénomènes sont mis en évidences : une fissuration de type écaillante (partie supérieure gauche) entraînant la formation d'une barrière thermique (conductivité d'interface réduite) et une fissuration pénétrante (perpendiculaire au chargement thermique) dans le volume.

Les FIGURES 4.7(a) et 4.7(b) présentent les champs de température et l'endommagement initial et final avec une pré-dégradation de 20%. La fissuration est essentiellement écaillante sur le bord d'application des sollicitations thermiques. Le taux de pré-dégradations étant relativement élevé (20%), une barrière thermique est formée sur toute la surface empêchant l'initiation de nouvelles fissures en profondeur.

i. HPC@LR est un méso-centre de calcul financé par la Région Occitanie / Pyrénées-Méditerranée, la Métropole Montpellier Méditerranée et l'Université de Montpellier

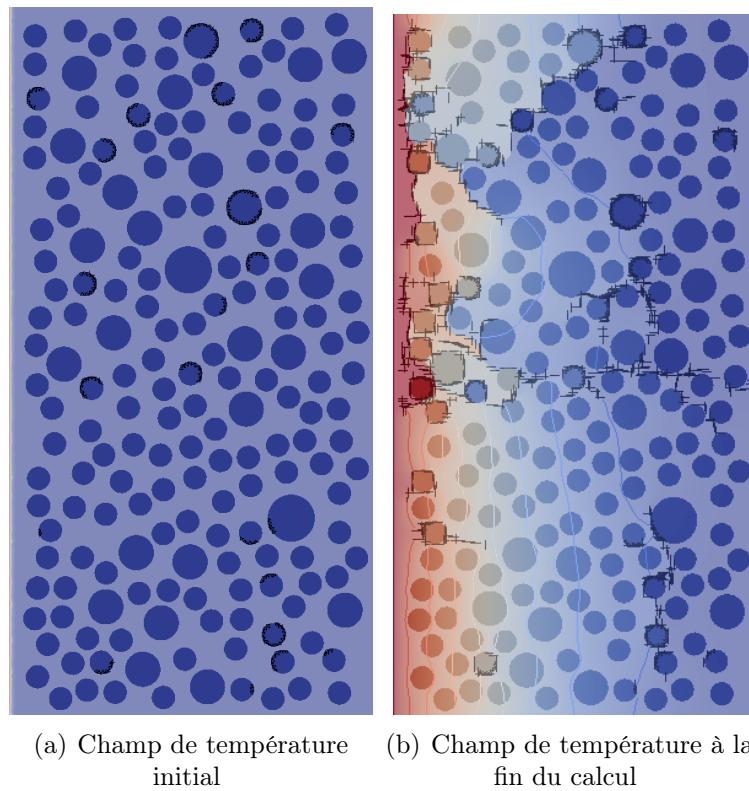


FIGURE 4.6 – Champs de température initial et final pour la distribution 3 avec une pré-dégradation de 5%.

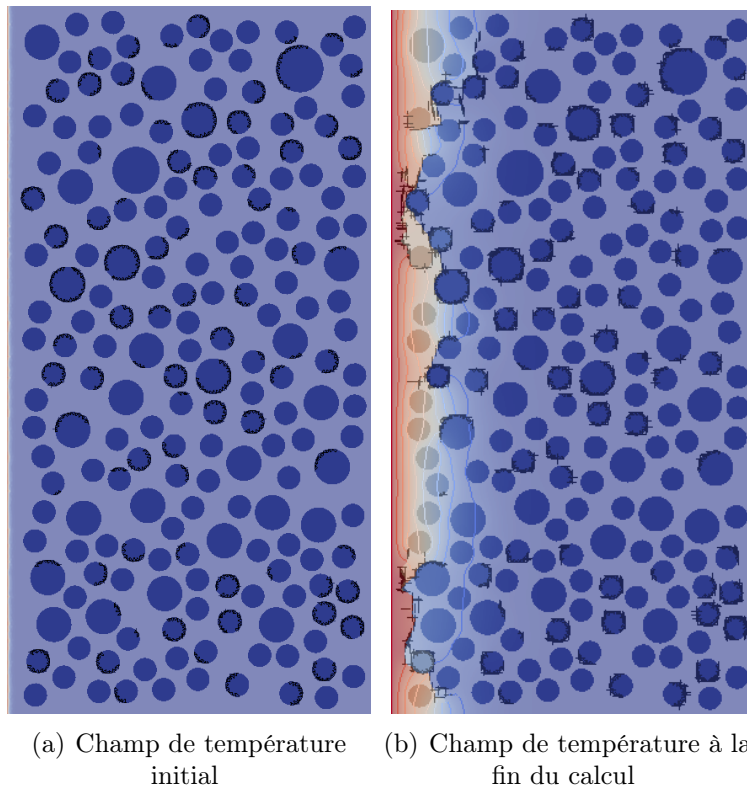


FIGURE 4.7 – Champs de température initial et final pour la distribution 1 avec une pré-dégradation de 20%.

2. RÉSULTATS

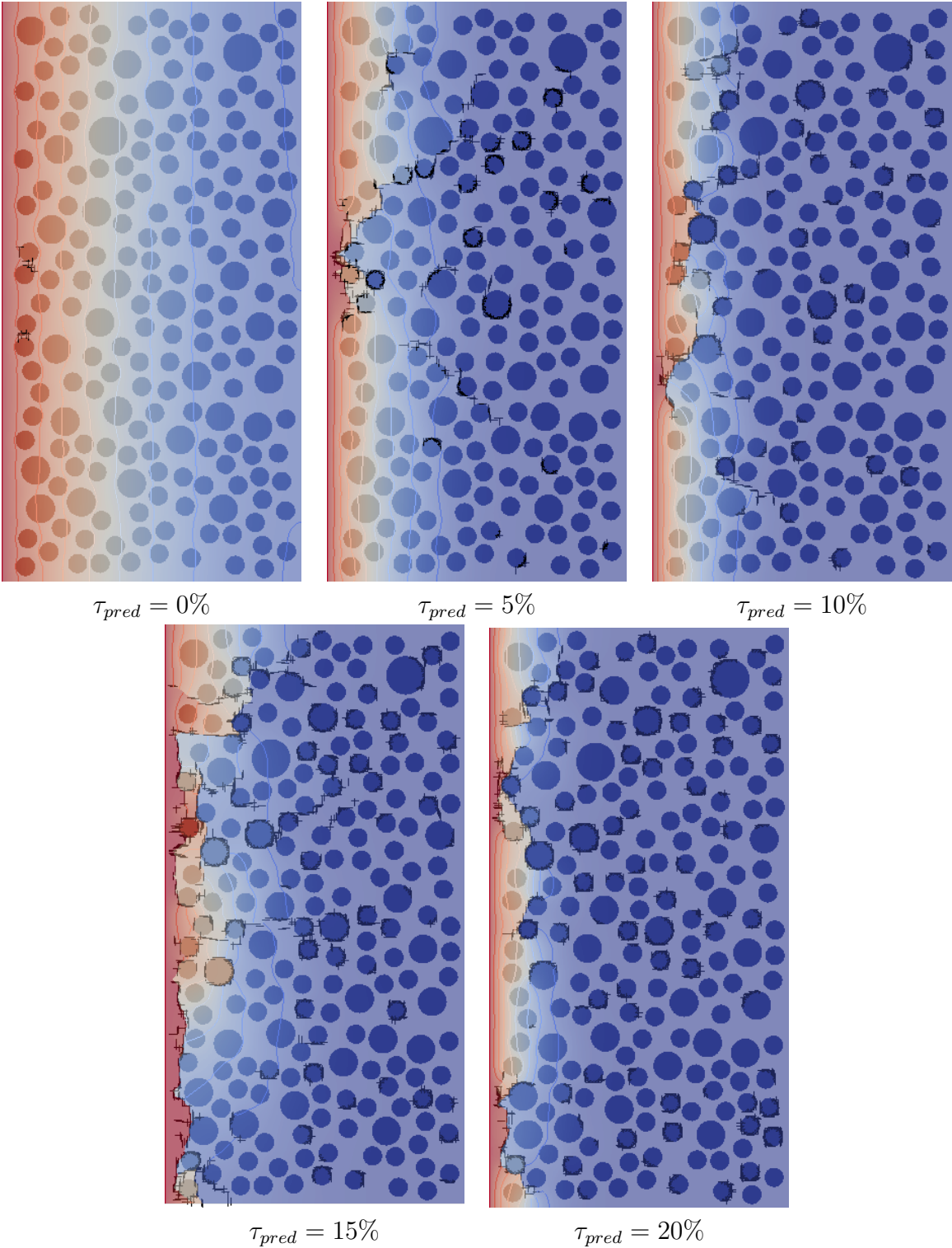
Dans la suite, l'ensemble des faciès de fissuration obtenus lors de la campagne de calcul est présenté.

Pour un état initial sain ($\tau_{pred} = 0\%$), la fissure s'initie dans les zones où plusieurs granulats sont proches.

Pour les simulations avec des taux de pré-dégradations faibles (5% – 10%), les fissures pénétrantes sont plus prononcées. Comme présenté précédemment, une barrière thermique se crée par la coalescence des fissures initiées par les pré-dégradations.

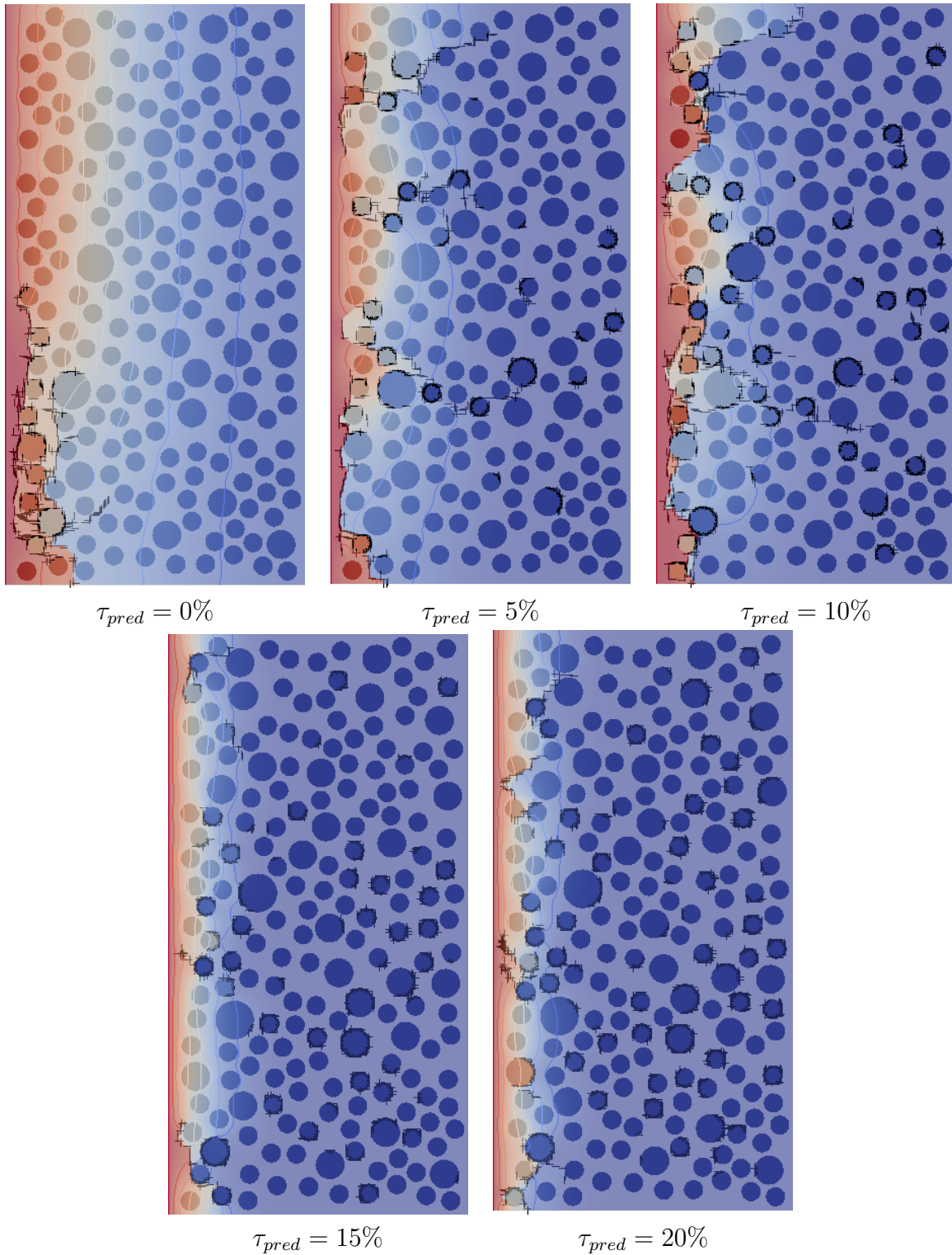
CHAPITRE 4. ÉTUDE THERMO-MÉCANIQUE D'UN VER DE BÉTON PRÉ-DÉGRADÉ

- Résultats pour la distribution 1

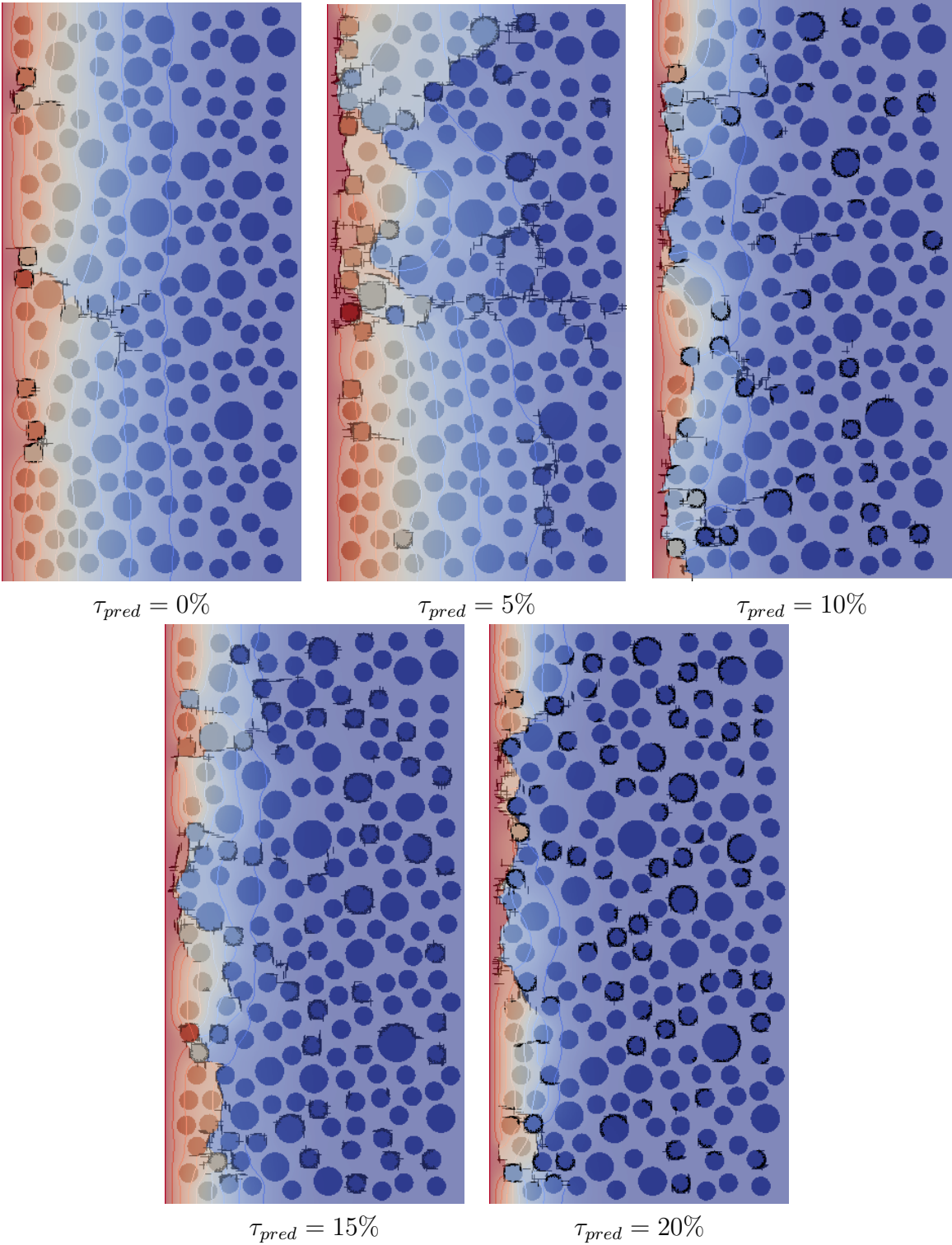


2. RÉSULTATS

- Résultats pour la distribution 2

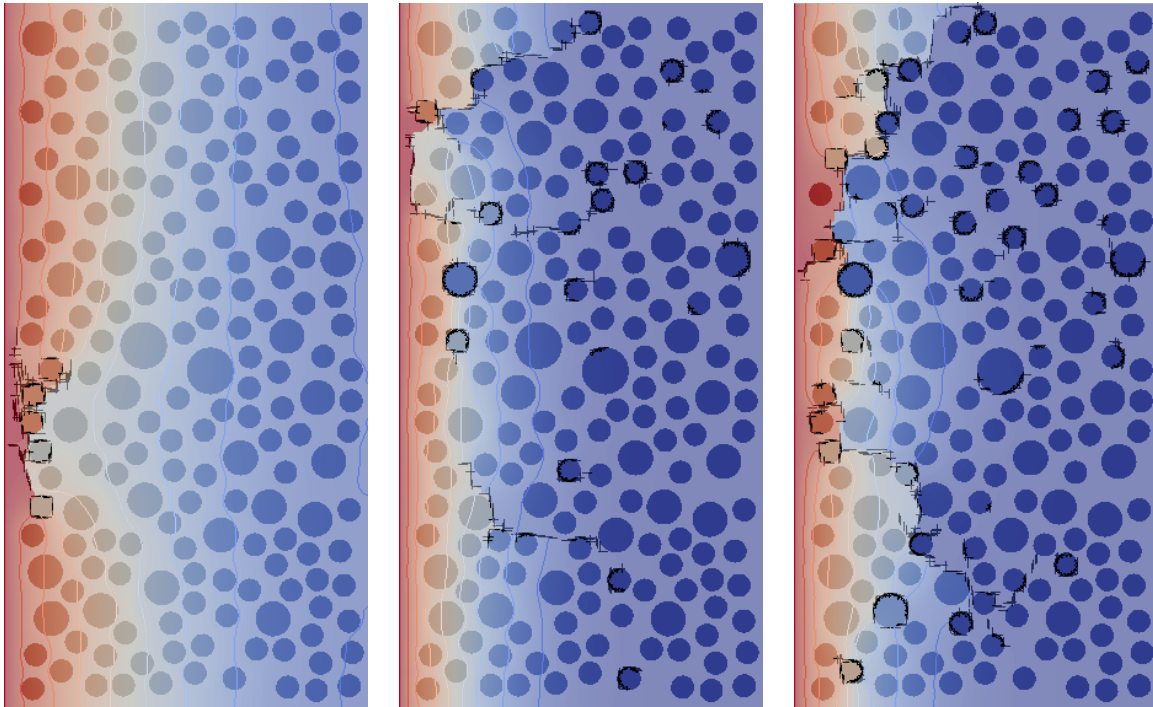


- Résultats pour la distribution 3



2. RÉSULTATS

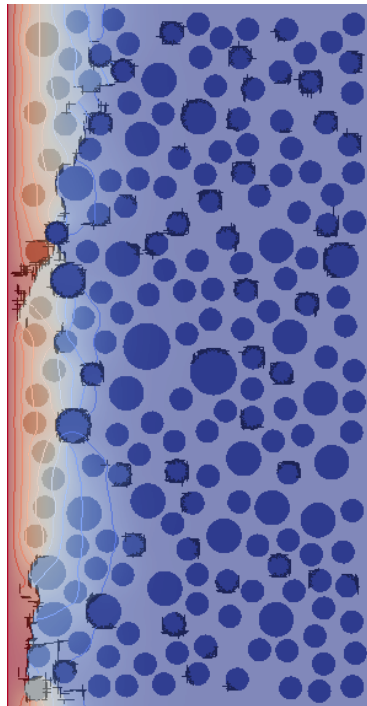
- Résultats pour la distribution 4



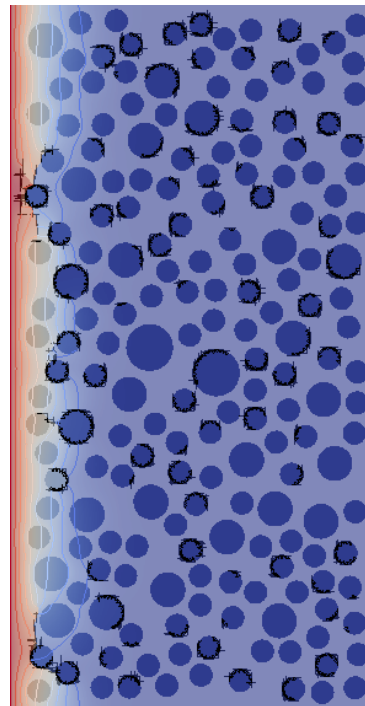
$\tau_{pred} = 0\%$

$\tau_{pred} = 5\%$

$\tau_{pred} = 10\%$

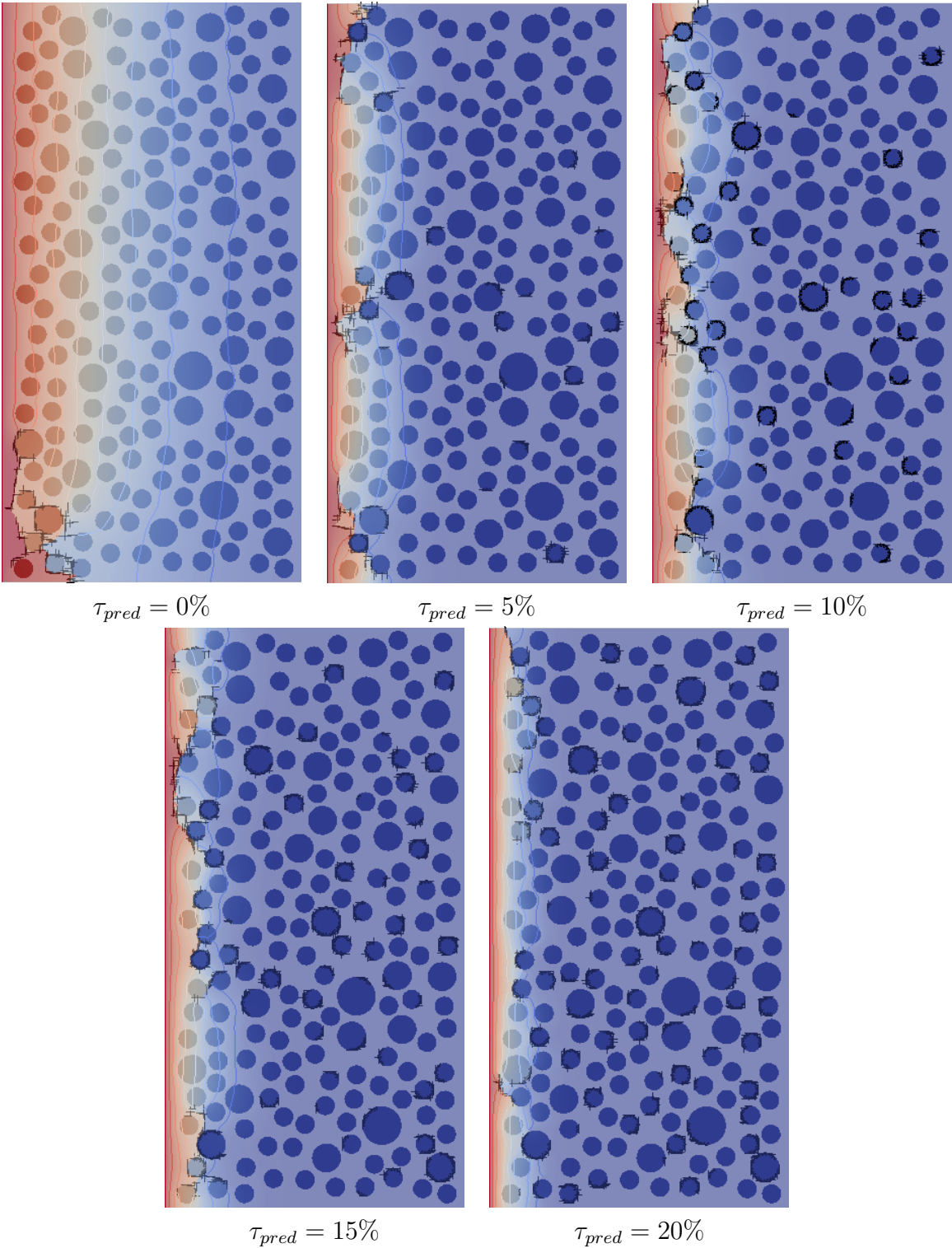


$\tau_{pred} = 15\%$



$\tau_{pred} = 20\%$

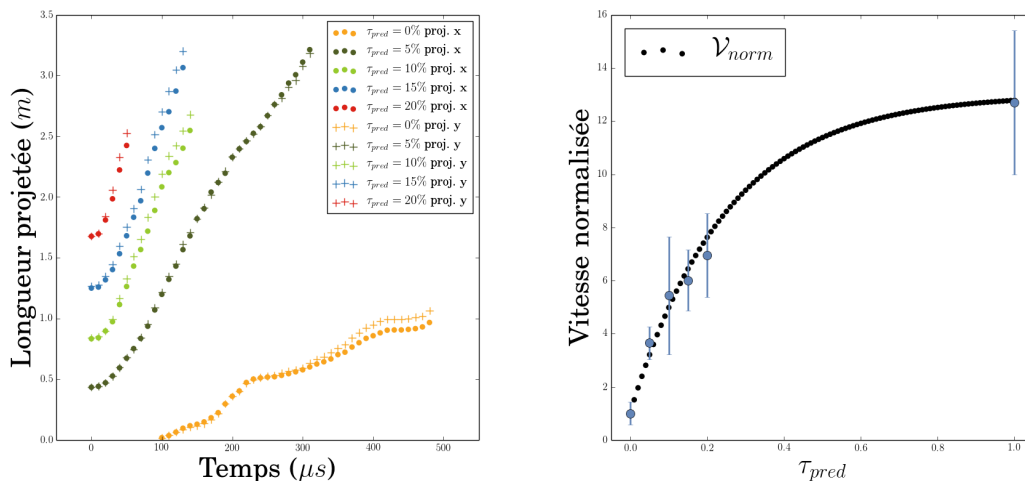
- Résultats pour la distribution 5



2.2 Analyse de la propagation de fissures

La FIGURE 4.8(a) présente l'évolution de la longueur cumulée de fissure projetée sur les axes x et y . Ce tracé est effectué pour chacun des taux de pré-dégradation envisagé. Les longueurs projetées sur y représentent la longueur de fissures verticales. Les longueurs projetées sur x représentent la longueur de fissures horizontales.

La FIGURE 4.8(b) présente l'évolution de la vitesse de multi-fissuration normée par la vitesse du cas sain. Cette vitesse est présentée en fonction du taux de pré-dégradation.



(a) Longueur cumulée de fissures projetée sur les axes x et y en fonction du temps. (b) Vitesse de multifissuration normée par la vitesse du cas sain en fonction du taux de pré-dégradation.

FIGURE 4.8 – Évolutions de la longueur cumulée de fissures en fonction du temps et de la vitesse de multi-fissuration en fonction du taux de pré-dégradation.

La FIGURE 4.8(a) montre une propagation équivalente selon x et y . La longueur de fissure est d'autant plus grande et évolue d'autant plus vite que le taux de pré-dégradation est élevé. La longueur de fissure totale est composée à parts à peu près égale de fissures pénétrantes et de fissures écaillantes.

La FIGURE 4.8(b) montre une dépendance de la vitesse de multi-fissuration avec la pré-dégradation initiale. Plus le VER est pré-dégradé plus la vitesse est importante. Cette relation entre le taux de pré-dégradation et la vitesse normée est être approximée par :

$$\mathcal{V}_{norm} = (A + 1) \left(1 - k \exp \left(-\frac{\tau_{pred}}{\tau_C} \right) \right) \quad (4.2)$$

avec $A = 12$, $k = 0.92$ et $\tau_C = 0.25$. La vitesse normée de multi-fissuration évolue fortement dans la plage de pré-dégradation $\tau_{pred} \in [0 - 0.25]$.

Une analyse complémentaire est par la suite proposée. Celle-ci porte sur l'impact de la pré-dégradation sur la pénétration des fissures dans les VERs. Cette étude porte sur les simulations ayant atteint une température de $120^\circ C$ à une distance $2R_{moy}$ par rapport au

bord d'application de la température. La FIGURE 4.9(a) présente le faciès de fissuration pour la distribution 2 et une pré-dégradation de 5%. Sur la FIGURE 4.9(b), l'extraction de la fissure pénétrante (en blanc) la plus importante et la distance prise en compte pour la mesure de la température (diamètre du granulat en bleu) sont présentées.

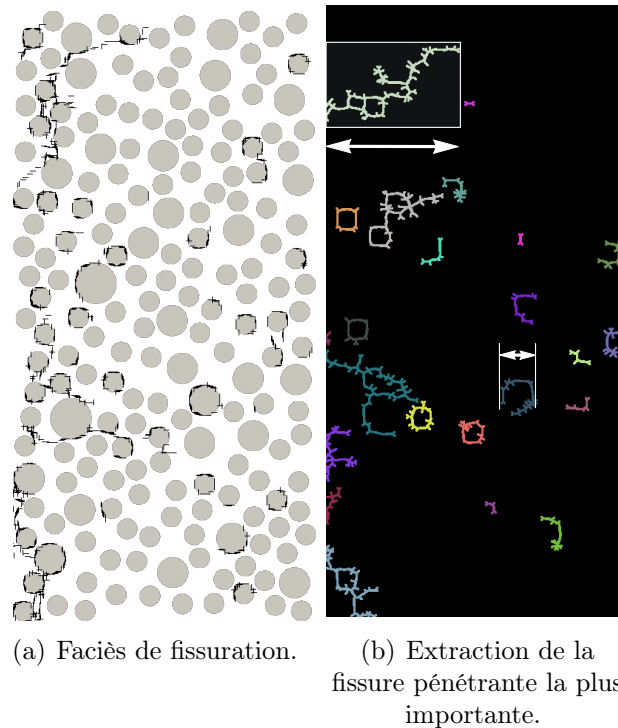


FIGURE 4.9 – Mise en place de l'étude sur les fissures pénétrantes.

La FIGURE 4.10 présente l'évolution de la longueur de la plus grande fissure pénétrante normée par celle du cas sain en fonction de la pré-dégradation. Comme attendu, une pré-dégradation importante conduit à un écaillage plus prononcé des VERs. La propagation de fissures pénétrantes est donc favorisée par une pré-dégradation faible.

À ce stade, les conclusions préliminaires sont les suivantes :

- le chargement thermique engendre une multi-fissuration de l'éprouvette cimentaire,
- les fissures se propagent de manière isotrope,
- une pré-dégradation élevée entraîne une vitesse de propagation de multi-fissures plus importante,
- une pré-dégradation faible favorise la pénétration horizontale des fissures.

Par la suite, on s'intéresse à l'évolution de la fissuration dans la partie gauche de l'éprouvette.

2.3 Analyse du taux de fissures

Le volume élémentaire est décomposé en plusieurs sous domaines (voir FIGURE 4.11). Un domaine, appelé "avant", est décomposé en deux tranches, chacune d'une largeur de

2. RÉSULTATS

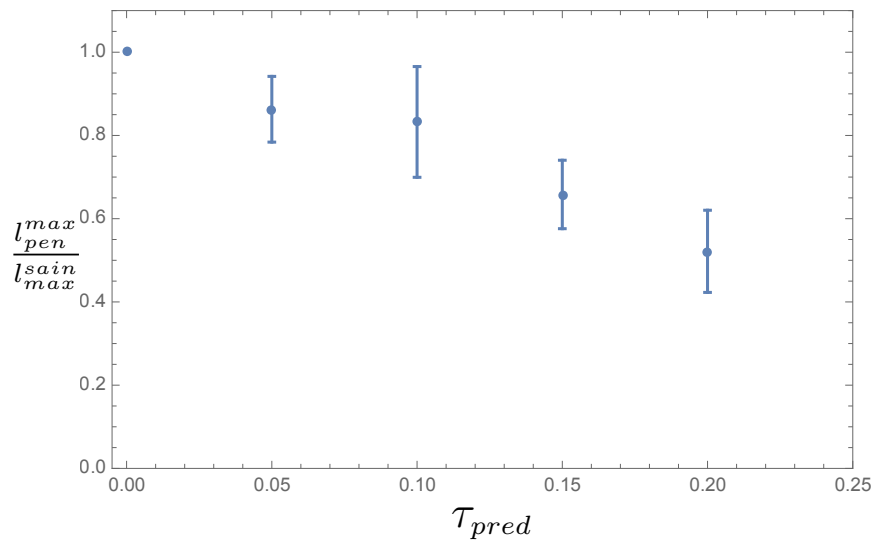


FIGURE 4.10 – Caractérisation des fissures pénétrantes en fonction de la pré-dégradation des VERs.

$l/10$. Le domaine arrière, soumis plus tardivement aux sollicitations thermiques, est le complémentaire du domaine “avant”.

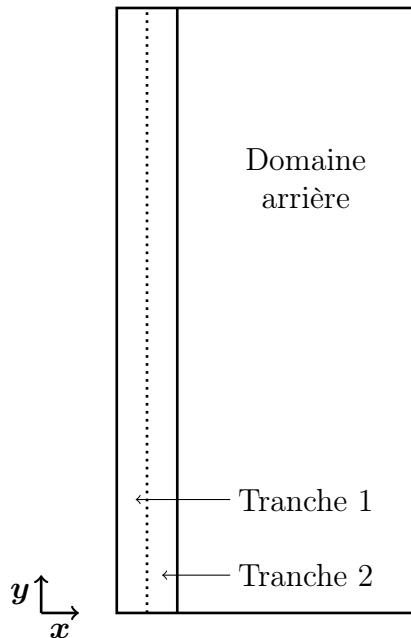


FIGURE 4.11 – Définition des domaines d'études pour le post-traitement.

Soit un taux de fissures définit, pour l'axe \mathbf{X} , $\mathbf{X} \in \{\mathbf{x}, \mathbf{y}\}$, par :

$$\tau_{fiss}^{avant} = \frac{\sum \text{longueur projetée sur } \mathbf{X} \text{ "avant"}}{\sum \text{longueur projetée sur } \mathbf{X} \text{ "avant"} + \sum \text{longueur projetée sur } \mathbf{X} \text{ "arrière"}} \quad (4.3)$$

La FIGURE 4.12 présente l'évolution du taux de fissuration "avant" avec le temps.

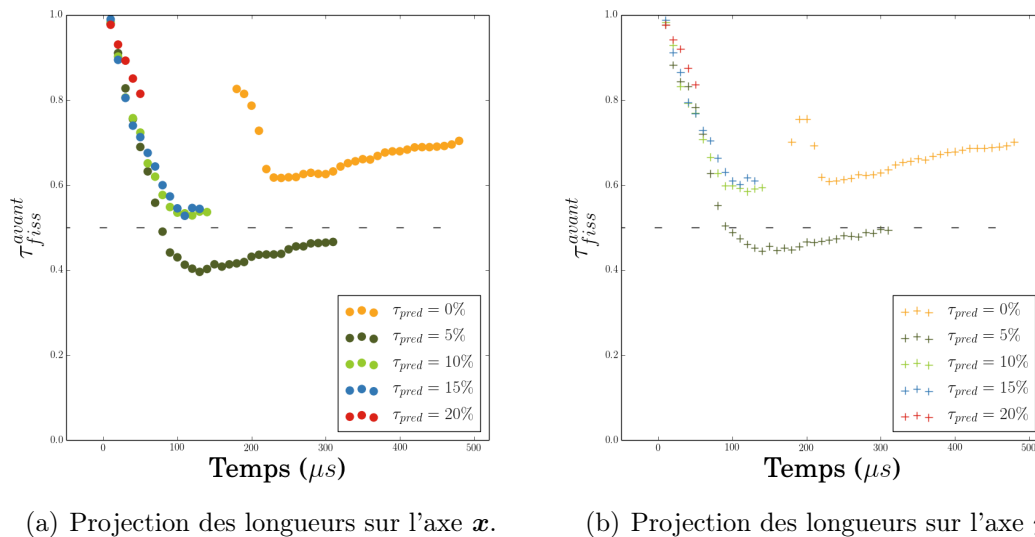


FIGURE 4.12 – Taux de fissuration dans le domaine "avant" avec une projection selon \mathbf{x} et \mathbf{y} .

Comme attendu, les fissures se développent préférentiellement dans le domaine "avant" ($\tau_{fiss}^{avant} \in [0.5 - 1]$), domaine soumis aux sollicitations thermiques. Le taux de fissures projeté sur l'axe \mathbf{y} dans la partie avant est plus important que le taux de fissures projeté sur l'axe \mathbf{x} . La propagation dans le domaine "arrière" est conditionnée par une diffusion suffisante et donc une prépondérance de fissures pénétrantes. De plus la vitesse de propagation de fissures est accentuée par la présence d'une pré-dégradation initiale importante.

2.4 Effet de la fissuration sur la diffusion thermique

L'évolution de la diffusion thermique dans le milieu fissuré est analysée. L'étude concerne les deux tranches du domaine "avant" (voir FIGURE 4.11) de l'éprouvette. La valeur moyenne du gradient thermique horizontal, suivant l'axe \mathbf{x} , dans chaque tranche en fonction du nombre de zones cohésives rompues et donc de la longueur de fissure est tracée. Les valeurs de référence sont obtenues pour des volumes élémentaires représentatifs sans pré-dégradation.

La FIGURE 4.13 présente les résultats obtenus pour la première tranche, contenant le bord d'application des sollicitations thermiques. Dans cette tranche, le gradient moyen est croissant correspondant à la mise en place de la diffusion thermique.

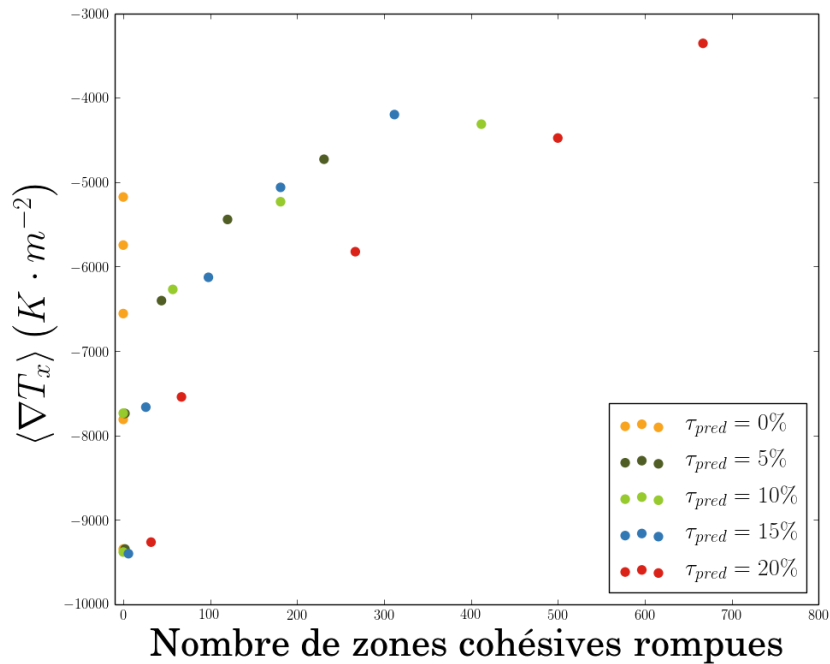


FIGURE 4.13 – Première tranche : évolution du gradient thermique projeté sur l’axe x en fonction du nombre de zones cohésives rompues pour la première tranche.

La diffusion est retardée par le développement des fissures. Dans le cas d’une multi-fissuration importante, le gradient (en valeur absolue) diminue entraînant une diffusion de plus en plus faible de la chaleur. Ce phénomène contribue à la formation de barrières thermiques retardant fortement la diffusion de la chaleur dans les autres parties du VER.

La FIGURE 4.14 met en évidence une diminution du gradient moyen dans la seconde tranche. Les zones cohésives rompues dans la première tranche jouent le rôle de pré-dégradations initiales pour cette tranche.

L’évolution du gradient thermique sans pré-dégradation indique une augmentation (en valeur absolue) avec la diffusion de la chaleur dans la tranche. Pour les éprouvettes présentant une pré-dégradation, le gradient suit la même tendance. Cependant la propagation des fissures entraînent une réduction de la diffusion de la chaleur.

Le changement de l’évolution du gradient avec la pré-dégradation de la FIGURE 4.14 est dû à la propagation de multi-fissures ne permettant pas un transport de chaleur optimal. À titre d’exemple, la valeur moyenne finale pour le cas sain est 1.75 fois supérieure au gradient moyen final avec un cas pré-endommagé à hauteur de 20%.

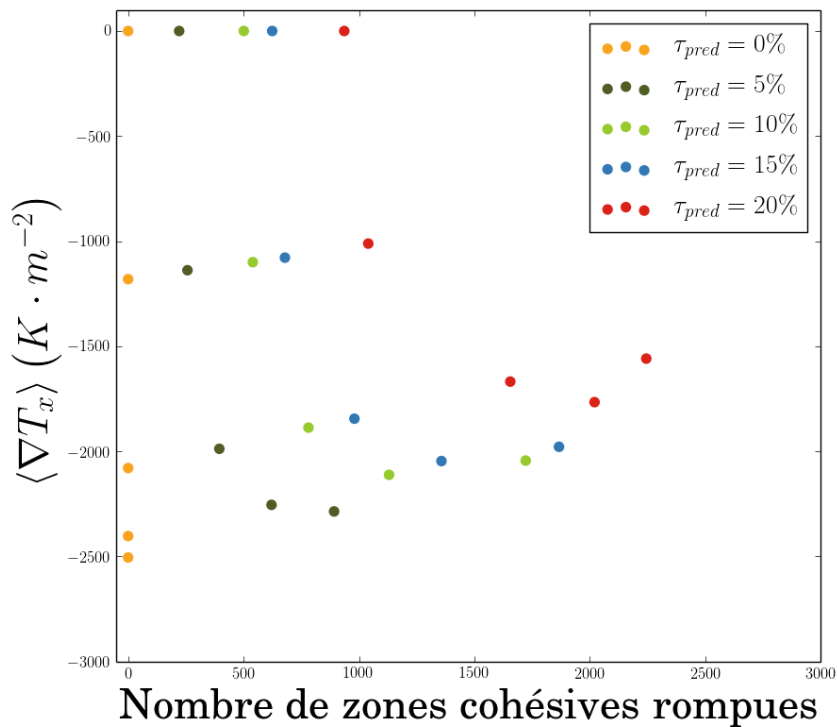


FIGURE 4.14 – Seconde tranche : évolution du gradient thermique projeté sur l’axe x en fonction du nombre de zone cohésive pour la seconde tranche.

3 Conclusion

Le but de ce chapitre était de mettre en œuvre sur une application de type industrielle la méthode numérique développée. L’application concerne l’influence des pré-dégradations d’origines physiques ou chimiques sur la propagation de fissures dans un béton sous sollicitations thermiques.

Une microstructure numérique équivalente à celle d’un béton de centrale a été décrite à l’aide d’outils morphologiques.

Dans cette étude, on s’intéresse à l’influence des dégradations et non à leurs évolutions. Ainsi, les phénomènes de vieillissement ont été pris en compte à l’aide de tirages de pré-dégradations dans le volume élémentaire représentatif. À l’aide de cette modélisation, une étude statistique sur la répartition et le taux de dégradations a été effectuée.

Une première analyse des résultats a permis de confirmer une propagation préférentielle des fissures proches de la zone d’application des sollicitations. Ce phénomène est commun à tous les taux de pré-dégradations étudiés. Les fissures se développent préférentiellement dans les zones où les granulats présentant des pré-dégradations sont proches.

3. CONCLUSION

Une analyse a mis en évidence la création de barrières thermiques locales. Lors de la propagation de la fissure, la conduction entre les lèvres est très faible, limitant la diffusion de la chaleur. En partie 3 de l'annexe B, une étude des phénomènes thermo-mécaniques locaux est proposée pour un volume élémentaire représentatif pré-dégradé à 20% de la surface totale des interfaces matrice-inclusion.

Dans le cas d'un chargement purement thermique nous pouvons retenir les éléments suivants :

- une pré-dégradation importante induit une importante multi-fissuration sur les bords où la température imposée est élevée, et donc favorise l'écaillage,
- une pré-dégradation faible favorise les fissures pénétrantes.

Du point de vue de la sûreté nucléaire, ce résultat est paradoxal : plus le milieu est vieilli (et donc pré-endommagé), plus l'écaillage en peau interne devrait être prédominant ; moins les fissures devraient être traversantes. Et par extension, en forçant le trait : plus le béton est vieilli, moins sa perméabilité par fissure pénétrante est importante. Bien évidemment, cette conclusion doit être prise avec mesure. Elle ne vaut que dans le cas d'un chargement purement thermique et l'analyse doit être étendue aux chargements thermomécaniques. Pour être représentatifs, ces derniers se doivent de s'appuyer sur un calcul de structure, lui-même ne devenant significatif que sur la base d'une modélisation de microstructure incluant un comportement fiable du béton en endommagement-rupture et une prise en compte des effets complexes des armatures acier dans le béton.

Pour faire office de conclusions prédictives, nos analyses doivent être complétées (et couplées) par des calculs de structure avec prise en compte des effets micro (les granulats) et méso (les armatures acier) structuraux.

Plusieurs axes peuvent compléter cette étude.

Les phénomènes physiques concernant le transport de chaleur dans la fissure peuvent être enrichis. En effet, l'ouverture de la fissure est supposée faible, validant le choix d'une diffusion dans un éventuel fluide piégé dans la fissure. Cependant dans le cas d'une ouverture plus importante, cette hypothèse n'est plus valide et un transport par convection est à envisager.

D'un point de vue numérique, les pas de temps mécanique et thermique sont choisis identiques. Cependant, la cinétique des phénomènes de diffusion étant très faible, la conductivité thermique a été adaptée. L'utilisation d'un schéma d'intégration temporelle avec deux pas de temps distincts peut être envisagée.

Enfin, les réactions alcali-granulats sont complexes. Le transport d'espèce, jouant un rôle majeur dans ces dégradations, au cours de la fissuration peut être pris en compte.

Conclusion et perspectives

Conclusion

Ce travail s'inscrit dans le cadre des recherches sur la durée de vie des éléments sensibles d'une centrale nucléaire. Le béton constitutif de l'enceinte de confinement des centrales de 1300MWe et 1450MWe a en particulier été étudié. Comme de nombreux matériaux, le béton est un milieu susceptible de voir ses propriétés mécaniques évoluer au cours du temps. L'objectif de la thèse a été de proposer une méthode permettant de modéliser la fissuration de ce matériau avec la prise en compte de phénomènes mécaniques et diffusifs. Le choix a été fait de s'intéresser à la diffusion de la thermique. Les phénomènes de vieillissement ont été modélisés comme une donnée initiale du problème par la génération d'interfaces pré-dégradées entre pâte cimentaire et granulats.

La première partie de ce mémoire a présenté la formulation du problème thermo-mécanique en présence d'une discontinuité. Un couplage faible a été envisagé avec une résolution séparée du problème de mécanique et de thermique. Pour modéliser l'initiation et la propagation de fissures, des modèles de zones cohésives ont été introduits. Au cours de cette thèse une attention particulière a été portée sur la description des modèles cohésifs thermiques existants. Les paramètres de ces interfaces et la physique prise en compte dépendent fortement du problème que l'on cherche à modéliser. Le modèle mécanique cohésif que l'on a considéré permet une description complète de l'évolution de la fissure : de l'initiation jusqu'à un potentiel contact frottant post-rupture. L'interface thermique mise en place modélise un transport par conduction entre les deux lèvres de la fissure. La conductivité a été formulée comme dépendante de la variable d'endommagement de l'interface.

Dans une seconde partie, l'implémentation de la résolution du problème thermo-mécanique a été abordée. Des zones cohésives ont été introduites entre chaque éléments d'un maillage Éléments Finis. La résolution mécanique a reposé sur une méthode non régulière. Le traitement de la thermique repose sur la connaissance du champ de variable interne. Lorsqu'un endommagement est présent, les termes associés à la propagation de la fissure ont été ajoutés dans le système linéaire final à résoudre. Les paramètres constituant le modèle de zones cohésives ont ensuite été étudiés et le couplage thermo-mécanique a été validé. L'étude d'un matériau hétérogène sous chargement thermique a permis de dégager la physique associée à la propagation de fissures.

Le coût de calcul associé aux modèles de zones cohésives étant élevé, une estimation de la taille d'un VER a été proposée dans la troisième partie. Une méthode *eigenrosion*

a été utilisée. Après une validation de la méthode avec des chargements complexes (mode mixte et dynamique), la méthode a été étendue aux matériaux hétérogènes. Une étude morphologique sur un VER de milieu cimentaire a été menée et a permis alors de le dimensionner en fonction de la taille des plus grosses inclusions.

L'application à la fissuration thermo-mécanique sur ces VER de béton a été proposée dans la dernière partie. Une distribution granulométrique représentative d'un béton de centrale a été utilisée. Une étude paramétrique a été proposée sur le taux de pré-dégradation initial entre la pâte cimentaire et les granulats. L'étude a porté sur cinq distributions spatiales de granulats et sur cinq taux de pré-dégradation différents. Les résultats ont été présentés sur le développement de multi-fissures en partie avant de l'éprouvette. Une diminution de la diffusion thermique associée à la propagation de fissure a été mise en avant. Ce phénomène est d'autant plus prononcé que le taux de dégradation initial est élevé.

Une conclusion sur la tenue mécanique des enceintes en fonction du vieillissement ne peut pas être présentée dans ce mémoire. Les résultats que l'on propose ici doivent être complétés et enrichis pour quantifier les phénomènes multi-physiques propres au développement et à la propagation de fissures dans un milieu pré-dégradé.

Perspectives

Plusieurs axes seraient à suivre pour compléter cette étude.

Le couplage faible entre résolution thermique et mécanique que l'on a proposé est suffisant pour décrire en première approximation la diffusion de la chaleur. Cependant, la prise en compte de l'évolution des propriétés locales des matériaux avec la thermique serait un complément important pour appréhender plus finement la dégradation du milieu. Par exemple, tenir compte de la dépendance du module d'Young à la température dans la pâte de ciment permettrait de décrire une physique plus fine. Un couplage monolithique avec une résolution simultanée de la thermique et de la mécanique serait à envisager.

Dans un deuxième temps, le modèle d'interface mis en place dans cette étude suppose de faibles variations spatiales du maillage. Une relation entre les interfaces est définie une seule fois au début du calcul. Une mise à jour des données concernant le contact au cours du calcul serait un atout pour modéliser la propagation de la fissure tout au long du chargement thermique.

Dans le cas d'une modélisation avec de grandes déformations, le modèle d'interface thermique serait changé. Dans le cadre de la thèse, on suppose une ouverture de fissure assez faible où siègent uniquement des phénomènes de conduction thermique. Cependant d'autres moyens de transport existent et dans le cas d'une fissure très développée, des phénomènes de convections entre les lèvres devraient également être pris en compte.

Un autre axe de développement porte sur l'extension de la méthode d'*eigenerosion* à la diffusion thermique. Le travail à fournir pour cette extension porte dans un premier temps sur le critère d'initiation de la fissure. Comme nous avons pu le constater au cours de cette étude, une multi-fissuration de l'éprouvette cimentaire est constatée. Un second point d'évolution porte sur le traitement spécifique de deux fissures se rejoignant. Phénomène

fréquent lors de la modélisation thermo-mécanique.

La méthode que l'on a proposé ici est générique, une extension à la diffusion d'espèce peut être proposée. D'une manière analogue à la thermique, la diffusion dans l'interface cohésive serait à définir en fonction de la variable d'endommagement. Il s'agirait cependant d'une méthode présentant des difficultés similaires à celles rencontrées dans cette étude. Avec une représentation couplant les phénomènes thermiques, chimiques et mécaniques, l'évolution d'un milieu cimentaire aux cours du temps serait mieux compris.

Annexe A

Compléments sur les mécanismes de dégradations du béton

1 Mécanismes de dégradation des matériaux cimentaires

Durant sa vie en réacteur, le béton constituant les enceintes de confinement évolue sous l'effet de dégradations physiques et chimiques. Ces dégradations peuvent entraîner une modification de la perméabilité du béton. Les désordres sont associés à l'initiation, la propagation de fissures ou encore à un endommagement du milieu.

Dans cette section, quelques pathologies dues à des agressions mécaniques (gel, thermique) et chimiques (transport d'espèces) sont présentées.

1.1 Les cycles de gel-dégel

Lors du processus de fabrication du béton, l'eau de gâchage peut rester présente dans le milieu poreux. Lorsque l'eau résiduelle occupe complètement le volume des vides (pores ou réseaux capillaires), deux phénomènes de dégradation par gel/dégel peuvent être observés : la fissuration interne et l'écaillage en surface (voir [32] et [34]).

Lors de la solidification de l'eau, le volume occupé par cette phase augmente (environ de 9%). De nouvelles contraintes apparaissent dans le matériau (voir FIGURE A.1) et provoquent un développement de la fissuration de la structure.

Le nombre de cycles ainsi que leur sévérité (température, taux de gel, saturation) influencent la fissuration interne du béton. Pour les granulats, la taille, la porosité et la perméabilité jouent un rôle prépondérant sur la gélivité. Les grains de sable sont moins impactés par le gel que les plus gros granulats.

1.2 Agressions thermiques

Les dégradations du béton causées par les chargements thermiques sont très importantes. Le comportement du béton à haute température dépend de nombreux paramètres dont la température, l'humidité, le temps et les cycles de chargements. La composition physico-chimique du béton entre en jeu (porosité et taille des pores).

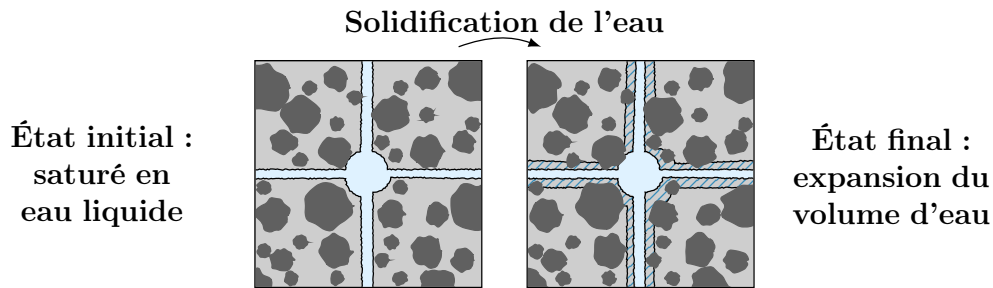


FIGURE A.1 – Représentation de l’influence des cycles de gel/dégel. La partie hachurée représente l’expansion volumique de l’eau.

La FIGURE A.2 présente le réseau de fissures développé dans une dalle de béton suite à un incendie.

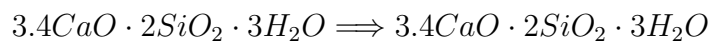


FIGURE A.2 – Développement d’un réseau de fissure dans une dalle en béton suite à un feu [124].

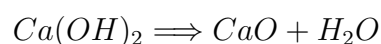
De nombreux processus physico-chimique interviennent dans le béton lors d’une exposition à un flux de chaleur. L’évaporation, la déshydratation et des réactions chimiques sont à l’origine de la décomposition de la pâte cimentaire.

Une description des réactions chimiques en jeu est :

- la décomposition du CSH du ciment :



- la décomposition du CH :



La résistance mécanique du béton est donnée pour quatre domaines de température ([36] et [16]) :

- $T < 90^\circ C$, une perte de plus de 50% de la résistance à la traction est constatée et il n’y a pas d’effet sur la résistance en compression,

- $T < 400^{\circ}\text{C}$, la résistance en compression est impactée avec une perte de 15% pour les bétons ordinaires,
- $T < 600^{\circ}\text{C}$, le béton n'a plus de tenue mécanique à la compression,
- $T > 800^{\circ}\text{C}$, le béton se désagrège.

Lors de cycles thermiques à faible température (65°C), les résistances à la traction/compression, les liens et le module élastique sont impactés [8].

1.3 La lixiviation

La lixiviation est un phénomène associé aux ouvrages soumis à de grandes quantités d'eau (barrage par exemple). Cette réaction se développe en deux temps :

- une attaque du béton (fortement basique) par l'eau,
- une migration des ions majoritaires (matrice cimentaire -Ca^{2+}) de la solution interstitielle vers l'extérieur due à un gradient de concentration. La FIGURE A.3 représente une carotte de béton suite à un essai accéléré de dégradation par lixiviation. La partie centrale en rose représente la partie intact de l'éprouvette.

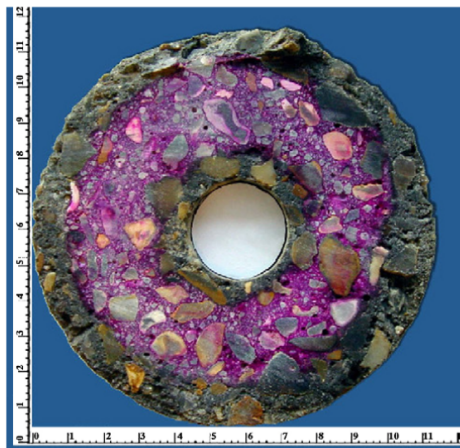
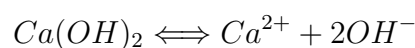


FIGURE A.3 – Mise en évidence du phénomène de lixiviation (résultat expérimental de [90]). La partie en rose représente la partie n'ayant pas encore réagi au bout de 36 jours.

Une dissolution et une précipitation des phases solides de la pâte cimentaire sont provoquées par une modification de l'équilibre chimique initial. Lors de la lixiviation, la réaction chimique principale est la dissolution de la portlandite selon la réaction suivante :



La porosité augmente (parfois jusqu'à 30%) rendant le béton plus vulnérable aux agents agressifs extérieurs. L'ensemble du processus de lixiviation est représenté sur la FIGURE A.4.

La cinétique de la lixiviation est très faible et ce phénomène s'observe sur des ouvrages longtemps exposé à l'eau (pont-barrage).

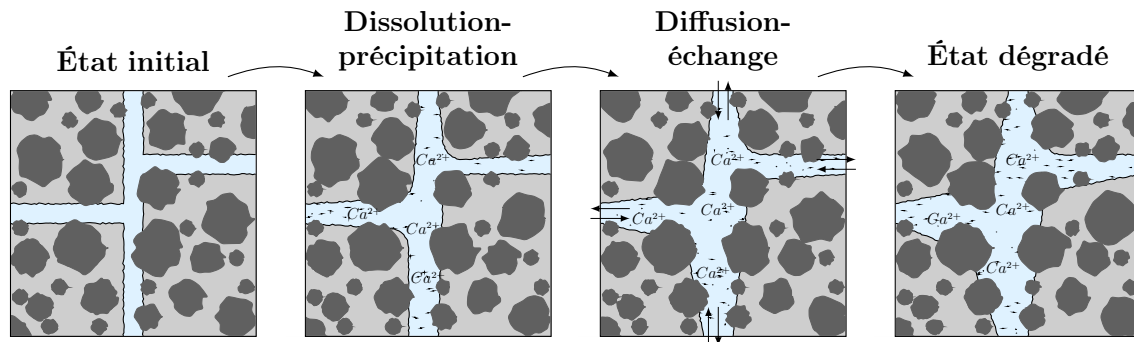


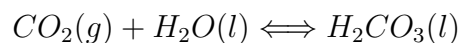
FIGURE A.4 – Principe de la lixiviation [89] : pour rehausser le pH, la portlandite se dissout et les ions Ca^{2+} migrent vers les zones de concentration plus faibles.

1.4 La carbonatation

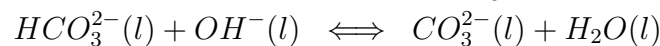
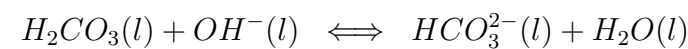
La carbonatation du béton impacte le niveau de pH du béton. Suite à la pénétration du dioxyde de carbone (CO_2), le niveau de pH du béton est modifié. Ce type de dégradation est rencontré dans les tunnels et les parkings souterrains (concentration importante en CO_2).

Le CO_2 pénètre dans le béton par la porosité ouverte du béton. L'apport en dioxyde de carbone peut se faire en solution aqueuse (par la pluie) ou par échange gazeux (atmosphérique). Suite à un ensemble de réactions chimiques, le béton est dépassivé. Le pH initial très basique (environ 13) diminue jusqu'à une valeur de 10. Le scénario chimique du processus est proposé par Vu [132].

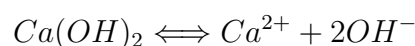
Le CO_2 gazeux présent dans l'atmosphère se dissout dans l'eau pour former de l'acide carbonique (H_2CO_3) :



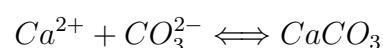
L'acide carbonique formée n'est pas stable dans l'eau (pH plus élevé). Cette espèce se dissocie par deux réactions :



Les deux acides formés par ces réactions ont des domaines de prédominance disjoints à $20^\circ C$. L'espèce HCO_3^{2-} prédomine pour un pH compris entre 6.3 et 10.3 alors que l'ion CO_3^{2-} prédomine pour un pH supérieur à 10.3. Suite à la consommation d'ions OH^- pour le passage en solution du CO_2 , le pH de la solution diminue. La portlandite se dissout :



Les ions calcium réagissent avec les ions carbonates (CO_3^{2-}) pour former du carbonate de calcium ($CaCO_3$) :



ANNEXE A. COMPLÉMENTS SUR LES MÉCANISMES DE DÉGRADATIONS DU BÉTON

L'ensemble du processus de carbonatation est représenté sur la FIGURE A.5. On peut synthétiser le mécanisme réactionnel de la carbonatation de $Ca(OH)_2$ par :

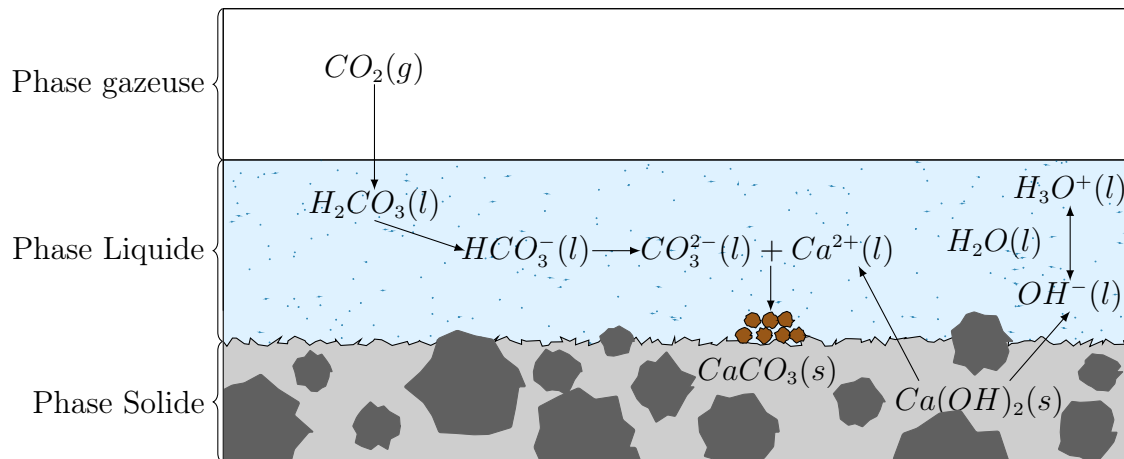
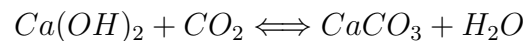


FIGURE A.5 – Principe de la carbonatation [125] : le dioxyde de carbone gazeux se dissout dans l'eau puis va venir attaquer la portlandite.

L'avancement du front de pénétration lors de la carbonatation dépend de plusieurs paramètres : la porosité, le taux de saturation, la quantité de minéraux susceptibles de réagir avec le CO_2 , la concentration en CO_2 , l'humidité relative et la condition d'exposition. La modélisation de la carbonatation a été proposée par de nombreux auteurs (Bary et Sellier [4], Papadakis et al. [94], Thiery [125], Nguyen [90], Saetta et Vitaliani [108], Burkan et Ghani [12], Hyvert et al. [61]). Les modèles prédictifs sont généralement basés sur les lois macroscopiques de transports d'espèces (loi de Fick). Ils se différencient par :

- les espèces chimiques prises en compte dans les équations de conservation de la masse (calcium, dioxyde de carbone, eau),
- le caractère constant ou variable des grandeurs thermodynamiques (température, humidité relative, pression),
- les cinétiques chimiques considérées pour la consommation des hydrates,
- la finesse de prise en compte des paramètres liés aux matériaux (évolution de la diffusivité et de la porosité, évolution du comportement hydrique).

1.5 La corrosion

Une des conséquences de la carbonatation précédemment présentée est la corrosion. Un film protecteur est formé sur l'acier lorsque le pH est élevé. En dessous d'un pH de 10.5, le film est dépassivé et la corrosion peut se produire. La carbonatation du béton est un processus favorable à l'apparition de la corrosion. Cependant les travaux de Chang et al. [17], de Hamada [56] et de Yoon [137] soulignent le fait que l'attaque des armatures

1. MÉCANISMES DE DÉGRADATION DES MATÉRIAUX CIMENTAIRES

peut apparaître lorsque l'épaisseur d'enrobage non carbonaté devient inférieure à 8mm . Sur la FIGURE A.6, une structure en béton ayant subi la corrosion est représentée.



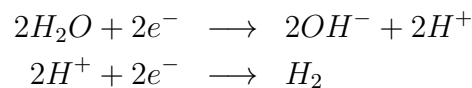
FIGURE A.6 – Les armatures du béton armé apparaissent et le béton s'est écaillé.

La corrosion n'apparaît qu'en phase aqueuse et le processus chimique est modélisé par une électrolyse (oxydoréduction).

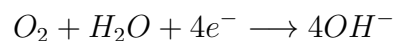
- une dissolution du fer dans l'eau :



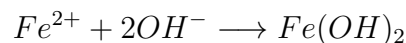
- la décomposition de l'eau à la cathode :
 - en l'absence d'oxygène :



- en présence d'oxygène :



- la migration des ions OH^{-} vers l'anode :



L'ensemble de ces réactions chimiques sont représentées sur la FIGURE A.7.

Les réactions présentées précédemment prévalent dans la phase d'initiation de la corrosion. L'hydroxyde ferreux $Fe(OH)_2$ n'est généralement pas stable. La détermination des produits formés dépend de plusieurs facteurs parmi lesquels le pH de la solution et les ions qu'elle contient, l'oxygénation de l'eau et la valence de l'atome de fer. Le système Fe/H_2O produit principalement de l'hydroxyde ferreux $Fe(OH)_2$ et de la magnétite Fe_2O_4 . Dans un béton déjà carbonaté, un autre produit peut être présent : la sidérite $FeCO_3$. La corrosion entraîne une forte dégradation de l'état de surface du béton par un écaillage et la mise à nue des armatures.

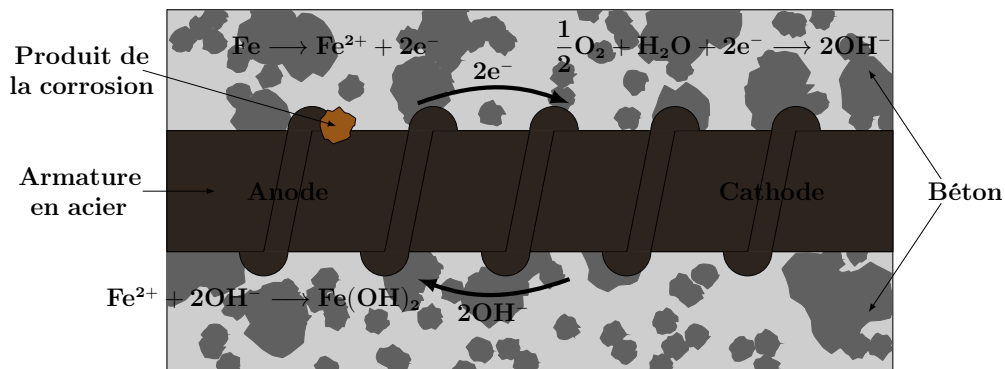


FIGURE A.7 – Principe de la corrosion : mise en place d’un processus électrochimique proposé par Ahmad [1], Houst [59] et Gulikers [53].

1.6 La réaction Sulfatique interne (RSI)

La réaction sulfatique interne est une dégradation identifiée récemment. Il s’agit de la formation de l’ettringite suite à des réactions chimiques avec le sulfate (présent notamment dans les granulats). Trois types de réactions sont susceptibles d’intervenir :

- l’ettringite primaire est un produit de l’hydratation du mélange, il s’agit d’une forme qui ne provoque pas de désordre,
- l’ettringite secondaire se forme par un apport extérieur de sulfate, une expansion et un gonflement du béton sont remarquables (voir [62]),
- l’ettringite de formation différée : suite à un chargement thermique (au delà de 60°C), la cinétique de la réaction est amplifiée et un gonflement endogène apparaît dans un béton initialement sain ([123]).

Cette réaction peut entraîner l’apparition d’un réseau de fissure associé à un gonflement du béton. L’impact de la température ([33]) dans la réaction sulfatique interne est important et de nombreuses études sont menées pour en connaître plus précisément les causes et les effets.

1.7 La réaction alcali-silice (RAS)

La réaction alcali-silice est la réaction la plus répandue dans les dégradations de type réactions alcali-granat. La solution alcaline (provenant du ciment de Portland ou d’autre constituant du béton) réagit avec la silice mal cristallisée composant les granulats. La FIGURE A.8 présente le déroulement de la RAS.

Sur la FIGURE A.9, le faciès d’une structure après une réaction alcali-silice et le développement de la RAS à l’échelle des granulats sont présentés.

La réaction alcali-silice se déroule en deux étapes :

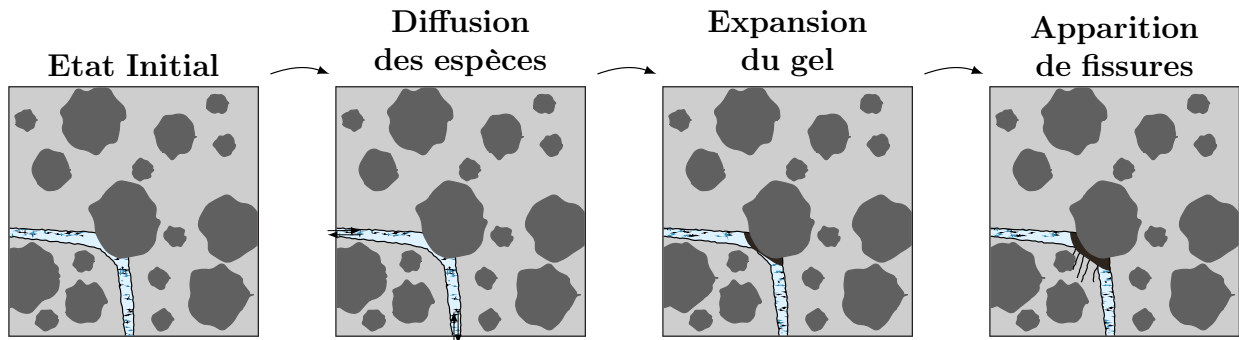


FIGURE A.8 – Représentation du mécanisme de la RAS : après une période de diffusion des ions alcalins, un gel hydrophile se forme et son expansion est à l’origine de l’apparition de contraintes dans la matrice cimentaire. À l’état final des micro-fissures apparaissent.

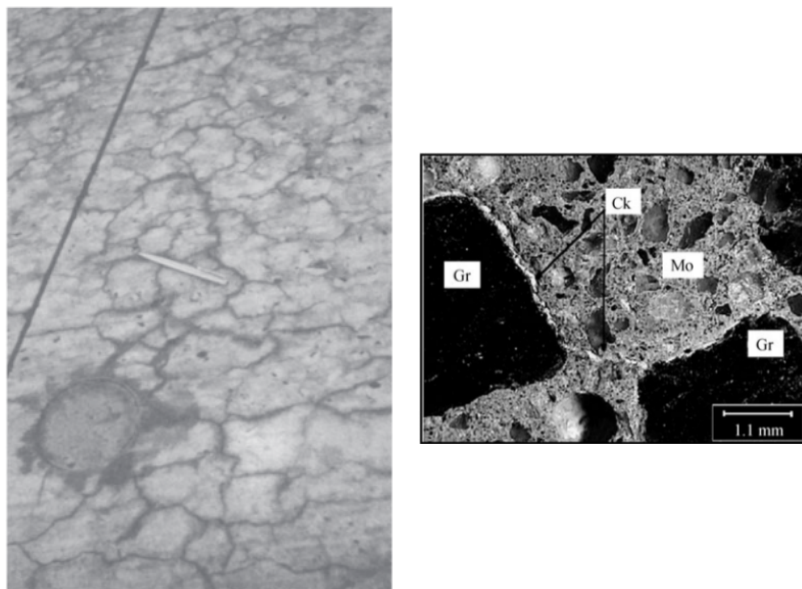


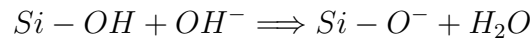
FIGURE A.9 – Faciès de fissuration dans une structure en béton après une réaction alcali-silice (gauche) et réaction alcali-silice à l’échelle du granulat (droite) [92].

- Pendant la première période, la silice présente dans les pores du matériau est dissoute suite à des réactions topo-chimiques à l’interface du granulat et de la solution alcaline. Les ions dissous sont transportés par diffusion dans les vides et dans les fissures contenus dans le squelette (pâte cimentaire et granulats). La silice réagit avec les ions alcalins et précipite pour former un gel amorphe. Plusieurs processus complexes interviennent pendant la première partie de la RAS (voir la section 3.2 pour une modélisation par une réaction chimique globale avec une cinétique importante). L’expérience de Dron et Brivot [26] a confirmé que cette étape peut être décrite par une loi dont la cinétique est du premier ordre. L’expérience de Larive

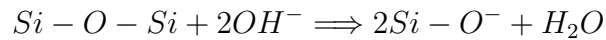
[66] a démontré que le taux de réaction dépend de l'humidité et de la température. La présence d'eau est nécessaire pour le développement de la réaction.

Le mécanisme réactionnel le plus couramment admis entre les ions alcalins (Na^+ ou K^+) et la silice (Si) est :

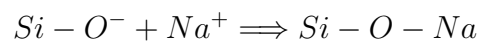
- l'ionisation des groupes silanols par les ions hydroxydes :



- la décomposition des ponts siloxanes par les ions hydroxydes :



- la neutralisation des sites ionisés par les alcalins :



La cinétique de la réaction dépend de nombreux paramètres (pH, alcalinité, concentration en ions calcium, etc). En particulier, une augmentation de la température va diminuer la solubilité de la portlandite et augmenter celle de la silice.

Suite à cette réaction, un gel silico-alcalin fortement hydrophile se combine avec l'eau et augmente de volume. Lorsque la porosité présente dans le béton ne peut pas contenir tout le gel, la pression exercée lors du gonflement du gel entraîne l'initiation et la propagation de fissures. Sur la structure en béton, il apparaît alors un réseau de fissures en faïençage. Cette réaction est conditionnée par :

- une humidité suffisante du milieu pour permettre la diffusion des ions et des substances réactives,
 - la teneur en alcalins solubles,
 - la silice réactive dans le béton.
- Lors de la seconde phase, le gel amorphe (fortement hydrophile) se combine avec l'eau et voit son volume augmenter [99]. Le gel est considéré comme un constituant du squelette solide. Après avoir rempli l'espace poreux vide (suite à la période latente de l'expansion [29]), le gel génère une augmentation de la pression interne dans la matrice cimentaire. Une déformation macroscopique est alors engendrée. La capacité du gel hydrophile à se combiner avec l'eau est altérée par un effet de vieillissement (processus physico-chimique intrinsèque indépendant de la formation du gel). Le processus de vieillissement influence l'expansion et les valeurs asymptotiques de déformation de la RAS.
- La seconde phase peut être modélisée comme une combinaison d'eau poreuse avec le gel déjà formé accompagnée par une expansion macroscopique significative du matériau. L'expansion est représentée par des déplacements imposés au squelette.

Des modélisations aux échelles microscopiques, mésoscopiques et macroscopiques de la réaction alcali-silice sont proposés dans la section suivante. Une description fine est proposée à la section 3.2.

2 Modélisations de la Réaction Alkali-Silice (RAS)

Les modélisations de la réaction Alkali-Silice sont issus de la synthèse de [92].

La réaction alcali-silice a pour conséquence le développement d'un gel à l'interface entre le granulats et la matrice cimentaire. Ce gel a un caractère expansif et va entraîner des contraintes locales sur la matrice cimentaire (section 1.7).

Dans la suite, des modélisations aux trois échelles sont décrites.

2.1 Modèles microscopiques

À cette échelle, le volume élémentaire représentatif est constitué d'une particule sphérique entourée par une pâte de ciment (voir FIGURE A.10).

- Modèle de Hobbs [58]

Le modèle repose sur le taux de réaction, proportionnel à la quantité de granulats réactifs, associé à la RAS. Le modèle permet de prédire la cinétique d'initiation et d'expansion. Les résultats sont en bon accord avec le comportement observé du mortier contenant de la silice opaline réactive. Le modèle est cependant limité au mortier et ne permet pas de reproduire une fissuration dans du béton.

- Modèle de Groves et Zhang [52]

Le modèle repose sur la théorie élastique linéaire de la dilatation de billes de verre (silice) dans un mortier de Portland. L'expansion est prédite par l'augmentation du volume des particules de verre additionné à celle de la couche de la RAS (placée à l'interface entre le ciment et le granulat).

- Modèle de Furosawa [39]

Les deux phases de la réaction sont modélisées :

- la diffusion de l'hydroxide et des ions alcalins dans le granulat ainsi que les réactions chimiques consécutives sont prises en comptes (première phase),
- la dilatation du gel lorsque le volume des pores à l'interface ciment/granulat est rempli (deuxième phase).

- Modèle de Bazant et Steffens [5]

Bazant et Steffens [5] proposent un modèle d'expansion à l'aide d'une cellule unitaire contenant une sphere en verre (voir la FIGURE A.10). La croissance radiale de la couche sphérique de gel de RAS (considéré en verre) est supposée contrôlée par la diffusion d'eau vers le front de la réaction. L'expansion du gel est partiellement accommodée par son expulsion dans le réseau capillaire dans un voisinage de l'inclusion. La diffusion d'eau dans la pâte cimentaire adjacente est également prise en compte entraînant le gonflement du gel. Le modèle a été utilisé pour une étude paramétrique de la taille des granulats sur les

effets de la RAS. Le modèle n'est pas utilisé pour du béton ordinaire mais pour les essais conduits par Meyer et Baxter [74] en incorporant des déchets de verres et de la terre dans du béton.

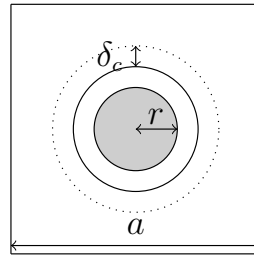


FIGURE A.10 – Cellule unitaire utilisée par Bazant et Steffens [5]. Le cercle gris avec un rayon r représente la taille de l'inclusion à l'origine. δ_c est la couche poreuse dans laquelle le gel peut s'infiltrer. La couronne entre ces deux cercles représente la zone où la RAS s'est développée.

- Modèle de Xi et al. [122, 136]

Un couplage chemo-mécanique est proposé par Xi et al. [122, 136]. Le béton est représenté par un milieu composite [135]. La modélisation chimique est composée de deux phénomènes de diffusion en opposition. La diffusion d'ions de la solution poreuse vers les granulats et la perméation du gel de la RAS de la surface des granulats vers la pâte cimentaire. Dans la partie chimique, la diffusion de l'hydroxyle et des ions alcalins pénétrant de la solution poreuse vers les granulats est décrite par la loi de Fick [35]. La perméation du gel est décrite par une loi de Darcy. La taille critique des granulats est obtenue en combinant le modèle composites et la diffusion avec les effets microstructuraux du béton.

- Modèle de Bazant et al. [6]

Les théories développées précédemment mettent en avant le mécanisme de diffusion pendant l'expansion de la RAS. À l'inverse, Bazant et al. [6] ont proposé une théorie de la rupture pour prédire la taille critique de granulat. Dans ce modèle un tableau régulier de cellule cubique est créé. Chaque case contient une inclusion sphérique de verre dans une matrice de ciment (voir la FIGURE A.11).

Dans une seule cellule, le champ de contrainte induit par le gel est supposé exercer une pression p sur les fissures et les vides. Le champ de contraintes total est supposé comme résultant de cette pression hydrostatique et du champ de contraintes extérieur σ . Le facteur d'intensité de contrainte en pointe de fissure s'exprime :

$$K_1 = (\sigma + p) \sqrt{sk}(\omega) \quad (\text{A.1})$$

avec $k(\omega)$ le facteur de contrainte intensive et ω est définie comme une variable d'endommagement :

$$\omega = \frac{A_c}{s^2} \quad (\text{A.2})$$

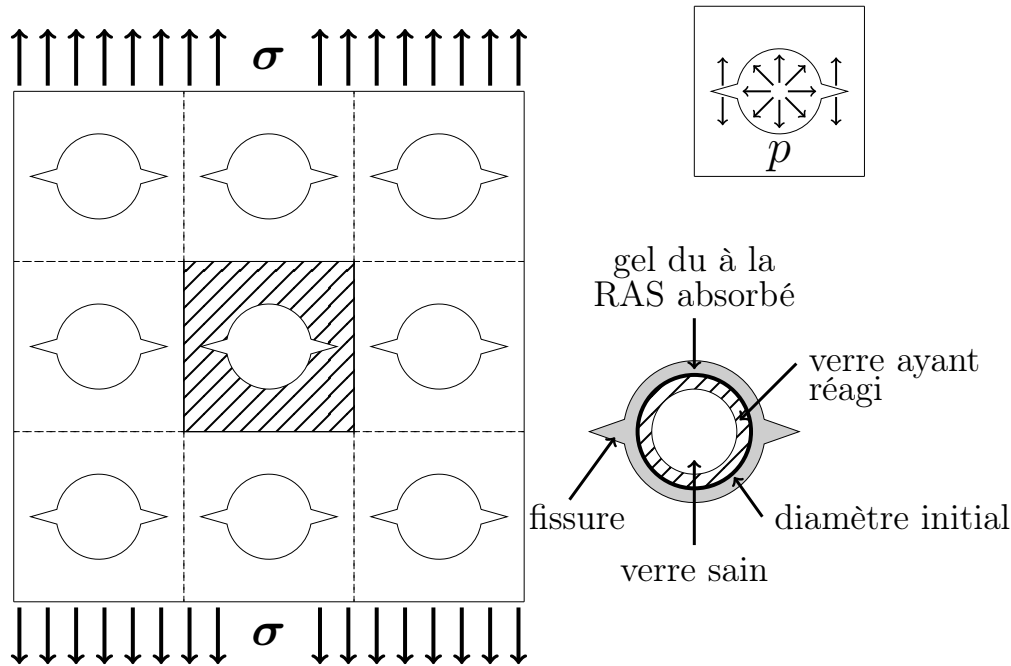


FIGURE A.11 – Réseau de cellules proposé par Bazant et Steffens [6]. Sur chaque cellule une pression p est imposée représentant l'action du gel produit par la RAS.

dans laquelle A_c est l'aire de la fissure et s la taille des vides sphériques dans une cellule.

2.2 Modèles mésoscopiques

À l'échelle mésoscopique, peu de modèles ont été développés. Le volume élémentaire représentatif est constitué de granulats réactifs dans une matrice cimentaire. La distribution spatiale et la taille des particules sont des paramètres d'étude.

- Modèle de Comby [20]

Un modèle 3D biphasique, ciment/granat, est proposé par [20]. Le ciment est supposé élastique endommageable et les granulats sont supposés élastiques. Les effets de la RAS sont modélisés par une dilatation isotrope de quelques granulats répartis aléatoirement.

La FIGURE A.12 présente la variation de volume des granulats en fonction du temps (voir [107]). Ce modèle permet de modéliser le réseau de fissures et la dégradation progressive du béton.

- Modèle de Haha [55]

Ce modèle prend en compte l'expansion macroscopique du mortier. Dunant et Scrivener [29] a confirmé cette phénoménologie ainsi que la relation entre les vides et les fissures des granulats. Les auteurs supposent que l'endommagement du béton est introduit par la croissance de poche de gel dans les granulats connectées au réseau poreux.

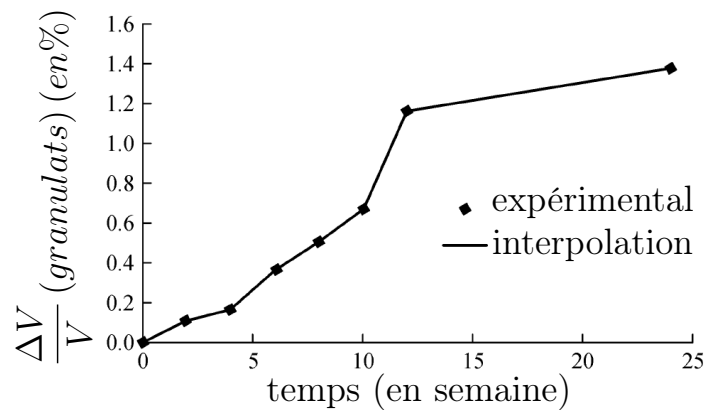


FIGURE A.12 – Évolution de la variation de volume de granulats en fonction du temps (voir [107]).

Ce modèle a permis de relier les observations micro-structurelles et les mesures macroscopiques. Des granulats sphériques sont générés de façon aléatoire dans un volume élémentaire représentatif. Les poches de gel sont décrites par des fonctions enrichies (voir [77]). Un contact parfait est supposé entre les poches et le granulat. Trois phases sont considérées : les poches de gel élastiques, les granulats et la pâte de ciment quasi-fragiles endommageables. Un déplacement imposé permet de modéliser la croissance du gel à chaque pas de temps jusqu'à 3% des granulats réactifs. Puis, la croissance du gel continue et génère des contraintes endommageant les granulats et la pâte de ciment. Les chemins de fissuration obtenus sont en bon accord avec l'expérience [54]. La perte de rigidité du béton est fonction de l'avancement de la réaction (voir FIGURE A.13).

- Modèle de Shin et al. [118, 117]

À une échelle plus fine, Shin et al. [118, 117] ont analysé une microstructure de béton par simulation Éléments Finis et analyse de données expérimentales (analyses d'images). Les effets de la RAS sont définis après un procédé de microscopie électronique à balayage d'une éprouvette de béton dégradé. Les différents constituants du béton sont ensuite obtenus par une analyse dispersive en énergie. Le maillage Éléments Finis suit les hétérogénéités obtenues par analyse d'image. Une pression imposée à partir d'une dilatation thermique permet de prendre en compte la formation du gel. Les résultats des simulations 2D sont en bon accord avec l'expérience. La FIGURE A.14 présente le maillage Éléments Finis utilisé et l'image du volume représentatif de béton.

2.3 Modèles macroscopiques

À l'échelle de la structure, les approches reposent sur le champ de déplacement, le champ de contrainte et le réseau de fissure du béton obtenus par la RAS. L'objectif de ces modèles est la mise en place de mesures correctives sur les structures. Les modèles sont

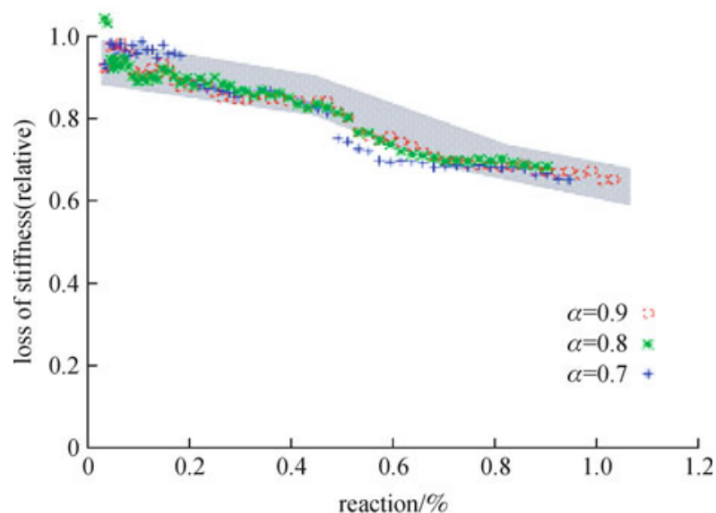


FIGURE A.13 – Perte de la rigidité relative en fonction de l’avancement de la réaction [29].

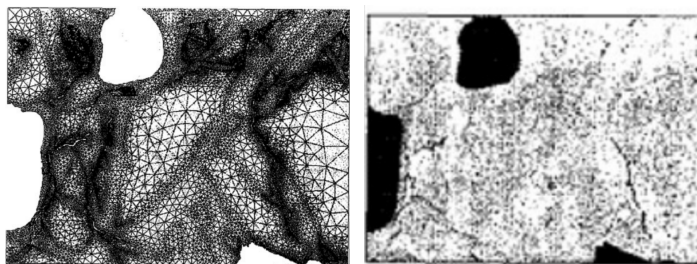


FIGURE A.14 – Modèle de [118, 117] : maillage utilisé (gauche) et volume élémentaire représentatif (droite).

phénoménologiques et reposent sur une résolution par les Éléments Finis d’un système d’équations couplées chemo-mécaniques.

- Modèle de Charlwood et al [18] et Thomson et al. [126]

Les auteurs supposent que la direction principale de l’expansion coïncide avec les directions principales des contraintes. Le taux d’expansion anisotropique est donné par :

$$\dot{\varepsilon}_i^{asr} = \begin{cases} \dot{\varepsilon}^u & \text{pour } 0 \leq \sigma_i \leq \sigma_L \\ \dot{\varepsilon}^u - K \log(\sigma_i/\sigma_L) & \text{pour } \sigma_L \leq \sigma_i \leq \sigma_{MAX} \\ 0 & \text{pour } \sigma_i > \sigma_{MAX} \end{cases} \quad (A.3)$$

avec $\dot{\varepsilon}^u$ le taux de déformation libre, σ_L permettant de borner la déformation ($\sigma_L = 0.3MPa$), σ_{MAX} la contrainte en compression au dessus de laquelle il n’y a pas de déformation liée à la RAS ($\sigma_{MAX} \in [5,10] MPa$), K la pente associée à l’évolution du taux

de déformation en fonction du logarithme de la contrainte et $i = 1,2,3$ les directions des contraintes principales.

La FIGURE A.15 représente l'évolution du taux de déformation dû à la RAS en fonction des contraintes principales. L'expansion du modèle est traitée comme une déformation initiale introduite par une augmentation de température équivalente. Ce modèle ne prend pas en compte les détails de la réaction chimique associé à la RAS.

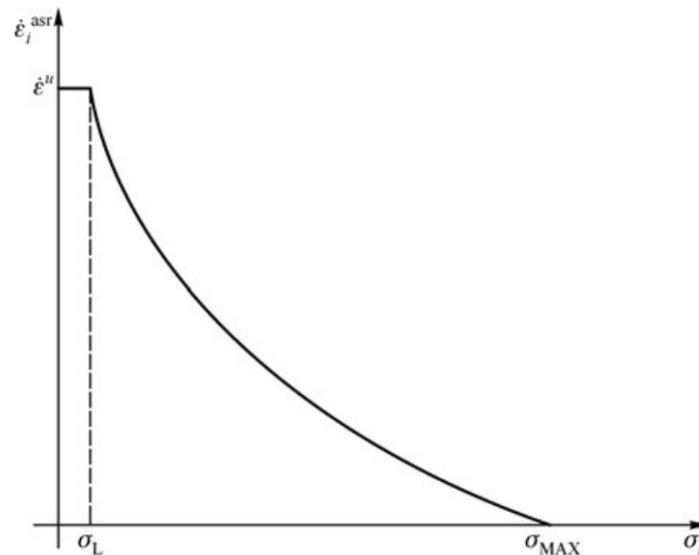


FIGURE A.15 – Évolution du taux de déformation dû à la RAS en fonction de la contrainte [18].

- Modèle de Léger et al. [68]

Le modèle de Léger et al. [68] repose sur l'observation de la déformation du béton constitutif des barrages. La déformation est fonction de plusieurs paramètres : état de contrainte, température, humidité et constituant du béton. Les auteurs supposent que la réaction est susceptible d'intervenir dans une zone particulière. La RAS introduit les déformations suivantes :

$$\begin{aligned} \varepsilon_{asr}^m &= \beta^m(t) [F_c(\sigma_c, t) \cdot F_T(t) \cdot F_M(t) \cdot F_R(t)]^m \\ &= \beta^m \cdot CTMR^m \end{aligned}$$

avec m les éléments d'un maillage où se produit la réaction, F_c , F_T , F_M et F_R les facteurs d'expansions normalisés correspondant respectivement à l'état de contrainte lors de la compression, la température, l'humidité et la réactivité, $CTMR^m$ la déformation normalisée introduite par la RAS, β^m un paramètre numérique pour ajuster les résultats aux valeurs expérimentales. Dans cette méthode, les facteurs d'expansions normalisés sont déterminés en utilisant des méthodes empiriques. Les effets associés à l'apparition de fissures et à l'expansion de la RAS sont introduits en réduisant la résistance critique en traction

2. MODÉLISATIONS DE LA RÉACTION ALCALI-SILICE (RAS)

et le module d'Young du béton estimés expérimentalement.

- Modèle de Huang et Pietruszczak [100, 101]

Un modèle non-linéaire proposé par Huang et Pietruszczak [100, 101] permet de décrire les effets de la RAS dans les structures en béton. La progression de la réaction est couplée avec la dégradation des propriétés mécaniques décrite par des modèles élastoplastiques. Les influences de la température et de l'humidité sont négligées. Une extension du modèle a été proposée pour prendre en compte la température dans les lois gouvernant le taux de RAS. Le taux d'expansion est contrôlé par les alcalins de la pâte de ciment, l'amplitude des contraintes de confinement et la température. Ce modèle a été appliqué aux barrages de gravité et dans la structure de Beauharnois au Canada [100] ainsi que pour des structures sous sollicitations sismiques. Le modèle permet également de prendre en compte des structures en béton armé en remplaçant le béton par un matériau composite avec un renforcement.

- Modèle de Ulm et al [128]

La cinétique de la RAS et les effets associés au gonflement sont présentés par Ulm et al. [128] par la définition d'un modèle chemo-élastique. Le gel produit par la RAS est supposé remplir les pores et les microfissures de la matrice cimentaire. Suite à cette réaction le gel exerce une pression sur la pâte cimentaire et les granulats. La pression interne de gonflement p_g du gel expansif dans le réseau poreux est alors contre balancé par la contrainte proche du pore σ_μ (représentant un facteur intensité). La FIGURE A.16 présente le modèle rhéologique mis en place.

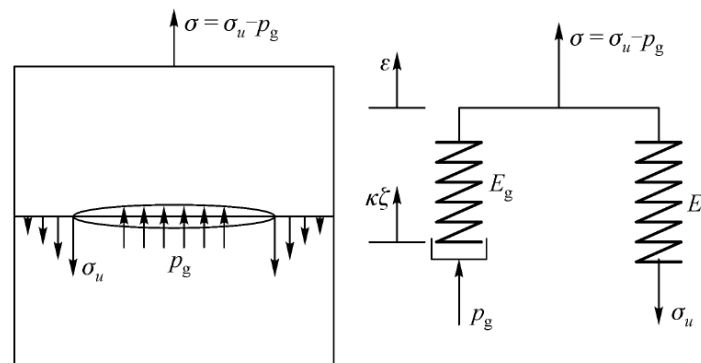


FIGURE A.16 – Modèle rhéologique proposé par [128].

Notons que les différentes cinétiques de réaction proposées par Ulm [128], Larive [66], Huang et Pietruszczak [60] sont acceptées par la communauté et peuvent alimenter des modèles mécaniques non-linéaires.

- Modèle de Saouma et Perotti [113]

Dans ce modèle, l'effet de l'état de contrainte est pris en compte pour l'expansion de la RAS. Saouma et Perotti [113] ont supposé que les fissures sont dues à des contraintes importantes. Le gel formé lors de la réaction vient remplir les cavités. La formation du gel exerce une pression plus faible sur la matrice cimentaire. Deux fonctions dépendantes de la contrainte en compression et en traction sont introduites. La dégradation des propriétés mécaniques pendant la RAS est prise en compte dans le modèle de Huang [60]. Ce modèle est appliqué en deux dimensions à un barrage de gravité en arc.

- Modèle de Multon et al. [84]

Multon et al. [84] ont développé un modèle chemo-élastique couplé avec une distribution de l'humidité. Comme dans le modèle précédent, l'état de contrainte a un rôle sur l'expansion du béton. Les simulations numériques ont été calibrées par l'expérience de [83]. Une conclusion de cette étude est de prendre en compte une anisotropie lors de calcul sur des structures endommagées par la RAS. Multon et al. [85] ont quantifié l'effet des contraintes sur l'expansion anisotropique de la RAS.

- Modèle de Comi et al. [21]

Un modèle chemo-thermo-endommageable a été proposé par Comi et al. [21] en combinant les cinétiques de la RAS avec un modèle isotrope endommageable. Le modèle fut calibré et validé sur les bases de données de [85, 66]. L'endommagement provoqué par la RAS dans le barrage de Newell [87] a été ensuite simulé et comparé au faciès actuel. Comi et Perego [22] ont étendu ce modèle à un endommagement anisotrope.

- Modèle de Bangert et al. [3]

Bangert et al. [3] ont développé un modèle hygro-thermo-mécanique dans le cadre de la mécanique des milieux poreux. Le béton est considéré comme un mélange de trois phases superposées les unes sur les autres et interagissant entre elles : le squelette, le liquide et le gaz dans les pores. Le squelette représente trois états : réagi, pas gonflé et pas réagi et gonflée. La RAS est décrite en utilisant des relations cinétiques du premier ordre. Il a alors été prouvé que une petite distribution non uniforme d'humidité peut produire des gradients de contraintes à l'origine de fissures dans la structure.

- Modèle de Poyet et al. [103]

Poyet et al. [103] ont proposé une loi cinétique de réaction pour modéliser l'expansion en considérant l'effet de l'eau et de la température. Une variable adimensionnée A est définie et décrit la progression de la RAS. Elle dépend de la température absolue T , du temps t et de la saturation S_r .

L'avancement de la RAS est donnée par :

$$\dot{A}(S_r, T, t) = \alpha_0 \exp \left[\frac{Ea}{R} \left(\frac{1}{\bar{T}} - \frac{1}{T} \right) \right] \frac{(S_r - S_r^0)^+}{(1 - S_r^0)} [S_r - A(S_r, T, t)]^+ \quad (\text{A.4})$$

la quantité $(.)^+$ est la partie positive de l'équation, α_0 est une constante caractérisant la cinétique de la RAS, Ea est l'énergie d'activation de la réaction, R est la constante des gaz parfaits, \bar{T} est la température de référence, T la température courante et S_r^0 est la plus petite saturation nécessaire pour avoir une évolution de la réaction chimique. La déformation associée à la RAS ε_{asr} est reliée à l'avancement A par :

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon}_{asr} = 0, & A < A_0; \\ \dot{\varepsilon}_{asr} = K\dot{A}, & A \geq A_0 \end{cases}$$

avec A_0 l'avancement minimal de la RAS pour initier le gonflement.

- Modèle de Grimal et al. [51]

Grimal et al. [51] ont combiné l'avancement de la RAS présenté ci-dessus avec un endommagement visco-elasto-plastique orthotropique pour modéliser le comportement du béton au long terme en considérant des phénomènes de fluage et de rétrécissement par séchage. Les effets mécaniques de la RAS sont introduits par un gel de pression P_g et sa formulation est choisie de la manière suivante :

$$P_g = K_g [AV_g - (A_0V_g + b_g tr\underline{\varepsilon})^+]^+ \quad (\text{A.5})$$

avec K_g le module d'élasticité isostatique du gel, b_g un coefficient qui permet une diminution de la pression du gel en accord avec l'expansion volumique $tr\underline{\varepsilon}$ et V_g est la fraction volumique maximale de gel qui peut être générée par la RAS.

- Modèle de Capra et Sellier [13]

Capra et Sellier [13] ont développé un modèle orthotropique pour le gonflement du béton sujet à la RAS basé sur une description probabiliste des paramètres les plus importants du béton et de la réaction. La réaction est modélisée par des relations cinétiques globales incluant les effets de la température et de l'humidité. Une probabilité est définie pour définir le taux d'endommagement du matériau. Ce modèle décrit une décroissance des propriétés élastiques, du gonflement résiduel de la RAS et du chargement mécanique induit.

3 Approche par la mécanique des milieux poreux

Lors de l'élaboration du béton et plus généralement des matériaux cimentaires, un processus chimique complexe intervient. Le béton est constitué de plusieurs phases (solide, liquide, gazeuse) et de plusieurs espèces. Une approche à l'aide du formalisme fourni par la mécanique des milieux poreux est ainsi adaptée à la modélisation fine des phénomènes et de leurs couplages.

Les modélisations décrites dans la suite sont issues des travaux de Gawin, Pesavento, Schrefler et al. dans [44, 45, 99]. Trois pathologies, la lixiviation, la réaction alcali silice et l'agression thermique, modélisées. Pour chacune des dégradations envisagées, nous

écrivons les lois de conservations et la fermeture du modèle. Enfin, à partir de ces trois pathologies, nous présenterons un modèle générique issu de la mécanique des milieux poreux.

Le béton, multi-phases et multi-espèces, est considéré comme étant un milieu poreux. Le béton est supposé constitué de trois phases, gazeuse, liquide et solide. Chaque phase peut contenir un certain nombre de constituants. On suppose la présence de deux espèces chimiques, l'eau (H_2O) sous forme liquide et gazeuse et les ions calcium (Ca^{2+}) sous forme liquide (voir la FIGURE A.17). Les vides de la structure sont soit des pores soit des capillaires. Ils peuvent contenir une phase gazeuse et une phase liquide. La saturation des vides avec les phases liquide et gazeuse peut varier.

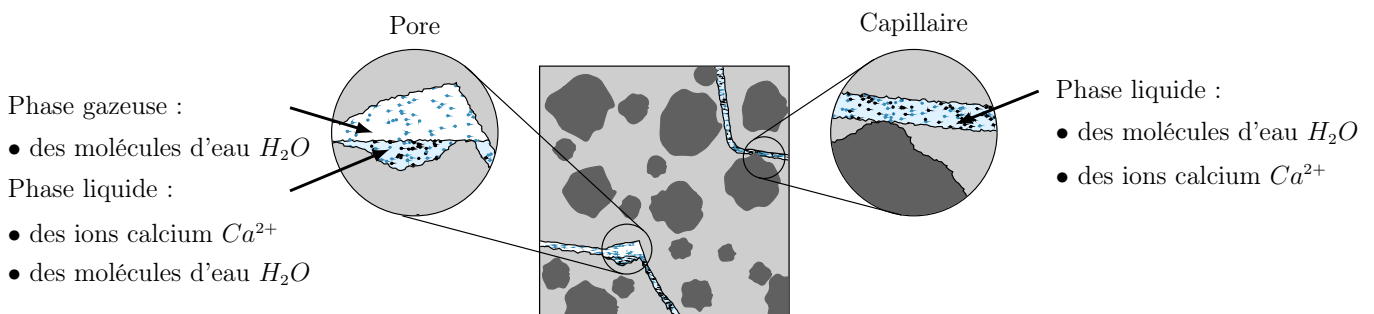


FIGURE A.17 – Mécanique des milieux poreux : application au béton.

Pour chaque espèce en présence, les modélisations des dégradations (sections 3.1, 3.2 et 3.3) reposent sur la même approche. La première étape consiste à écrire les équations constitutives (conservation de la masse et éventuellement des bilans d'enthalpie) et les équations de la fermeture du modèle (lois d'endommagements, etc). L'écriture des tenseurs mécaniques et la conservation de la quantité de mouvement du milieu sont écrits dans le cadre de la mécanique des milieux poreux.

Les équations de conservation de la masse des phases considérées sont écrites par rapport au solide. Ainsi, on introduit la dérivée matérielle permettant de décrire l'évolution d'une grandeur d'une phase par rapport à une autre phase. On utilise la décomposition de la vitesse en une partie advective et une partie diffusive. La FIGURE A.18 présente la décomposition pour la vitesse v^w de l'eau. Les deux termes représentent le mouvement du fluide (décrit par son centre de gravité, le terme advectif) et un mouvement local (terme diffusif).

Dans la suite, lors de l'écriture de la dérivée matérielle, le terme diffusif sera noté sous la forme u^α avec α l'espèce considérée.

3.1 La lixiviation

3.1.1 Équations de conservation

Gawin et al. [45] proposent une approche macroscopique de la dégradation du béton par lixiviation. Les équations de conservation de la masse volumique relative aux maté-

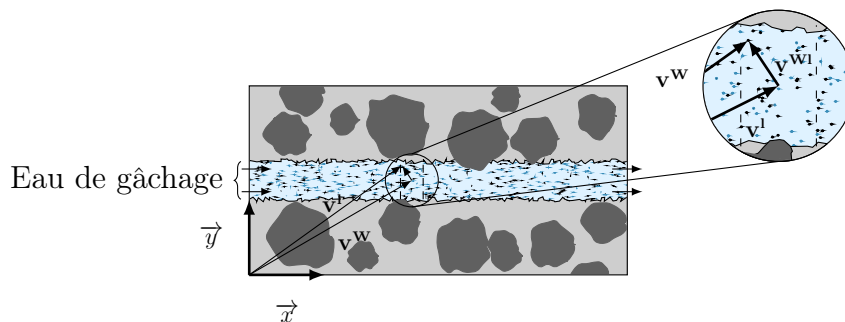


FIGURE A.18 – Représentation du transport d'espèces.

riaux cimentaires sont ici écrites dans le cadre des milieux poreux multiphasiques supposés à l'équilibre thermodynamique. On ne considère que les milieux saturés en eau dans les pores, les équations sont développées dans le cas plus général d'un milieu plus ou moins saturé. Les pores présents dans le squelette sont supposés ne contenir qu'une phase fluide (liquide et/ou gazeuse). La phase liquide est constituée d'eau résiduelle et la phase gazeuse est composée en partie d'air sec et de vapeur d'eau (les gaz sont supposés parfaits). L'équation de conservation de la masse moyenne s'écrit :

$$\frac{\overset{\pi}{D}\rho_{\pi}}{Dt} + \rho_{\pi}\text{div}\mathbf{v}^{\pi} = \rho_{\pi}e^{\pi}(\rho), \quad (\text{A.6})$$

avec π la phase considérée, ρ_{π} la masse volumique apparente (relative au volume total du milieu), \mathbf{v}^{π} la vitesse et $\rho_{\pi}e^{\pi}(\rho)$ la production massique volumique. Dans le cas du squelette solide, le bilan massique est :

$$\frac{\overset{s}{D}\rho_s}{Dt} + \rho_s\text{div}\mathbf{v}^s = -\dot{m}_{\text{diss}}, \quad (\text{A.7})$$

avec \dot{m}_{diss} le terme de production massique de calcium en phase liquide provenant de la dissolution du squelette. La relation entre la masse volumique moyenne de phase (ρ_{π}) et la masse volumique moyenne intrinsèque de phase (ρ^{π}) est :

$$\rho_{\pi} = \eta^{\pi}\rho^{\pi}, \quad (\text{A.8})$$

avec η^{π} la fraction volumique de la phase π (pour la phase solide $\eta^s = 1 - n$ avec n la porosité). L'équation (A.7) s'écrit :

$$\frac{(1-n)}{\rho^s} \frac{\overset{s}{D}\rho^s}{Dt} - \frac{\overset{s}{D}n}{Dt} + (1-n)\text{div}\mathbf{v}^s = -\frac{\dot{m}_{\text{diss}}}{\rho^s}. \quad (\text{A.9})$$

ANNEXE A. COMPLÉMENTS SUR LES MÉCANISMES DE DÉGRADATIONS DU BÉTON

L'équation de conservation de la masse volumique moyenne pour l'eau (capillaire et physiquement absorbée) dans la phase liquide est :

$$\frac{{}^w D\rho_w}{Dt} + \rho_w \operatorname{div} \mathbf{v}^w = -\dot{m}_{\text{vap}}, \quad (\text{A.10})$$

avec \dot{m}_{vap} le terme de production de vapeur par évaporation ou par désorption. On transforme l'expression de la dérivée matérielle :

$$\frac{{}^l D\rho_w}{Dt} = \frac{{}^w D\rho_w}{Dt} - \nabla \rho_w \cdot \mathbf{v}^{wl}, \quad (\text{A.11})$$

où le terme \mathbf{v}^{wl} représente la décomposition de la vitesse de l'eau en un terme diffusif $\mathbf{u}^w = \mathbf{v}^{wl} = \mathbf{v}^w - \mathbf{v}^l$ et advectif (i.e. relié au centre de gravité de l'ensemble de la phase liquide), \mathbf{v}^l . L'équation (A.10) s'écrit :

$$\frac{{}^l D\rho_w}{Dt} + \operatorname{div} \mathbf{J}_D^w + \rho_w \operatorname{div} \mathbf{v}^l = -\dot{m}_{\text{vap}}, \quad (\text{A.12})$$

avec $\mathbf{J}_D^w = \rho_w \mathbf{u}^w$ le flux diffusif d'eau dans la solution poreuse.

La solution poreuse est supposée être constituée d'eau et d'ions calcium Ca^{2+} provenant de la dissolution de la pâte de ciment ($\rho_l = \rho_w + \rho_{ca}$). La vitesse d'advection de l'eau étant grande devant la vitesse de diffusion, le flux diffusif sera négligé dans la suite : $\mathbf{J}_D^w \approx \mathbf{0}$.

En introduisant la vitesse relative du liquide au sein des pores et la dérivée matérielle de la densité d'eau avec le squelette, on a :

$$\frac{{}^s D\rho_w}{Dt} + \mathbf{v}^{ls} \nabla \rho_w + \rho_w \operatorname{div}(\mathbf{v}^s + \mathbf{v}^{ls}) = -\dot{m}_{\text{vap}}, \quad (\text{A.13})$$

avec $\mathbf{v}^{\pi s}$ la vitesse relative de la phase π par rapport au squelette.

$$\frac{{}^s Dn}{Dt} + \frac{n}{\rho^w} \frac{{}^s D\rho^w}{Dt} + \frac{n}{S_w} \frac{{}^s DS_w}{Dt} + \frac{1}{S_w \rho^w} \operatorname{div}(n S_w \rho^w \mathbf{v}^{ls}) + n \operatorname{div} \mathbf{v}^s = \frac{-\dot{m}_{\text{vap}}}{S_w \rho^w}, \quad (\text{A.14})$$

en notant S_w le degré de saturation des pores en eau liquide et n la porosité. En éliminant la dérivée temporelle de la porosité par sommation des équations (A.14) et (A.9), l'équation de conservation de masse d'eau liquide par rapport au squelette solide est obtenue :

$$\begin{aligned} & \frac{(1-n)}{\rho^s} \frac{{}^s D\rho^s}{Dt} + \operatorname{div} \mathbf{v}^s + \frac{n}{\rho^w} \frac{{}^s D\rho^w}{Dt} + \frac{n}{S_w} \frac{{}^s DS_w}{Dt} + \\ & \frac{1}{S_w \rho^w} \operatorname{div}(n S_w \rho^w \mathbf{v}^{ls}) = -\frac{\dot{m}_{\text{vap}}}{S_w \rho^w} - \frac{\dot{m}_{\text{diss}}}{\rho^s}. \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

3. APPROCHE PAR LA MÉCANIQUE DES MILIEUX POREUX

Un développement similaire permet d'obtenir les équations de conservation de la masse volumique de l'air sec, de la vapeur d'eau et du calcium :

$$\frac{n}{S_g} \frac{\overset{s}{D} S_g}{Dt} + \frac{n}{\rho^{ga}} \frac{\overset{s}{D} \rho^{ga}}{Dt} + \frac{1}{S_g \rho^{ga}} \operatorname{div} \mathbf{J}_D^{ga} + \frac{1}{S_g \rho^{ga}} \operatorname{div} (n S_g \rho^{ga} \mathbf{v}^{gs}) + \frac{1-n}{\rho^s} \frac{\overset{s}{D} \rho^s}{Dt} + \operatorname{div} \mathbf{v}^s = -\frac{\dot{m}_{\text{diss}}}{\rho^s} \quad (\text{A.16})$$

$$\frac{n}{S_g} \frac{\overset{s}{D} \rho_g}{Dt} + \frac{n}{\rho^{gw}} \frac{\overset{s}{D} \rho^{gw}}{Dt} + \frac{1}{S_g \rho^{gw}} \operatorname{div} \mathbf{J}_D^{gw} + \frac{1}{S_g \rho^{gw}} \operatorname{div} (n S_g \rho^{gw} \mathbf{v}^{gs}) + \frac{1-n}{\rho^s} \frac{\overset{s}{D} \rho^s}{Dt} + \operatorname{div} \mathbf{v}^s = -\frac{\dot{m}_{\text{diss}}}{\rho^s} + \frac{\dot{m}_{\text{vap}}}{S_g \rho^{gw}} \quad (\text{A.17})$$

$$\frac{(1-n)}{\rho^s} \frac{\overset{s}{D} \rho^s}{Dt} + \operatorname{div} \mathbf{v}^s + \frac{n}{c_{ca}} \frac{\overset{s}{D} c_{ca}}{Dt} + \frac{n}{S_w} \frac{\overset{s}{D} S_w}{Dt} + \frac{n}{\rho^w} \frac{\overset{s}{D} \rho^w}{Dt} + \frac{1}{c_{ca} S_w \rho^w} \operatorname{div} \mathbf{J}_D^{ca} + \frac{1}{c_{ca} S_w \rho^w} \operatorname{div} (c_{ca} n S_w \rho^w \mathbf{v}^{ls}) = \frac{\dot{m}_{\text{diss}}}{c_{ca} S_w \rho^w} - \frac{\dot{m}_{\text{diss}}}{\rho^s} \quad (\text{A.18})$$

Les phénomènes hygrothermiques dans le béton sont relativement lents et sont donc négligés. L'équation de conservation de la quantité de mouvement pour la phase π a la forme générale suivante :

$$\operatorname{div} \underline{\boldsymbol{\sigma}}^\pi + \rho_\pi \mathbf{g} + \rho_\pi [\mathbf{e}^\pi(\rho \dot{\mathbf{r}}) + \hat{\boldsymbol{\sigma}}^\pi] = \mathbf{0}, \quad (\text{A.19})$$

avec $\underline{\boldsymbol{\sigma}}^\pi$ le tenseur macroscopique dans la phase π , \mathbf{g} l'accélération de la pesanteur, $\rho_\pi \hat{\boldsymbol{\sigma}}^\pi$ le terme d'échange volumique de quantité de mouvement avec les autres phases dû aux interactions mécaniques et $\rho_\pi \mathbf{e}^\pi(\rho \dot{\mathbf{r}})$ le terme résultant du changement de phase ou des réactions chimiques. Ce terme d'échange est sujet à la contrainte suivante :

$$\sum_{\pi} \rho^\pi [\mathbf{e}^\pi(\rho \dot{\mathbf{r}}) + \hat{\boldsymbol{\sigma}}^\pi] = \mathbf{0}. \quad (\text{A.20})$$

En sommant les équations de conservation de la quantité de mouvement pour toutes les phases, en introduisant le tenseur de contrainte totale $\underline{\boldsymbol{\sigma}} = \underline{\boldsymbol{\sigma}}^s + \underline{\boldsymbol{\sigma}}^l + \underline{\boldsymbol{\sigma}}^g$, en prenant en compte la condition de l'équation (A.20) et en vérifiant la continuité des contraintes à l'interface fluide-solide, on obtient :

$$\operatorname{div} \underline{\boldsymbol{\sigma}} + \rho \mathbf{g} = \mathbf{0}, \quad (\text{A.21})$$

où

$$\rho = (1-n)\rho^s + n S_w \rho^l + n(1-S_w)\rho^g, \quad (\text{A.22})$$

est la moyenne de la densité apparente du milieu.

Les équations de la moyenne volumique du moment angulaire montrent (pour un milieu non polaire comme le béton humide) que tous les tenseurs partiels sont symétriques : $\underline{\boldsymbol{\sigma}}^\pi = (\underline{\boldsymbol{\sigma}}^\pi)^T$.

3.1.2 Lois de fermeture

La lixiviation du béton est un phénomène physico-chimique très complexe ([111, 112, 110]). On suppose qu'il existe un équilibre thermodynamique local entre le calcium formé dans le squelette et le calcium dissout dans l'eau des pores. Sous cette hypothèse et à une température $T = T_{ref}$, on définit la courbe d'équilibre entre les concentrations de calcium solide et liquide ($s_{ca}^{eq}(c_{ca})$) que l'on représente sur la FIGURE A.19 [48, 47].

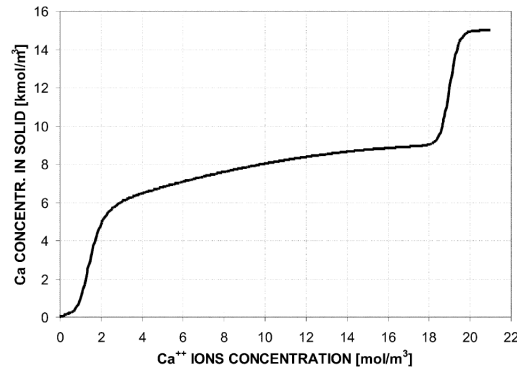


FIGURE A.19 – Évolution de la courbe d'équilibre entre les concentrations de calcium solide et liquide proposée par Gerard et al [48, 47].

L'évolution du calcium peut être décrite par l'équation suivante :

$$\begin{aligned}
 s_{ca}^{eq}(c_{ca}) &= s_{ca}^0(1 - \alpha_c)s_h \left(1 - \frac{c_{ca}}{10\bar{c}} + \frac{1}{4} \left(\frac{c_{ca}}{10\bar{c}} \right)^2 \right) - \frac{s_{ca}^0 - s_h}{1 + \left(\frac{c_{ca}}{c_p} \right)^n} - \frac{\alpha_c s_h}{1 + \left(\frac{c_{ca}}{c_{csh}} \right)^m}, & \text{si } 0 < c_{ca} < c_0, \\
 s_{ca}^{eq}(c_{ca}) &= s_{ca}^0, & \text{si } c_{ca} = 0, \\
 s_{ca}^{eq}(c_{ca}) &= s_{ca}^0, & \text{sinon}
 \end{aligned} \quad (A.23)$$

avec $\bar{c} = 1 \text{ mol.m}^{-3}$, α_c , n , m des constantes matérielles, s_{ca}^0 et c_0 les valeurs à l'équilibre du calcium contenu dans le squelette et la concentration en calcium dans l'eau des pores lorsque le matériau est sain. Les concentrations moyennes de calcium dissout appartenant à la phase CSH et à la portlandite sont représentées respectivement par c_{csh} et c_p . Le calcium solide contenu dans la portlandite libre de la matrice cimentaire est s_h .

L'irréversibilité du processus de dissolution du calcium (la concentration de calcium solide ne peut pas augmenter) implique qu'il n'y a pas de relation unique entre les valeurs actuelles de la concentration de calcium dans le squelette du béton $s_{ca}(\mathbf{r}, t)$ et la concentration en ions calcium dans la solution poreuse $c_{ca}(\mathbf{r}, t)$ (en notant \mathbf{r} la coordonnée du vecteur du point analysé).

Lorsque la concentration du calcium liquide atteint sa valeur d'équilibre, il n'y a pas de changement de concentration en calcium solide. Sous l'hypothèse isotherme, la valeur de la

concentration en calcium solide $s_{Ca}(\mathbf{r},t)$ correspond à la valeur minimale de la concentration en ions calcium $c_{Ca,min}(\mathbf{r},t)$ pour l'instant t au point \mathbf{r} . La cinétique de la lixiviation du calcium est strictement dépendante du taux de changement de la concentration en ions calcium :

$$\begin{aligned} \frac{\partial s_{Ca}(\mathbf{r},t)}{\partial t} &= \left. \frac{\partial s_{Ca}^{eq}}{\partial c_{Ca}} \right|_{c_{Ca}} \frac{c_{Ca}(\mathbf{r},t)}{\partial t} & \text{si,} & \quad c_{Ca}(\mathbf{r},t) < c_{Ca,min}(\mathbf{r},t), & \quad (\text{A.24}) \\ \frac{\partial s_{Ca}(\mathbf{r},t)}{\partial t} &= 0 & \text{sinon.} & & \end{aligned}$$

Après une décroissance de la concentration liquide en calcium sous la valeur $c_{Ca,min}(\mathbf{r},t)$, le nouvel état d'équilibre est atteint.

Une telle hypothèse est valide pour un phénomène "relativement lent" i.e. avec une échelle temporelle caractéristique d'observation considérablement plus grande que le temps caractéristique du processus de lixiviation τ_{lix} . Le phénomène est engendré par deux éléments : la diffusion des ions calcium et la dissolution du calcium. Ainsi τ_{lix} dépend du coefficient de diffusion des ions calcium dans l'eau D_D^{ca} et de la production de calcium liquide $\dot{m}_{\text{diss}} = -M_{\text{ca}}\dot{s}_{\text{ca}}$ avec M_{ca} la masse molaire du calcium.

Le moteur de la lixiviation est la diffusion des ions calcium. Il faut donc que le flux sortant du site où les ions calcium sont relâchés vers l'espace libre soit à une certaine concentration. Cette dernière est alors donnée pour une distance moyenne de diffusion l_{lix} . L'équation linéarisée de diffusion du calcium en 1D en considérant le terme de production décrit dans l'équation (A.24) est utilisée :

$$\frac{\partial c_{\text{ca}}}{\partial t} = D_D^{\text{ca}} \frac{\partial^2 c_{\text{ca}}}{\partial x^2} - \frac{\partial s_{\text{ca}}}{\partial c_{\text{ca}}} \frac{\partial c_{\text{ca}}}{\partial t}. \quad (\text{A.25})$$

On définit le temps caractéristique de lixiviation τ_{lix} par :

$$\tau_{\text{lix}} \cong \frac{l_{\text{lix}}^2}{D_D^{\text{ca}}} \left(1 + \frac{\partial s_{\text{ca}}}{\partial c_{\text{ca}}} \right). \quad (\text{A.26})$$

Cette formule peut être considérée comme un temps caractéristique de micro-diffusion du calcium dans la solution poreuse entre la surface du squelette (portlandite, ettringite, les CSH où a lieu la dissolution du calcium) et les pores ouverts ayant une concentration de calcium liquide. La distance moyenne de diffusion est prise ici à $l_{\text{lix}} \approx 50\mu\text{m}$ pour un temps caractéristique de τ_{lix} .

Compte tenu du fait que la phase solide est constituée de plusieurs espèces, on peut définir différents temps caractéristiques de lixiviation s'étendant sur une plage de valeur allant de 10 minutes pour l'ettringite à plus de 3 heures pour la portlandite. L'hypothèse de l'équilibre thermodynamique entre le calcium liquide et solide pendant le processus de lixiviation couramment utilisée dans la simulation numérique est donc discutable.

La lixiviation du béton peut être décrite par la théorie des milieux poreux chimico-plastique. En négligeant les termes dus aux déformations élastique et plastique ainsi que les phénomènes durcissant et adoucissant, le taux de lixiviation du matériau dans les

conditions actuelles est décrit par les données (c_{ca}, s_{ca}) et est (pour le point d'équilibre thermodynamique $(c_{ca}^{eq}, s_{ca}^{eq})$) exprimé par la relation suivante :

$$\frac{\partial s_{ca}}{\partial t} = \frac{1}{\eta} A_s, \quad (\text{A.27})$$

où

$$A_s = RT \ln \left(\frac{c_{ca}}{c_{ca}^{eq}} \right) \int_{s_{ca}^{eq}}^{s_{ca}} \kappa(\bar{s}) d\bar{s}, \quad (\text{A.28})$$

avec $\eta = RT\tau_{\text{lix}}$ le coefficient relatif à la diffusion des ions Ca^{2+} dans les pores du matériel et $\kappa(S)$ la constante d'équilibre du processus de lixiviation. Les valeurs de c_{ca}^{eq} et s_{ca}^{eq} correspondent à un point d'équilibre entre le calcium solide et liquide ($s_{ca}^{eq} = s_{ca}^{eq}(c_{ca}^{eq})$). La lixiviation du calcium est supposée irréversible et le phénomène apparaît seulement si les valeurs actuelles de concentration en calcium liquide et solide c_{ca} et s_{ca} remplissent la condition suivante $s_{ca} > s_{ca}^{eq}(c_{ca})$, ($A_s < 0$). La valeur maximale du taux de lixiviation est quant à elle limitée par des contraintes thermodynamiques. Les valeurs de la constantes d'équilibres $\kappa(\bar{s})$ peut être obtenue par la forme incrémentale suivante (d'après [129]) :

$$\kappa(s_{ca}) = \frac{RT_{\text{ref}}}{c_{ca}} \left(\frac{ds_{ca}}{dc_{ca}} \right)^{-1}. \quad (\text{A.29})$$

Pour chaque point (c_{ca}, s_{ca}) décrivant l'état actuel du système, $s_{ca}^* = s_{ca}^{eq}(C_{ca})$ est déterminé à partir de la formule suivante[45] :

$$\frac{\partial s_{ca}}{\partial t} = \frac{1}{\eta} A_s = \frac{1}{\eta} \int_{s_{ca}^*}^{s_{ca}} \kappa(\bar{s}) d\bar{s} = \frac{1}{\eta} \left[\int_{s_{ca}^0}^{s_{ca}^*} \kappa(\bar{s}) d\bar{s} - \int_{s_{ca}^0}^{s_{ca}} \kappa(\bar{s}) d\bar{s} \right], \quad (\text{A.30})$$

avec le coefficient η dépendant de la concentration solide de calcium $\eta = \eta(s_{ca})$.

a) Modélisation des déformations du béton dégradé par la lixiviation et écriture du tenseur de contrainte effective

Pour modéliser les déformations du béton, on utilise le degré de lixiviation défini par :

$$\Gamma_{\text{lix}} [s_{ca}(t)] = \frac{s_{ca}^0 - s_{ca}(t)}{s_{ca}^0}, \quad (\text{A.31})$$

avec $s_{ca}(t)$ la valeur actuelle de la concentration en calcium dans le squelette du béton c'est la plus petite valeur atteinte par $s_{ca}(t) = s_{ca, \text{min}}(t)$ à l'instant t (le processus de dissolution est irréversible). On définit le taux de lixiviation $(\dot{\Gamma}_{\text{lix}})$ par :

$$\dot{\Gamma}_{\text{lixi}} = \frac{\partial \Gamma_{\text{lixi}}}{\partial t} = -\frac{1}{s_{\text{ca}}^0} \frac{\partial s_{\text{ca}}(t)}{\partial t}. \quad (\text{A.32})$$

Lors de l'analyse de l'état de contrainte et de déformation du milieu poreux, il est nécessaire de considérer non seulement l'action d'un chargement extérieur mais également la pression exercée par les fluides présents dans les vides sur le squelette (voir FIGURE A.20).

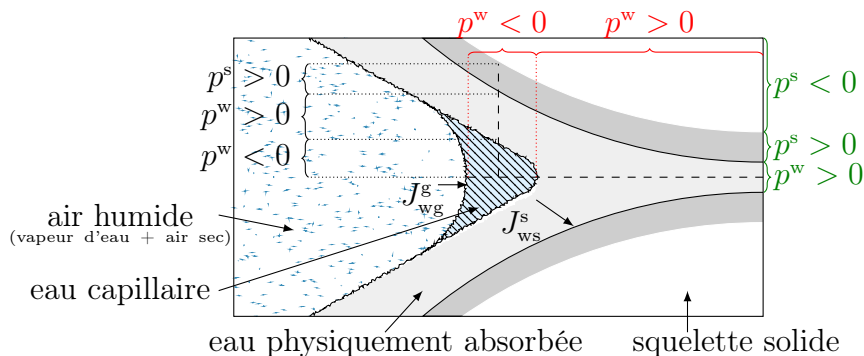


FIGURE A.20 – Prise en compte de l'action des fluides sur le squelette [46].

Le tenseur des contraintes $\underline{\sigma}$ agissant en un point du milieu poreux peut être décomposé en un tenseur de contrainte effective $\underline{\sigma}_e^s$ (effets des contraintes dues au changement de porosité, variation spatiale de la porosité et les déformations de la matrice solide) et en une autre partie prenant en compte la pression exercée sur la phase solide par les fluides des pores, $\underline{\sigma} = \underline{\sigma}_e^s - \alpha P^s \underline{\mathbf{I}}$, où α est le coefficient de Biot et P^s est une mesure de la pression solide agissant sur le système. Plusieurs formes différentes de P^s ont été proposées ces dernières décennies en géomécanique, en prenant en compte la microstructure du béton (interactions microstructurales complexes entre les molécules d'eau et le squelette du béton). La formulation de Gray et Schreffler [50] inclut le degré de contact de chaque phase du fluide avec la phase solide. En introduisant les interfaces entre les constituants, le coefficient de Biot représente le ratio de la partie hydrostatique du tenseur des contraintes totale (p^{total}) sur la force normale exercée à la surface solide par le fluide environnant $-\langle \mathbf{n}_s \cdot \underline{\sigma}_s \cdot \mathbf{n}_s \rangle^{ss}$:

$$\alpha = -\frac{p^{total}}{-\langle \mathbf{n}_s \cdot \underline{\sigma}_s \cdot \mathbf{n}_s \rangle^{ss}} = 1 - \frac{\tilde{K}_T}{\tilde{K}_s}. \quad (\text{A.33})$$

Cette relation prend en compte différentes valeurs du module de compressibilité pour la matrice et l'ensemble du milieu \tilde{K}_s et \tilde{K}_T . $\underline{\sigma}_s$ est le tenseur de contraintes de la phase solide au niveau microscopique, \mathbf{n}_s est le vecteur unité normale à la phase solide en chaque point et les $\langle \rangle^{ss}$ représentent une moyenne sur la surface solide. Avec ces résultats, P^s est prise pour représenter la force normale moyenne exercée sur la surface solide par les fluides :

$$P^s = -\langle \mathbf{n}_s \cdot \underline{\boldsymbol{\sigma}}_s \cdot \mathbf{n}_s \rangle^{ss}. \quad (\text{A.34})$$

En considérant les interfaces et en formulant le modèle au niveau microscopique, la forme suivante connue sous le nom de “pression standard solide”, p^s est obtenue :

$$p^s = \chi_s^{ws} p^w + \chi_s^{gs} p^g + \chi_s^{ws} \gamma^{ws} J_{ws}^s + \chi_s^{gs} \gamma^{gs} J_{gs}^s, \quad (\text{A.35})$$

où χ_s^{ws} et χ_s^{gs} sont les fractions d’aire du squelette en contact avec l’eau et le gaz respectivement, alors que J_{ws}^s et J_{gs}^s sont les courbures des interfaces eau/solide et gaz/solide. Les deux expressions de la pression solide sont reliées entre elles par la relation suivante :

$$p^s = \alpha P^s. \quad (\text{A.36})$$

En utilisant cette définition simplifiée de la pression capillaire (valable pour un équilibre thermodynamique) et en négligeant la contribution directe des interfaces :

$$p^c \equiv p^g - p^w = \Pi^f - \gamma^{wg} J_{wg}^w, \quad (\text{A.37})$$

l’équation A.35 devient :

$$p^s = p^g + \chi_s^{ws} \gamma^{wg} J_{wg}^w - \chi_s^{ws} \Pi^f + \chi_s^{ws} \gamma^{ws} J_{ws}^s + (1 - \chi_s^{ws}) \gamma^{gs} J_{gs}^s. \quad (\text{A.38})$$

La dernière équation considère la pression de disjointement Π^f et peut être appliquée dans la région hygroscopique (lorsque le niveau de saturation est plus petit que le point de saturation solide et l’eau est présente seulement comme un film très fin sur la surface du squelette) aussi bien que dans la région non hygroscopique (pour des niveaux d’humidité contenue plus haut, pour lesquels les valeurs dépassent le point de saturation solide).

Dans l’équation (A.38), on peut reconnaître les termes correspondants aux principaux phénomènes physiques impactant le béton : le premier terme du membre de droite décrit l’effet de la pression du gaz, le deuxième la tension capillaire, le troisième le disjointement de la pression et les deux derniers résultent de l’action de la tension de surface sur les interfaces avec le fluide des pores (négligeables). En prenant en compte ces simplifications et en utilisant (A.37), la relation de la contrainte effective est reformulée :

$$\underline{\boldsymbol{\sigma}}_e^s = \underline{\boldsymbol{\sigma}} + (p^g - \chi_s^{ws} p^c) \underline{\mathbf{I}}. \quad (\text{A.39})$$

Le tenseur de contraintes effective décrit ci-dessus a été utilisé dans le modèle de Gawin [45] pour prendre en compte les déformations autogènes (provoquées par le béton lui-même) des structures en béton au jeune âge ou exposé à un environnement caractérisé

3. APPROCHE PAR LA MÉCANIQUE DES MILIEUX POREUX

par une petite/grande humidité.

La relation reliant les dérivées temporelles de la contrainte et de la déformation d'un béton vieilli dans des conditions isothermiques est :

$$\dot{\underline{\sigma}}_e^s = \underline{\underline{D}}(\dot{\underline{\epsilon}}_{tot} - \dot{\underline{\epsilon}}_c), \quad (\text{A.40})$$

avec $\underline{\underline{D}}$ le tenseur tangent du matériau et $\underline{\epsilon}_c$ la déformation par fluage. De même, on définit une variable V représentant la dégradation chimique (fonction indirecte de la concentration en ions calcium) :

$$V = 1 - \frac{E(\Gamma_{\text{lix}})}{E_0}, \quad (\text{A.41})$$

avec E_0 le module d'Young du matériau sain et la relation suivante pour $E(\Gamma_{\text{lix}})$:

$$E(\Gamma_{\text{lix}}) = E_0 - \Gamma_{\text{lix}} \cdot \Delta E_{\text{lix}}, \quad (\text{A.42})$$

avec ΔE_{lix} un paramètre matériel déterminé expérimentalement. De nouveau, on considère pour l'endommagement un milieu poreux multiphasique, la relation reliant les dérivées temporelles de la contrainte et de la déformation est de la forme suivante :

$$\dot{\underline{\sigma}}_e^s = (1 - V) \underline{\underline{D}}_0 (\dot{\underline{\epsilon}}_{tot} - \dot{\underline{\epsilon}}_c) - \dot{V} \underline{\underline{D}}_0 (\underline{\epsilon}_{tot} - \underline{\epsilon}_c), \quad (\text{A.43})$$

avec $\underline{\underline{D}}_0$ le tenseur tangent dans le cas d'un milieu sain.

b) Relations de transport des propriétés chimiques

La dissolution de la masse de squelette solide \dot{m}_{diss} (reliée au taux de lixiviation du calcium $\dot{\Gamma}_{\text{lix}}$) est décrite par :

$$\dot{m}_{\text{diss}}(\Gamma_{\text{lix}}) = -M_{\text{diss}} s_{\text{ca}}^0 \dot{\Gamma}_{\text{lix}}, \quad (\text{A.44})$$

avec M_{diss} la masse molaire moyenne de squelette dissout et s_{ca}^0 la concentration molaire initiale du squelette en calcium et à la fin du processus (lorsque la totalité du squelette est dissout dans l'eau pure $s_{\text{ca}} = 0$). L'évolution de la porosité du béton est :

$$n = n_0 + \Delta n_{\text{ch}}(\Gamma_{\text{lix}}), \quad (\text{A.45})$$

où $\Delta n_{\text{ch}}(\Gamma_{\text{lix}})$ est déterminé expérimentalement et est en général proportionnel au degré de lixiviation du calcium (Γ_{lix}) :

$$\Delta n_{\text{ch}} = \frac{M_{\text{diss}}}{\rho_{\text{diss}}} s_{\text{ca}}^0 \cdot \Gamma_{\text{lix}}. \quad (\text{A.46})$$

Les lois de Fick sont utilisées pour représenter l'évolution du flux diffusif des ions calcium dans la solution poreuse :

$$\mathbf{J}_D^{\text{ca}} = -\rho^{\text{w}} \underline{\mathbf{D}}_D^{\text{ca}} \nabla (c_{\text{ca}}), \quad (\text{A.47})$$

avec $\underline{\mathbf{D}}_D^{\text{ca}}$, le tenseur de diffusion du calcium dont l'expression est :

$$\underline{\mathbf{D}}_D^{\text{ca}} = D_D^{\text{ca}} \underline{\mathbf{I}} = n S_{\text{w}} \tau \left[D_0^{\text{ca}} + \frac{A_1 \kappa}{1 + \kappa a} \right] \left[1 + \frac{A_3 \kappa}{(1 + \kappa a)^2} \right] \underline{\mathbf{I}}, \quad (\text{A.48})$$

avec D_0^{ca} le coefficient de Nernst pour une solution infiniment diluée, $\underline{\mathbf{I}}$ le tenseur unité du second ordre, n la porosité, τ le facteur de tortuosité, κ la longueur inverse de Debye-Hückel (exprimée par $\kappa = A_2 \sqrt{c_{\text{ca}}}$), a représente le diamètre ionique de la solution électrolyte et A_1 , A_2 , A_3 sont des paramètres dépendant des propriétés électrolytiques ($A_1 < 0$, $A_2 > 0$ et $A_3 < 0$). Pour la masse volumique intrinsèque de squelette solide, la forme suivante de l'équation d'état est prise :

$$\rho^{\text{s}} = \rho^{\text{s}} (p^{\text{s}}, \text{tr} \underline{\boldsymbol{\sigma}}_e^{\text{s}}, \Gamma_{\text{lix}}), \quad (\text{A.49})$$

avec p^{s} la pression de la phase solide décrit précédemment, $\text{tr} \underline{\boldsymbol{\sigma}}_e^{\text{s}}$ le premier invariant du tenseur de contraintes effective et Γ_{lix} le degré de lixiviation. L'expression suivante pour le taux de variation du premier invariant du tenseur de contraintes effective est proposée :

$$\frac{\overset{\text{s}}{D} (\text{tr} \underline{\boldsymbol{\sigma}}_e^{\text{s}})}{Dt} = 3 \tilde{K}_T \left(\text{div} \bar{\mathbf{v}}^{\text{s}} + \frac{1}{\tilde{K}_s} \frac{D^{\text{s}} p^{\text{s}}}{Dt} \right). \quad (\text{A.50})$$

De même, pour l'eau contenu dans les pores, la masse volumique intrinsèque s'exprime :

$$\rho^{\text{l}} = (p^{\text{w}}, c_{\text{ca}}) = \rho^{\text{w}} (p^{\text{w}}) (1 + \kappa_p c_{\text{ca}}), \quad (\text{A.51})$$

avec ρ^{l} et ρ^{w} sont les masses volumiques intrinsèques de liquide contenue dans les pores et d'eau pure, κ_p est un paramètre dépendant de la pâte cimentaire. La structure interne des pores du béton est très complexe cependant à l'échelle macroscopique la description du flux moyen advectif d'eau liquide peut être décrit par la loi de Darcy :

$$n S_{\pi} \mathbf{v}^{\pi \text{s}} = -\frac{k^{r\pi} \mathbf{k}}{\mu^{\pi}} [\nabla (p^{\pi}) - \rho^{\pi} \mathbf{g}], \quad (\text{A.52})$$

avec $\underline{k} = k\underline{I}$ est le tenseur de perméabilité intrinsèque, $k^{r\pi}$ et μ^π ($\pi = g,l$) représente la perméabilité relative et la viscosité dynamique de la phase gazeuse et de la phase liquide. En général la viscosité du liquide poreux dépend de la température et de la concentration en calcium mais pendant le processus de lixiviation la fraction molaire de calcium est très faible ainsi cet effet est négligé et on suppose alors que $\mu^l = \mu^w(T_{\text{ref}})$. Pendant la lixiviation du béton, la perméabilité intrinsèque k peut augmenter de manière significative à cause de la décalcification du squelette et est reliée à l'augmentation de la porosité (Δn_{ch}). On suppose que cet effet est pris en compte par le degré de lixiviation Γ_{lix} , ainsi on décrit k par l'expression suivante :

$$k = k(n_0) 10^{A_\Gamma \Gamma_{\text{lix}}}, \quad (\text{A.53})$$

avec A_Γ un paramètre matériel déterminé expérimentalement. D'après l'expérience de Saito et Deguchi [109], l'évolution de la perméabilité du béton lors de la lixiviation est reliée à la porosité actuelle n par l'équation suivante :

$$k^* = B 10^{A_n n^*}, \quad (\text{A.54})$$

avec k^* et n^* les valeurs de la perméabilité et de la porosité divisée par la fraction de volume de la pâte cimentaire ($\bar{V}_{\text{pâte}}$). Par conséquent, le paramètre A_Γ est donné par :

$$A_\Gamma = A_n \frac{\Delta n_{\text{ch}}}{\bar{V}_{\text{pâte}}} = \frac{A_n}{\bar{V}_{\text{pâte}}} \frac{M_{\text{diss}}}{\rho^{\text{diss}}} S_{\text{ca}}^0. \quad (\text{A.55})$$

Pour décrire la diffusion surfacique d'eau absorbée, on utilise également la loi de Fick (Gawin [41]) :

$$n S_w \mathbf{v}^{\text{ws}} = -\underline{D}_b \nabla S_w, \quad (\text{A.56})$$

avec $\underline{D}_b = f(S_w, T, \Gamma_{\text{lix}})$ le tenseur de diffusion du film d'eau, $S_w(\Psi_c)$ représente le degré de saturation de l'eau absorbée et Ψ_c est décrit par $\Psi_c = -\rho^w p^c$.

Pour le flux de particules gazeuses dans le mélange d'air sec et de vapeur d'eau, la loi de Fick est écrite sous la forme suivante :

$$\mathbf{J}_D^{\text{gw}} = -\rho^g \underline{D}_{\text{gw}} \nabla \left(\frac{\rho^{\text{gw}}}{\rho^g} \right), \quad (\text{A.57})$$

avec $\underline{D}_{\text{gw}} = f(S_w, n, p^g, f_s)$ le tenseur effectif de diffusion d'air sec.

3.1.3 Bilan de la modélisation

• Équations constitutives

Les quatre équations constitutives du modèle sont :

ANNEXE A. COMPLÉMENTS SUR LES MÉCANISMES DE DÉGRADATIONS DU BÉTON

— la conservation de la masse d'air sec :

$$\begin{aligned} \frac{S_g n}{\rho^{ga}} \frac{\partial \rho^{ga}}{\partial t} + \frac{1-n}{\rho^s} S_g \frac{\partial \rho^s}{\partial \Gamma_{\text{lix}}}}{\partial \Gamma_{\text{lix}}} \frac{\partial \Gamma_{\text{lix}}}{\partial t} + n \frac{\partial S_g}{\partial t} + \alpha S_g \text{div} \bar{\mathbf{v}}^s + \frac{1}{\rho^{ga}} \text{div} \mathbf{J}_d^{ga} \\ + \frac{1}{\rho^{ga}} \text{div} (n S_g \rho^{ga} \mathbf{v}^{gs}) = \frac{S_g}{\rho^s} (\dot{m}_{\text{lix}}) \end{aligned}$$

— la conservation de la masse d'eau :

$$\begin{aligned} S_g n \frac{\partial \rho^{gw}}{\partial t} - n (\rho^{gw} - \rho^w) \frac{\partial S_w}{\partial t} + \text{div} \mathbf{J}_d^{gw} + \text{div} (n S_w \rho^w \mathbf{v}^{ws}) + \text{div} (n S_g \rho^{gw} \mathbf{v}^{gs}) \\ + \frac{1-n}{\rho^s} (S_g \rho^{gw} + S_w \rho^w) \frac{\partial \rho^s}{\partial \Gamma_{\text{lix}}}}{\partial \Gamma_{\text{lix}}} \frac{\partial \Gamma_{\text{lix}}}{\partial t} + \alpha (S_w \rho^w + S_g \rho^{gw}) \text{div} \bar{\mathbf{v}}^s = \frac{-\dot{m}_{\text{diss}} (\rho^{gw} S_g + \rho^w S_w)}{\rho^s} \end{aligned}$$

— la conservation de la masse de calcium :

$$\begin{aligned} (1-n) c_{ca} S_w \frac{1}{\rho^s} \frac{\partial \rho^s}{\partial \Gamma_{\text{lix}}}}{\partial \Gamma_{\text{lix}}} \frac{\partial \Gamma_{\text{lix}}}{\partial t} + n c_{ca} \frac{\partial S_w}{\partial t} + n S_w \frac{\partial c_{ca}}{\partial t} + \alpha c_{ca} S_w \text{div} \bar{\mathbf{v}}^s + \frac{1}{\rho^w} \text{div} \mathbf{J}_D^{ca} \\ + \frac{1}{\rho^w} \text{div} (c_{ca} n S_w \rho^w \mathbf{v}^{ls}) = \frac{\dot{m}_{\text{diss}}}{\rho^w} - \frac{\dot{m}_{\text{diss}}}{\rho^s} c_{ca} S_w \end{aligned}$$

— la conservation de la quantité de mouvement :

$$\begin{aligned} \text{div} \left[(1-V) \underline{\underline{\mathbf{D}}}_0 \left(\frac{\partial \underline{\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}}_{\text{tot}}}{\partial t} - \frac{\partial \underline{\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}}_c}{\partial t} - \dot{\underline{\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}}_{\text{ch}}} \right) - \frac{\partial V}{\partial t} \underline{\underline{\mathbf{D}}}_0 (\underline{\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}}_{\text{tot}} - \underline{\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}}_c - \underline{\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}}_{\text{ch}}) \right] \\ - \text{div} \left[\alpha \left(\frac{\partial p^g}{\partial t} - \frac{\partial \chi_s^{ws}}{\partial t} p^c - \chi_s^{ws} \frac{\partial p^c}{\partial t} \right) \underline{\underline{\mathbf{I}}} \right] + \frac{\partial \rho}{\partial t} \mathbf{g} = \mathbf{0} \end{aligned}$$

• Valeurs numériques des paramètres utilisés

Les valeurs caractéristiques des principaux paramètres sont [45] :

Paramètre	Symbole	Valeur pour le béton
Masse molaire moyenne des composants du squelette solide dissout	$M_{\text{diss}} [kg.kmol^{-1}]$	79.975
Porosité initiale	$n_0 [-]$	0.122
Incrément de porosité par lixiviation	$\Delta n_{\text{ch}} [-]$	0.055
Valeur initiales de la perméabilité intrinsèque	$k(n_0) [m^2]$	5.10^{-19}
Paramètre décrivant l'augmentation de la perméabilité intrinsèque due à la lixiviation	$A_{\Gamma} [-]$	0.167
Courbe d'équilibre	$s_{ca}(c_{ca}) [kmol.m^{-3}]$	voir Gerard et al. [48]
Coefficient de diffusion en ions calcium	$D_D^{ca} [m^2.s^{-1}]$	voir Kuhl et Meschke [65]

3.2 La réaction alcali-silice (RAS)

La réaction alcali-silice décrite à la section 1.7 se déroule en deux temps :

- une dissolution et une diffusion de la silice dans le réseau poreux,
- la formation d'un gel hydrophile à caractère expansif.

Dans la suite, une écriture du tenseur de contraintes effectives et des équations de conservation dans le cadre des milieux poreux sont décrites. L'analyse de ces deux étapes au travers d'un formalisme thermodynamique est issue des travaux de Steffens [120]. La prise en compte des conditions hygrothermiques variables est effectuée par Pesavento [99].

3.2.1 Équations de conservation

Les équations bilans sont formulées pour un matériau cimentaire considéré comme étant un milieu poreux multiphasique, en équilibre locale hygrothermique. On suppose que les vides du squelette solide sont partiellement remplis par de l'eau liquide et par une phase gazeuse composé par un mélange de vapeur d'eau et d'air sec.

Les équations de conservation de la masse macroscopique pour les phases, de l'enthalpie et de la quantité de mouvement pour un milieu multiphasique ont été obtenues en moyennant leurs expressions à une échelle microscopique en accord avec la théorie de Hassanizadeh et Gray. Le développement complet de ces équations a été présenté dans [69]. L'équation macroscopique finale sera développée à partir de l'équation de conservation fournie par [69]. Dans ce qui suit, les indices représentent des quantités physiques relatives au volume total du milieu et les exposants représentent les valeurs intrinsèques relatives à une seule phase ou au constituant seulement. Les symboles s, w, g, gw et ga représentent respectivement le squelette solide, l'eau liquide, la phase gazeuse en générale, la vapeur et l'air sec.

L'équation de conservation de la masse volumique moyenne macroscopique de la phase π a la forme générale suivante :

$$\frac{\overset{\pi}{D}\rho_{\pi}}{Dt} + \rho_{\pi}\text{div}\mathbf{v}^{\pi} = \rho_{\pi}e^{\pi}(\rho), \quad (\text{A.58})$$

où ρ_{π} est la densité apparente (relative au volume total du milieu), \mathbf{v}^{π} la vitesse et $\rho_{\pi}e^{\pi}(\rho)$ le terme de production volumique de masse, les indices ou les exposants π font référence à la phase π ($\pi = s, g, w, gw$ et ga).

La masse volumique moyenne de phase, ρ_{π} , et la masse volumique intrinsèque moyenne de phase, ρ^{π} , sont reliées par la relation :

$$\rho_{\pi} = \eta^{\pi}\rho^{\pi}, \quad (\text{A.59})$$

avec η^{π} la fraction volumique de la phase π .

La conservation de la masse pour le squelette solide a la forme suivante :

$$\frac{\overset{s}{D}\rho_s}{Dt} + \rho_s\text{div}\mathbf{v}^s = \dot{m}_{\text{RAS}}, \quad (\text{A.60})$$

ANNEXE A. COMPLÉMENTS SUR LES MÉCANISMES DE DÉGRADATIONS DU BÉTON

où \dot{m}_{RAS} est le terme de production de masse dans le squelette solide associé à la combinaison de l'eau lors de la formation du gel pendant la première phase de la RAS. Après avoir introduit l'équation (A.59) avec $\eta^s = 1 - n$, où n représente la porosité du milieu, l'équation (A.60) s'écrit :

$$\frac{(1-n)}{\rho^s} \frac{\overset{s}{D}\rho^s}{Dt} - \frac{\overset{s}{D}n}{Dt} + (1-n)\text{div}\mathbf{v}^s = \frac{\dot{m}_{\text{RAS}}}{\rho^s}. \quad (\text{A.61})$$

L'équation de conservation de la masse pour l'eau pure (capillairement et physiquement absorbée) s'écrit :

$$\frac{\overset{w}{D}\rho_w}{Dt} + \rho_w \text{div}\mathbf{v}^w = -\dot{m}_{\text{vap}} - \dot{m}_{\text{RAS}}, \quad (\text{A.62})$$

où \dot{m}_{vap} est la source de production massique par évaporation de l'eau liquide et $-\dot{m}_{\text{RAS}}$ est la masse d'eau consommée pendant la seconde étape de la RAS. En introduisant la vitesse relative du liquide au sein des pores, la dérivée matérielle de la densité d'eau par rapport au squelette, $\eta^w = nS_w$ (S_w degré de saturation de la phase π), l'équation (A.62) s'écrit :

$$\frac{\overset{s}{D}n}{Dt} + \frac{n}{\rho^w} \frac{\overset{s}{D}\rho^w}{Dt} + \frac{n}{S_w} \frac{\overset{s}{D}S_w}{Dt} + n \text{div}\mathbf{v}^s = \frac{-\dot{m}_{\text{vap}}}{S_w \rho^w} + \frac{-\dot{m}_{\text{RAS}}}{S_w \rho^w}. \quad (\text{A.63})$$

Dans le but d'éliminer la dérivée temporelle de la porosité, $\frac{\overset{s}{D}n}{Dt}$, de la dernière équation, on l'additionne à l'équation A.61 et on obtient la conservation de masse d'eau liquide et du squelette solide :

$$\frac{(1-n)}{\rho^s} \frac{\overset{s}{D}\rho^s}{Dt} + \text{div}\mathbf{v}^s + \frac{n}{\rho^w} \frac{\overset{s}{D}\rho^w}{Dt} + \frac{n}{S_w} \frac{\overset{s}{D}S_w}{Dt} = \frac{-\dot{m}_{\text{vap}}}{S_w \rho^w} + \frac{-\dot{m}_{\text{RAS}}}{S_w \rho^w} + \frac{\dot{m}_{\text{RAS}}}{\rho^s}. \quad (\text{A.64})$$

L'équation volumique moyenne de conservation de la masse d'air sec macroscopique est :

$$\frac{\overset{\text{ga}}{D}\rho_{\text{ga}}}{Dt} + \rho_{\text{ga}} \text{div}\mathbf{v}^{\text{ga}} = 0. \quad (\text{A.65})$$

Après avoir changé la dérivée matérielle $\frac{\overset{\text{ga}}{D}\rho_{\text{ga}}}{Dt}$ en $\frac{\overset{\text{g}}{D}\rho_{\text{ga}}}{Dt}$ et la décomposition de la vitesse d'air sec en une partie diffusive et une partie advective (relative au centre de gravité de toute la phase gazeuse) $\mathbf{u}^{\text{ga}} = \mathbf{v}^{\text{ga}} - \mathbf{v}^{\text{g}}$, l'équation peut être réécrite comme :

$$\frac{\overset{g}{D}\rho^{\text{ga}}}{Dt} + \text{div}\mathbf{J}_d^{\text{ga}} + \rho^{\text{ga}}\text{div}\mathbf{v}^{\text{g}} = 0, \quad (\text{A.66})$$

où

$$\mathbf{J}_d^{\text{ga}} = \rho^{\text{ga}}\mathbf{u}^{\text{ga}} = nS_g\rho^{\text{ga}}\mathbf{u}^{\text{ga}}. \quad (\text{A.67})$$

est le flux massique diffusif de molécule d'air sec dans la phase gazeuse.

Rappelons qu'il n'y a pas de terme source relatif à l'air sec. L'équation (A.66) est transformée de manière analogue au bilan massique d'eau liquide. La dérivée matérielle et la vitesse relative par rapport au solide sont introduites, la relation $\eta^{\text{ga}} = nS_g$ est appliquée, l'équation résultante est divisée par $\rho^{\text{ga}}S_g$ et on somme le résultat avec l'équation de conservation de la masse pour le squelette solide. On obtient l'équation suivante :

$$\begin{aligned} \frac{n}{S_g} \frac{\overset{s}{D}S_g}{Dt} + \frac{n}{\rho^{\text{ga}}} \frac{\overset{s}{D}\rho^{\text{ga}}}{Dt} + \frac{1}{S_g\rho^{\text{ga}}}\text{div}\mathbf{J}_d^{\text{ga}} + \frac{1}{S_g\rho^{\text{ga}}}\text{div}(nS_g\rho^{\text{ga}}\mathbf{v}^{\text{gs}}) + \frac{(1-n)}{\rho^s} \frac{\overset{s}{D}\rho^s}{Dt} + \\ \text{div}\mathbf{v}^s = \frac{\dot{m}_{\text{RAS}}}{\rho^s}, \end{aligned} \quad (\text{A.68})$$

où \mathbf{v}^{gs} représente la vitesse relative de la phase gazeuse par rapport au squelette. L'équation macroscopique de conservation de la masse de vapeur d'eau est :

$$\frac{\overset{\text{gw}}{D}\rho^{\text{gw}}}{Dt} + \rho^{\text{gw}}\text{div}\mathbf{v}^{\text{gw}} = \dot{m}_{\text{vap}}. \quad (\text{A.69})$$

L'équation (A.69) peut être transformée similairement à l'équation (A.65) pour l'air sec :

$$\frac{\overset{g}{D}\rho^{\text{gw}}}{Dt} + \text{div}\mathbf{J}_d^{\text{gw}} + \rho^{\text{gw}}\text{div}\mathbf{v}^{\text{g}} = \dot{m}_{\text{vap}}, \quad (\text{A.70})$$

où le flux massique diffusif de molécules de vapeur d'eau dans les gaz est défini par :

$$\mathbf{J}_d^{\text{gw}} = \rho^{\text{gw}}\mathbf{u}^{\text{gw}} = nS_g\rho^{\text{gw}}\mathbf{u}^{\text{gw}}. \quad (\text{A.71})$$

La phase gazeuse est un mélange binaire idéal de gaz entre l'air sec et la vapeur d'eau, ainsi :

$$\mathbf{J}_d^{\text{gw}} = -\mathbf{J}_d^{\text{ga}}. \quad (\text{A.72})$$

ANNEXE A. COMPLÉMENTS SUR LES MÉCANISMES DE DÉGRADATIONS DU BÉTON

En appliquant la même transformation que pour la conservation de la masse d'air sec et en sommant les équations (A.70) et (A.61) on obtient :

$$\frac{n}{S_g} \frac{D^s S_g}{Dt} + \frac{n}{\rho^{gw}} \frac{D^s \rho^{gw}}{Dt} + \frac{1}{S_g \rho^{gw}} \operatorname{div} \mathbf{J}_d^{gw} + \frac{1}{S_g \rho^{gw}} \operatorname{div}(n S_g \rho^{gw} \mathbf{v}^{gs}) + \frac{(1-n)}{\rho^s} \frac{D^s \rho^s}{Dt} + (A.73)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{v}^s = \frac{\dot{m}_{vap}}{S_g \rho^{gw}} + \frac{\dot{m}_{RAS}}{\rho^s}.$$

Dans le but d'éliminer de la dernière équation le terme de production de masse \dot{m}_{vap} , on multiplie par $S_g \rho^{gw}$ et on additionne avec l'équation de conservation de la masse d'eau liquide multipliée par $S_g \rho^w$. On obtient alors l'équation de conservation de la masse des espèces dans l'eau (similaire à la lixiviation).

L'équation volumique de l'enthalpie macroscopique moyenne pour la phase π après avoir négligé quelques termes relatifs à la dissipation visqueuse et au travail mécanique (résultant de la variation de densité due au changement de température et de fractions volumiques), la forme générale suivante est obtenue :

$$\rho_\pi C_p^\pi \frac{D^\pi T^\pi}{Dt} = \rho_\pi h^\pi - \operatorname{div}(\tilde{\mathbf{q}}^\pi) + \rho_\pi R_H^\pi - \rho_\pi e^\pi(\rho) H^\pi, \quad (A.74)$$

où C_p^π est la chaleur spécifique isobare, $\tilde{\mathbf{q}}^\pi$ le flux de chaleur, $\rho_\pi h^\pi$ les sources volumiques de chaleur, $\rho_\pi R_H^\pi$ le terme exprimant les échanges avec les autres phases (en incluant les interactions mécaniques et en excluant l'échange d'enthalpie dû aux sources de masse), H^π est l'enthalpie spécifique de la phase π . Dans le béton exposé à la RAS, toutes les sources de chaleur (exceptées celles relatives aux changements de phases) peuvent être négligées.

On suppose ici que toutes les phases du matériau sont localement à l'équilibre thermodynamique. Donc les températures sont les mêmes $T^\pi = T(\pi = s, w, g)$, ces températures peuvent cependant varier dans le domaine.

En additionnant les bilans d'enthalpie pour toutes les phases du milieu, en prenant en compte les termes de production massique spécifiques pour les constituants particuliers, en transformant toutes les dérivées temporelles matérielles pour les écrire par rapport au squelette solide et en considérant la relation suivante :

$$\sum_{\pi} \rho_\pi R_H^\pi = 0, \quad (A.75)$$

on obtient l'équation bilan d'enthalpie dans tout le milieu :

$$(\rho C_p)_{eff} \frac{D^s T}{Dt} + (\rho_w C_p^w \mathbf{v}^{ws} + \rho_g C_p^g \mathbf{v}^{gs}) \nabla T - \operatorname{div} \tilde{\mathbf{q}} = -\dot{m}_{vap} \Delta H_{vap}, \quad (A.76)$$

où

$$\begin{aligned} (\rho C_p)_{eff} &= \rho_s C_p^s + \rho_w C_p^w + \rho_g C_p^g, \\ &= \rho^s (1-n) C_p^s + \rho^w S_w n C_p^w + \rho^g (1-S_w) n C_p^g, \end{aligned} \quad (A.77)$$

$$\tilde{\mathbf{q}} = \tilde{\mathbf{q}}^s + \tilde{\mathbf{q}}^l + \tilde{\mathbf{q}}^g, \quad (\text{A.78})$$

$$\Delta H_{vap} = H^{gw} - H^w. \quad (\text{A.79})$$

Ci-dessus, \mathbf{v}^{ws} représente la vitesse relative de l'eau liquide par rapport au squelette solide. ΔH_{vap} est l'enthalpie spécifique d'évaporation, H^{gw} et H^w sont les enthalpies spécifiques de vapeur et d'eau.

Les phénomènes hygrothermiques dans le béton sont relativement lents ainsi les forces inertielles peuvent être négligées. Pour un tel cas macroscopique, l'équation de conservation de la quantité de mouvement pour la phase π a la forme générale suivante :

$$\text{div} \underline{\boldsymbol{\sigma}}^\pi + \rho_\pi \mathbf{g} + \rho_\pi [\mathbf{e}^\pi(\rho \dot{\mathbf{r}}) + \hat{\boldsymbol{\sigma}}^\pi] = \mathbf{0}, \quad (\text{A.80})$$

où $\underline{\boldsymbol{\sigma}}^\pi$ est le tenseur de contraintes macroscopique dans la phase π , \mathbf{g} l'accélération de la gravité, $\rho_\pi \hat{\boldsymbol{\sigma}}$ le terme d'échange volumétrique de la quantité de mouvement avec les autres phases dû aux interactions mécaniques et $\rho_\pi \mathbf{e}^\pi(\rho \dot{\mathbf{r}})$ est dû aux changements de phases ou aux interactions chimiques. Ces termes d'échanges sont sujet à la contrainte :

$$\sum_{\pi} \rho^\pi [\mathbf{e}^\pi(\rho \dot{\mathbf{r}}) + \hat{\boldsymbol{\sigma}}^\pi] = \mathbf{0}. \quad (\text{A.81})$$

Après avoir additionné les équations de conservation de la quantité de mouvement pour toutes les phases et en introduisant le tenseur de contrainte total :

$$\underline{\boldsymbol{\sigma}}^{tot} = \underline{\boldsymbol{\sigma}}^s + \underline{\boldsymbol{\sigma}}^l + \underline{\boldsymbol{\sigma}}^g, \quad (\text{A.82})$$

en prenant en compte la condition (A.81) et en supposant la continuité des contraintes à l'interface fluide-solide on obtient :

$$\text{div} \underline{\boldsymbol{\sigma}}^{tot} + \rho \mathbf{g} = \mathbf{0}, \quad (\text{A.83})$$

où $\rho = (1 - n)\rho^s + nS_w\rho^w + n(1 - S_w)\rho^g$ est la densité moyenne apparente dans le milieu. L'équation de conservation de la quantité de mouvement montre que pour les milieux non polaires comme le béton humide, tous les tenseurs de contraintes partiellement macroscopique sont symétriques, $\underline{\boldsymbol{\sigma}}^\pi = (\underline{\boldsymbol{\sigma}}^\pi)^T$.

3.2.2 Lois de fermeture

Similairement au cas de la lixiviation, on présente ici les équations permettant la fermeture du modèle. Cependant on ne détaillera pas ce qui a déjà été présenté précédemment.

a) Modélisation de la première étape pour des conditions hygrothermiques variables

- **Prise en compte de la température**

ANNEXE A. COMPLÉMENTS SUR LES MÉCANISMES DE DÉGRADATIONS DU BÉTON

La première étape est décrite par une réaction générale normalisée $\Gamma_{\text{RAS}} \in [0,1]$ ($\Gamma_{\text{RAS}} = 0$ au début de la réaction et $\Gamma_{\text{RAS}} = 1$ à la fin) qui inclut toutes les réactions chimiques complexes mentionnées à la section 1.7. Cependant Γ_{RAS} a un sens thermodynamique similaire à une réaction chimique.

Pour des conditions hygrothermiques constantes, la valeur de Γ_{RAS} peut être déterminée d'après la déformation induite par la RAS : $\Gamma_{\text{RAS}} = \frac{\varepsilon_{\text{RAS}}(t)}{\varepsilon_{\text{RAS},\infty}}$ où $\varepsilon_{\text{RAS}}(t)$ et $\varepsilon_{\text{RAS},\infty}$ sont les valeurs des déformations volumiques actuelles et asymptotiques (pour une réaction complète dans le milieu) dans le cas où la réaction se produit libre de contrainte.

Cependant la réaction est envisagée pour une humidité et une température variables. La valeur final de $\varepsilon_{\text{RAS},\infty}$ n'est pas unique et dépend de l'évolution des conditions hygrothermiques des pores. Ainsi la mesure de la réaction Γ_{RAS} est définie en accord avec la thermodynamique des réactions chimiques (Steffens [120]) :

$$\Gamma_{\text{RAS}} = 1 - \exp\left(-\frac{t}{t_r}\right). \quad (\text{A.84})$$

Le taux de réaction $\left(\dot{\Gamma}_{\text{RAS}}\right)$ est modélisé par une loi cinétique au premier ordre (travaux de Dron et Brivot [26]) :

$$\dot{\Gamma}_{\text{RAS}} = \frac{1 - \Gamma_{\text{RAS}}}{t_r}, \quad (\text{A.85})$$

où t_r est le temps caractéristique de la RAS. Pour une humidité constante et une température T donnée, la valeur est fournie par [128] :

$$t_r = \tau_r(T) \frac{1 + \exp[-\tau_L(T)/\tau_r(T)]}{\Gamma_{\text{RAS}} + \exp[-\tau_L(T)/\tau_r(T)]}, \quad (\text{A.86})$$

où $\tau_r(T)$ et $\tau_L(T)$ représentent les constantes de temps respectivement de la réaction et de la latence à une température T . Les dépendances en température sont données par des relations de types Arrhenius.

• Prise en compte de l'humidité

D'après les données expérimentales de Larive [66], la valeur finale de l'expansion de la RAS et son évolution temporelle sont affectées par l'humidité du milieu. Ulm [128] a trouvé une dépendance linéaire entre les deux constantes de temps, τ_r et τ_L , et l'humidité. Basée sur la même expérience, Steffens [120] propose une équation sous forme exponentielle pour décrire l'effet de l'humidité contenue (définie par un degré de saturation en eau des pores S_w) dans la constante de temps de la réaction τ_r . La RAS est modélisée par une combinaison des deux relations précédemment proposées sous la forme suivante :

$$t_r(S_w, T, \Gamma_{\text{RAS}}) = \tau_r(S_w, T) \frac{1 + \exp[-\tau_L(S_w, T)/\tau_r(S_w, T)]}{\Gamma_{\text{RAS}} + \exp[-\tau_L(S_w, T)/\tau_r(S_w, T)]}, \quad (\text{A.87})$$

où la dépendance des constantes $\tau_r(S_w, T)$ et $\tau_L(S_w, T)$ en température et en saturation sont données par :

$$\tau_r(S_w, T) = \tau_{r0} \left[\frac{E_r}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right) \right] (A_r S_w + B_r). \quad (\text{A.88})$$

$$\tau_L(S_w, T) = \tau_{L0} \left[\frac{E_L}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right) \right] (A_L S_w + B_L). \quad (\text{A.89})$$

où τ_{r0} et τ_{L0} sont les constantes de temps de réactions et de latence pour la température de référence T_0 et $S_w = 1$, E_r et E_L sont leurs énergies d'activation, R est la constante universelle des gaz parfaits et A_r , B_r , A_L et B_L sont des paramètres déterminés expérimentalement.

b) Modélisation de la seconde étape pour des conditions hygrothermiques variables

La modélisation de la seconde étape de la RAS (absorption de l'eau et expansion du gel) est issue des travaux de Steffens [120]. Sous l'hypothèse d'isotropie des déformations induites par la réaction et en supposant que le taux de ces déformations ($\dot{\underline{\epsilon}}_{\text{RAS}}$) est proportionnel au taux de combinaison de la masse d'eau avec les produits de la première étape (\dot{m}_{RAS}), on a :

$$\dot{\underline{\epsilon}}_{\text{RAS}}(t) = \frac{\alpha}{\rho^{\text{RAS}}} \dot{m}_{\text{RAS}}(t) \underline{\mathbf{I}}, \quad (\text{A.90})$$

où α est le coefficient de dilatation chemo-élastique, ρ^{RAS} la densité de gel formé et $\underline{\mathbf{I}}$ le tenseur unité d'ordre deux. Le terme \dot{m}_{RAS} est proportionnel au taux de formation du gel ($\dot{\Gamma}_{\text{RAS}}$) et est influencé par le processus de vieillissement de celui-ci. L'expérience de Larive [66] montre qu'à cause de quelques processus physico-chimiques, il y a une perte du potentiel de gonflement du gel déjà formé. En prenant en compte ces effets sur l'évolution du taux de déformation et d'expansion, Steffens [120] propose un paramètre matériel supplémentaire. Ainsi le temps caractéristique de vieillissement t_a est affecté au taux d'expansion et aux valeurs asymptotiques des contraintes. Ce paramètre caractérise la cinétique du processus de combinaison avec l'eau du gel déjà formé due à la RAS. Ce processus peut être décrit par une loi d'évolution de la forme suivante :

$$\dot{\Gamma}_a = \frac{1 - \Gamma_a}{t_a}, \quad (\text{A.91})$$

où Γ_a représente la mesure normalisée du processus de vieillissement. En considérant les effets de ce processus (diminution de la combinaison du gel avec l'eau) au taux de $(1 - \Gamma_a)^{-1}$, on obtient la relation suivante :

$$\dot{m}_{RAS}(S_w, t) = M_{RAS}(S_w)(1 - \Gamma_a)\dot{\Gamma}_{RAS}, \quad (\text{A.92})$$

où $M_{RAS}(S_w)$ représente le coefficient de combinaison de l'eau pour un degré de saturation de S_w (capacité unité de combinaison en eau de gel amorphe sans effet du vieillissement).

En accord avec les résultats expérimentaux donnés dans [66] et les analyses présentées dans [120] et [2], $M_{RAS}(S_w)$ peut être approximée par les relations suivantes :

$$M_{RAS}(S_w) = M_{RAS0}(\tilde{A}_{RAS}S_w + \tilde{B}_{RAS}), \quad (\text{A.93})$$

$$M_{RAS}(S_w) = M_{RAS0}\exp(\tilde{C}_{RAS}S_w + \tilde{D}_{RAS}), \quad (\text{A.94})$$

où $M_{RAS0} = M_{RAS}(S_w = 1)$, \tilde{A}_{RAS} , \tilde{B}_{RAS} , \tilde{C}_{RAS} et \tilde{D}_{RAS} sont des paramètres. Pour une température et une humidité constante, Steffens [120] obtient la relation suivante :

$$1 - \Gamma_a = (1 - \Gamma_{RAS})^\beta, \quad (\text{A.95})$$

$$\text{où } \beta = \frac{\tau_{r0}}{t_a}.$$

On suppose que cette relation est toujours valide pour des conditions variables et le coefficient β n'est pas affecté par la température et l'humidité. Cela permet d'écrire la déformation due à l'évolution de la RAS sous la forme suivante :

$$\dot{\underline{\epsilon}}_{RAS}(t) = \dot{\underline{\epsilon}}_{RAS}[S_w(t), T(t)] = \frac{\alpha}{\rho_{RAS}}M(S_w)(1 - \Gamma_{RAS})^\beta\dot{\Gamma}_{RAS}\underline{\mathbf{I}}, \quad (\text{A.96})$$

$$\text{où } \frac{\alpha}{\rho_{RAS}}M(S_w) = \tilde{\beta}_{RAS}(S_w).$$

D'après des résultats expérimentaux de Dunant [29], le gel formé lors de la RAS se place dans des "poches" distribuées dans tout le volume contenant des granulats réactifs. Pour cette raison, on suppose que le gel est une partie du squelette en modifiant sa structure intérieure et relie des propriétés physiques, par exemple les isothermes de sorption et la perméabilité intrinsèque.

Sous l'hypothèse de l'irréversibilité de la RAS ($\dot{\Gamma}_{RAS} \geq 0$), les déformations induites par l'expansion lors de la RAS ne peuvent pas diminuer. Cependant, pendant l'expérience portant sur l'évolution de l'expansion de la RAS dans les éprouvettes de bétons exposées à une ambiance humide variable (condition de Poyet), on a observé que lors du séchage, les déformations totales de l'éprouvette ont diminué et, pendant l'humidification de cette dernière, elles ont de nouveau augmentées. Ces phénomènes sont modélisés par une contrainte effective et les déformations sont traitées sous l'hypothèse de déformations élastiques du squelette (contenant le gel précédemment formé qui occupe une partie du

volume du squelette) dues à un changement de la valeur de la pression des pores : rétrécissement des déformations pendant le séchage, $\dot{S}_w > 0$. Pendant ce processus, la réaction peut progresser en causant une expansion de déformation additionnelle. Ainsi dans le modèle proposé, la composante de déformation du gel déjà formé pendant le séchage ne peut pas diminuer et la diminution observée des déformations totales du matériel semble être la cause des déformations de contraction.

c) Modélisation des déformations du béton dégradé par la RAS et écriture du tenseur de contraintes effectives

La modélisation des déformations est équivalente à celle décrite dans le cadre de la lixiviation à l'exception d'un terme propre à la RAS.

L'irréversibilité du processus entraîne nécessairement une augmentation des déformations. Cependant, des données expérimentales (sous des conditions variables d'humidité relative pendant le processus de séchage) ont montré une diminution de la déformation macroscopique pour des conditions hydrométriques variables. Ces effets sont modélisés en considérant la formation de gel avec des pores très fins entraînant une modification de la fraction de surface solide χ_s^{ws} . Les changements sont supposés être proportionnels à la masse d'eau combinée pendant la formation du gel amorphe lors de la seconde phase, $m_{RAS}(t)$, en accord avec la relation :

$$\chi_{RAS}^{ws}(S_w, \Gamma_{RAS}) = \chi_s^{ws} \left[1 + \frac{m_{RAS}}{m_{RAS\infty} \delta_{RAS}} \right], \quad (A.97)$$

où $m_{RAS\infty}$ représente la masse totale d'eau combinée pendant la formation du gel dans le béton pleinement saturé avec de l'eau pendant le processus. Il s'agit d'un paramètre matériel pouvant être déterminé à partir des déformations de rétrécissement du matériau n'ayant pas réagi ($m_{RAS}/m_{RAS\infty} = 0$) et complètement réagi ($m_{RAS}/m_{RAS\infty} = 1$). Il permet de prendre en compte un rétrécissement supplémentaire causé par la perte d'eau dans le gel durant le processus de séchage. La pression de phase solide devient :

$$p^s = p^g - \chi_{RAS}^{ws} p^c. \quad (A.98)$$

La réaction peut se développer en parallèle de ces processus entraînant une déformation d'expansion supplémentaire.

d) Relations de transports des propriétés chimiques

La masse volumique intrinsèque de squelette lors de la RAS s'exprime par :

$$\rho^s(t) = \frac{\rho^{s0} + m_{RAS}(t)(1-n)^{-1}}{1 + \varepsilon_{RAS}^{vol}(t)}, \quad (A.99)$$

où ρ^{s0} représente la masse volumique intrinsèque du squelette n'ayant pas réagi, $m_{RAS}(t)$ la masse totale d'eau combinée (pour $1m^3$ de béton). Comme pour la lixiviation, le taux de variation du premier invariant du tenseur de contraintes effectives s'écrit :

$$\frac{D}{Dt} (tr \underline{\sigma}_e^s) = 3\tilde{K}_T \left(\operatorname{div} \bar{\mathbf{v}}^s + \frac{1}{\tilde{K}_s} \frac{D^s p^s}{Dt} - \beta_s \frac{D^s T}{Dt} \right). \quad (\text{A.100})$$

On retrouve une forme similaire à celle de la lixiviation avec un terme supplémentaire dans le terme de droite prenant en compte les effets thermiques avec β_s le coefficient d'expansion linéaire thermique. La progression de la réaction entraîne une augmentation du volume total des pores (V_p) qui peut être décrit par :

$$V_p(T, p^s, tr \underline{\sigma}_e^s, \underline{\epsilon}_{\text{RAS}}^{\text{vol}}) = V_{p0}(T, p^s, tr \underline{\sigma}_e^s, \underline{\epsilon}_{\text{RAS}}^{\text{vol}} = 0) [1 + \epsilon_{\text{RAS}}^{\text{vol}}(t)], \quad (\text{A.101})$$

où V_{p0} est le volume des pores du milieu sain. Pour la sorption isotherme pendant le processus de la RAS, la description suivante est utilisée :

$$S_w(p^c, m_{\text{RAS}}) = S_w(p^c, 0) + \frac{m_{\text{RAS}}}{m_{\text{RAS}\infty}} [S_w(p^c, m_{\text{RAS}\infty}) - S_w(p^c, 0)]. \quad (\text{A.102})$$

Comme dans le cas de la lixiviation, le volume moyen de flux advectif d'eau liquide est décrit par les lois de Darcy. On utilise l'expression de la perméabilité intrinsèque k :

$$k = k(m_{\text{RAS}}, d) = k_0 10^{A_k(m_{\text{RAS}}/m_{\text{RAS}\infty})} \cdot 10^{A_d d}. \quad (\text{A.103})$$

L'expression des contraintes en fonction des déformations s'écrit :

$$\underline{\dot{\sigma}}_e^s = \underline{\underline{D}} (\underline{\dot{\epsilon}}_{\text{tot}} - \underline{\dot{\epsilon}}_c - \underline{\dot{\epsilon}}_t - \underline{\dot{\epsilon}}_{\text{RAS}}) + \underline{\underline{D}} (\underline{\epsilon}_{\text{tot}} - \underline{\epsilon}_c - \underline{\epsilon}_t - \underline{\epsilon}_{\text{RAS}}). \quad (\text{A.104})$$

On retrouve les mêmes termes que dans la modélisation de la lixiviation avec deux déformations supplémentaires : déformations thermique ($\underline{\epsilon}_t$) et déformations liées à l'expansion. On définit des endommagements mécanique (d) et chimique (V) :

$$d = 1 - \frac{E}{E(\underline{\epsilon}_{\text{RAS}}^{\text{vol}}, 0)}, V = 1 - \frac{E(\underline{\epsilon}_{\text{RAS}}^{\text{vol}}, 0)}{E_0}, \quad (\text{A.105})$$

où $E(\underline{\epsilon}_{\text{RAS}}^{\text{vol}}, 0)$ représente le module d'Young du matériau chimiquement détérioré. E_0 est le module d'Young du matériau sain.

3.2.3 Bilan de la modélisation

- Équations constitutives

— Conservation de la masse d'air sec :

$$\begin{aligned} \frac{S_g n}{\rho^{ga}} \frac{\partial \rho^{ga}}{\partial t} - \beta_s (\alpha - n) S_g \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{1-n}{\rho^s} S_g \left(\frac{\partial \rho^s}{\partial \varepsilon_{RAS}^{vol}} \frac{\partial \varepsilon_{RAS}^{vol}}{\partial t} + \frac{\partial \rho^s}{\partial m_{RAS}} \frac{\partial m_{RAS}}{\partial t} \right) \\ + n \frac{\partial S_g}{\partial t} + \alpha S_g \operatorname{div} \bar{\mathbf{v}}^s + \frac{1}{\rho^{ga}} \operatorname{div} \mathbf{J}_d^{ga} + \frac{1}{\rho^{ga}} \operatorname{div} (n S_g \rho^{ga} \mathbf{v}^{gs}) = \frac{\dot{m}_{RAS}}{\rho^s} S_g. \end{aligned} \quad (\text{A.106})$$

— Conservation des espèces contenues dans l'eau :

$$\begin{aligned} S_g n \frac{\partial \rho^{gw}}{\partial t} - \beta_{swg} = \frac{\partial T}{\partial t} - n (\rho^{gw} - \rho^w) \frac{\partial S_w}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{J}_d^{gw} + \operatorname{div} (n S_w \rho^w \mathbf{v}^{ws}) \\ + \operatorname{div} (n S_g \rho^{gw} \mathbf{v}^{gs}) + \frac{1-n}{\rho^s} (S_g \rho^{gw} + S_w \rho^w) \left(\frac{\partial \rho^s}{\partial \varepsilon_{RAS}^{vol}} \frac{\partial \varepsilon_{RAS}^{vol}}{\partial t} + \frac{\partial \rho^s}{\partial m_{RAS}} \frac{\partial m_{RAS}}{\partial t} \right) \\ + \alpha (S_w \rho^w + S_g \rho^{gw}) \operatorname{div} \bar{\mathbf{v}}^s = -\dot{m}_{RAS} + \frac{\dot{m}_{RAS}}{\rho^s} (\rho^{gw} S_g + \rho^w S_w). \end{aligned} \quad (\text{A.107})$$

— Conservation de l'enthalpie :

$$(\rho C_p)_{\text{eff}} \frac{\partial T}{\partial t} + (\rho_w C_p^w \mathbf{v}^{ws} + \rho_g C_p^g \mathbf{v}^{gs}) \nabla T - \operatorname{div} (\chi_{\text{eff}} \nabla T) = -\dot{m}_{RAS} \Delta H_{\text{vap}} \quad (\text{A.108})$$

— Conservation de la quantité de mouvement :

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \left[(1-D) \underline{\underline{\mathbf{D}}}_0 \left(\frac{\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\text{tot}}}{\partial t} - \frac{\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}_c}{\partial t} - \frac{\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}_t}{\partial t} - \frac{\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}_{RAS}}{\partial t} \right) + \frac{\partial D}{\partial t} \underline{\underline{\mathbf{D}}}_0 (\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\text{tot}} - \underline{\boldsymbol{\varepsilon}}_c - \underline{\boldsymbol{\varepsilon}}_t - \underline{\boldsymbol{\varepsilon}}_{RAS}) \right] - \\ \operatorname{div} \left[\left(\frac{\partial p^g}{\partial t} - \frac{\partial \chi_{RAS}^{ws}}{\partial t} p^c - \chi_{RAS}^{ws} \frac{\partial p^c}{\partial t} \right) \mathbf{I} \right] + \frac{\partial \rho}{\partial t} \mathbf{g} = \mathbf{0} \end{aligned} \quad (\text{A.109})$$

• Valeurs numériques des paramètres utilisés

Les valeurs caractéristiques des paramètres sont issus des expériences de Larive [66] et de Poyet [102] :

ANNEXE A. COMPLÉMENTS SUR LES MÉCANISMES DE DÉGRADATIONS DU BÉTON

Paramètre	Symbole	Larive [66]	Poyet [102]
Ratio eau/ciment	$w/c (-)$	0.48	0.50
Valeur initiale de latence	$\tau_{L0} (jours)$	40.1	37.0
Valeur initial du temps de réaction	$\tau_{R0} [jours]$	16.9	67.0
Énergie d'activation pour la période latente	$U_L [J]$	6000	10000
Énergie d'activation pour la réaction	$U_R [J]$	2500	6000
Coefficient pour la période latente	$A_L [-]$	-8.7	-1.0
Coefficient pour la période latente	$B_L [-]$	9.7	2.0
Coefficient pour la réaction	$A_R [-]$	-6.94	-1.0
Coefficient pour la réaction	$B_R [-]$	7.94	2.0
Temps de vieillissement	$t_a [jours]$	145.5	200.0
Coefficient pour la fonction de déformation de la RAS	$\tilde{\beta}_{RAS0} [-]$	0.0037	0.0043
Coefficient pour la fonction de déformation de la RAS	$\tilde{C}_{RAS} [-]$	3.56	1.10
Porosité	$n [\%]$	10	17
Valeur finales de la perméabilité intrinsèque	$k_{fin} [m^2]$	5.10^{-19}	5.10^{-22}

3.3 Agression thermique

L'état du béton à haute température peut être décrit à l'aide de quatre variables d'état primaires : la pression du gaz (p^g), la pression capillaire (p^c), la température (T) et le vecteur de déplacement (\mathbf{u}) et trois variables internes décrivant l'avancement de la déshydratation et le processus de détérioration : le degré de déshydratation (Γ_{dehydr}), le paramètre d'endommagement chimique (V) et le paramètre d'endommagement mécanique (d). Le paramètre d'endommagement D peut être calculé à partir des ces variables. Le modèle considère 7 équations : deux conservations de la masse (équation de continuité), le bilan d'enthalpie (énergie), l'équation de conservation de la quantité de mouvement (équation d'équilibre mécanique) et trois équations d'évolution. La forme finale des équations du modèle, exprimée en termes de premières variables d'état est listée ci-dessous. Le développement complet de ces équations est présenté dans [42], [40] et [98].

3.3.1 Équations de conservation

L'équation de conservation de la masse d'air sec (en introduisant la conservation de la masse du squelette) prend en compte les termes diffusif et advectif du flux d'air, ainsi que la variation de la porosité causée par le processus de déshydratation et les déformations du squelette :

$$\begin{aligned}
 & -n \frac{\overset{s}{D} S_w}{Dt} - \beta_s (1-n) S_g \frac{\overset{s}{D} T}{Dt} + S_g \text{div} \mathbf{v}^s + \frac{S_{gn}}{\rho^{ga}} \frac{\overset{s}{D} \rho^{ga}}{Dt} + \frac{1}{\rho^{ga}} \text{div} \mathbf{J}_g^{sw} + \quad (\text{A.110}) \\
 & \frac{1}{\rho^{ga}} \text{div} (n S_w \rho^w \mathbf{v}^{ws}) - \frac{(1-n) S_g}{\rho^s} \frac{\partial \rho^s}{\partial \Gamma_{\text{dehydr}}} \frac{\overset{s}{D} \Gamma_{\text{dehydr}}}{Dt} = \frac{\dot{m}_{\text{dehydr}}}{\rho^s} S_g.
 \end{aligned}$$

L'équation bilan des espèces de l'eau (en introduisant la conservation de la masse du

squelette) considère le flux diffusif et advectif de vapeur d'eau, les termes de production de masse relative aux changements de phases de la vapeur (évaporation-condensation, absorption désorption physique et déshydratation) et la variation de la porosité causée par le processus de déshydratation et la déformation du squelette :

$$\begin{aligned}
 n(\rho^w - \rho^{gw}) \frac{\overset{s}{D}S_w}{Dt} + (\rho^w S_w + \rho^{gw} S_g) \alpha \operatorname{div} \mathbf{v}^s - \beta_{swg} \frac{\overset{s}{D}T}{Dt} + S_g n \frac{\overset{s}{D}\rho^{gw}}{Dt} + \\
 \operatorname{div} (n S_w \rho^w \mathbf{v}^{ws}) + \operatorname{div} (n S_g \rho^{gw} \mathbf{v}^{gs}) - \tag{A.111} \\
 (\rho^w S_w + \rho^{gw} S_g) \frac{(1-n)}{\rho^s} \frac{\partial \rho^s}{\partial \Gamma_{\text{dehydr}}} \frac{\overset{s}{D}\Gamma_{\text{dehydr}}}{Dt} = \frac{\dot{m}_{\text{dehydr}}}{\rho^s} (\rho^w S_w + \rho^{gw} S_g - \rho^s),
 \end{aligned}$$

où β_{swg} est définie par : $\beta_{swg} = \beta_s(1-n)(S_g \rho^{gw} + S_w \rho^w) + n\beta_w S_w \rho^w$.

En prenant en compte les flux de chaleur conductif et convectif, les effets de la chaleur dus aux changements de phases et au processus de déshydratation, l'équation bilan de l'enthalpie pour le milieu multi-phasique s'écrit :

$$\begin{aligned}
 (\rho C_p)_{\text{eff}} \frac{\partial T}{\partial t} + (\rho_w C_p^w \mathbf{v}^w + \rho_g C_p^g \mathbf{v}^g) \nabla T - \operatorname{div} (\chi_{\text{eff}} \nabla T) = \tag{A.112} \\
 -\dot{m}_{\text{vap}} \Delta H_{\text{vap}} + \dot{m}_{\text{dehydr}} \Delta H_{\text{dehydr}},
 \end{aligned}$$

où χ_{eff} est la conductivité effective obtenue expérimentalement,

$$(\rho C_p)_{\text{eff}} = \rho_s C_p^s + \rho_g C_p^g, \tag{A.113}$$

$$\Delta H_{\text{vap}} = H^{gw} - H^w, \tag{A.114}$$

$$\Delta H_{\text{dehydr}} = H^w - H^{ws} \tag{A.115}$$

et

$$\begin{aligned}
 \dot{m}_{\text{vap}} = -\rho^w S_w \operatorname{div} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \beta_{sw} \rho^w \frac{\partial T}{\partial t} - \rho^w n \frac{\partial S_w}{\partial t} \tag{A.116} \\
 - \operatorname{div} \left[\rho^w \frac{\mathbf{k}^{\text{rw}}}{\nu^w} (-\nabla p^g + \nabla p^c + p^w \mathbf{g}) \right] \\
 - \left(\dot{m}_{\text{dehydr}} + (1-n) \frac{\partial \rho^s}{\partial \Gamma_{\text{dehydr}}} \frac{\partial \Gamma_{\text{dehydr}}}{\partial t} \right) \frac{\rho^w S_w}{\rho^s} + \dot{m}_{\text{dehydr}},
 \end{aligned}$$

avec $\beta_{sw} = S_w [(1-n)\beta_s + n\beta_w]$ et le taux de masse d'eau déshydratée est proportionnel au taux de déshydratation : $\dot{m}_{\text{dehydr}} = k_b \dot{\Gamma}_{\text{dehydr}}$, k_b est un paramètre matériau relatif à la chimie de l'eau liée et dépend de la stœchiométrie de la réaction chimique associée

au processus de déshydratation. L'équation de conservation de la quantité de mouvement du milieu multiphasique est :

$$\operatorname{div}(\underline{\sigma}_e^s - \alpha p^s \underline{\mathbf{I}}) + \rho \mathbf{g} = \mathbf{0}, \quad (\text{A.117})$$

où $\alpha = 1 - K_T/K_s$ est le coefficient de Biot et la contrainte effective $\underline{\sigma}_e^s$ est donnée par :

$$\underline{\sigma}_e^s = (1 - d)(1 - V)\underline{\underline{\Lambda}}_0 : (\underline{\epsilon}_{\text{tot}} - \underline{\epsilon}_{\text{th}} - \underline{\epsilon}_{\text{tchem}} - \underline{\epsilon}_{\text{tr}}). \quad (\text{A.118})$$

3.3.2 Lois de fermeture

Supposant l'irréversibilité du processus de déshydratation, la loi s'écrit :

$$\Gamma_{\text{dehydr}}(t) = \Gamma_{\text{dehydr}}(T_{\text{max}}(t)). \quad (\text{A.119})$$

et :

$$\begin{aligned} \dot{\Gamma}_{\text{dehydr}} &= \frac{\partial \Gamma_{\text{dehydr}}(T)}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial t}, & \text{si } T(t) \geq T_{\text{max}}(t), \\ \dot{\Gamma}_{\text{dehydr}} &= 0, & \text{sinon,} \end{aligned} \quad (\text{A.120})$$

où $T_{\text{max}}(t)$ est la température maximale atteinte par le béton à l'instant t . Les relations constitutives $\Gamma_{\text{dehydr}}(T)$ peuvent être obtenues à partir des résultats de thermo-gravimétrie (essai TG), en utilisant la définition du degré de déshydratation au moyen du changement de masse pendant l'échauffement du béton :

$$\Gamma_{\text{dehydr}}(T) = \frac{m(T_0) - m(T)}{m(T_0) - m(T_\infty)}, \quad (\text{A.121})$$

où $m(T)$ est la masse de béton mesurée à une température T pendant les essais TG, T_0 et T_∞ sont les températures initiale et finale.

On suppose ici que $T_0 = 105^\circ\text{C}$ et $T_\infty = 1000^\circ\text{C}$.

L'équation de l'endommagement thermo-chimique, obtenue sur la base de résultats expérimentaux, prend en compte le caractère irréversible des changements structuraux du matériau et s'écrit :

$$V(t) = V(T_{\text{max-}}(t)). \quad (\text{A.122})$$

L'équation de l'endommagement mécanique, $d(t) = d(\underline{\tilde{\epsilon}}(t))$, est exprimée en terme d'une déformation équivalente, $\underline{\tilde{\epsilon}}$, obtenue dans le cadre de la théorie classique de l'endommagement isotrope non local. Les paramètres peuvent être déterminés par les résultats de [42].

Les vides du squelette solide sont partiellement remplis par de l'eau liquide et par une phase gazeuse.

Sous la température critique de l'eau (T_{cr}), la phase liquide est constituée d'eau poreuse et d'eau capillaire (apparaissant lorsque le degré de saturation en eau excède la valeur limite S_{ssp}). Au-dessus de la température T_{cr} , la phase liquide n'est que de l'eau liée (couche très fine). Dans la totalité de la gamme de température, la phase gazeuse est constituée d'un mélange d'air sec et de vapeur d'eau (un gaz condensable pour une température $T < T_{cr}$).

Les constituants ne sont pas supposés réagir chimiquement excepté pour la phase solide qui est formée par les granulats et les produits de l'hydratation de la pâte cimentaire (du gel CSH et de l'hydroxyde de calcium principalement). Pour des températures excédant $105^\circ C$, un phénomène de déshydratation est visible.

La phase solide est supposée être en contact avec tous les fluides dans les pores. Le système global multi-phasique est traité par Gawin [43] par la théorie de la moyenne en partant du niveau microscopique et en appliquant les opérateurs de moyenne à la masse, l'aire et le volume moyen dans la forme locale des équations bilans. Comme souligné par Schrefler [115], la prise en compte des interfaces entre les constituants et leurs propriétés thermodynamiques sont importantes afin de traiter correctement les relations. Elles sont, de plus, prises en compte par Gawin [43] dans la définition générale du modèle et dans l'exploitation de la seconde loi de la thermodynamique.

Cette loi est appliquée pour un milieu poreux multi-phasique, dont le squelette est le lieu de réactions chimiques (déshydratation) et de détérioration matérielle (les deux endommagements thermo-chimique et mécanique). Il est possible de définir la pression capillaire et le tenseur de contraintes effectives pour la phase solide ainsi que des restrictions thermodynamiques imposées aux équations d'évolution pour la déshydratation du squelette et les processus de détérioration. L'ensemble du développement est présenté en détail dans [43] pour des déformations finies du squelette solide et dans [115] pour une dépendance fonctionnelle plus développée de l'énergie libre.

De cette approche, on obtient à l'état d'équilibre la forme simplifiée de la pression capillaire :

$$p^c = p^g - p^w. \quad (\text{A.123})$$

Pour une humidité plus faible, lorsque l'eau est seulement présente comme un film fin sur la surface du squelette, la pression capillaire peut être interprétée comme un potentiel Ψ d'eau absorbée multiplié par la masse volumique de l'eau ρ^w :

$$p^c = -\Psi\rho^w, \quad \Psi = -\Delta H_{ads}/M_w, \quad (\text{A.124})$$

où ΔH_{ads} est l'enthalpie d'adsorption.

La pression du film d'eau (p^w) varie de la pression de l'eau de réservoir (p_0^w) par une quantité égale à la pression de disjointement Π^w en accord avec le modèle mis en œuvre par Gray et Schrefler [50] :

$$p^w = p_0^w - \Pi^w. \quad (\text{A.125})$$

Ainsi la pression capillaire à l'équilibre est définie par :

$$p^c = p^g - p^w = \Pi^w - \gamma^{wg} J_{wg}^w. \quad (\text{A.126})$$

Pour des niveaux d'humidité contenue plus importants (pour des valeurs de la saturation excédant celle du point de saturation solide), la pression capillaire devient :

$$p^c = -\gamma^{wg} J_{wg}^w. \quad (\text{A.127})$$

Similairement, dans le domaine hygroscopique, la pression thermodynamique du solide à l'équilibre peut être exprimée par une formule simplifiée en négligeant le terme relatif à l'épaisseur du ménisque de la surface (valide lorsque l'épaisseur du film est plus petit que le rayon de courbure de la particule solide) :

$$p^s \cong \chi_s^{ws} (p_0^w - \Pi^w) + \chi_s^{gs} p^g + \chi_s^{ws} \gamma^{ws} J_{ws}^s + \chi_s^{gs} \gamma^{gs} J_{gs}^s. \quad (\text{A.128})$$

Dans le domaine non hygroscopique (pour des niveaux modérés de saturation de la phase humide), la pression thermodynamique s'écrit :

$$p^s \cong \chi_s^{ws} p^w + \chi_s^{gs} p^g + \chi_s^{ws} \gamma^{ws} J_{ws}^s + \chi_s^{gs} \gamma^{gs} J_{gs}^s, \quad (\text{A.129})$$

où χ_s^{ws} et χ_s^{gs} sont les fractions d'aire du squelette en contact avec l'eau et le gaz respectivement.

La pression capillaire ainsi que les termes dans les équations (A.128) et (A.129) représentent un saut de la pression au travers de la surface du solide. Les deux derniers termes du membre de droite de ces équations ne sont généralement pas inclus dans l'expression utilisée pour le calcul de la pression de la phase solide et sont négligés dans le présent modèle. En utilisant la définition de la pression capillaire, les différents niveaux de saturation en eau, les équations (A.126) et (A.127) ainsi que l'identité $\chi_s^{ws} + \chi_s^{gs} = 1$, l'expression de la pression de la phase solide peut s'écrire sous la forme suivante :

$$p^s = p^g - \chi_s^{ws} p^c. \quad (\text{A.130})$$

L'équation (A.130) est similaire à l'expression développée par Bishop [9] pour les milieux poreux partiellement saturés. Cependant, elle est également valide pour les matériaux avec de très petits pores et dont les pores de surface sont bien développés où l'eau peut être présente comme un film fin (par exemple dans le béton [50]).

À partir de la seconde loi de la thermodynamique, il est également possible d'obtenir les lois de Fick, de Fourier et de Darcy modélisant respectivement la diffusion de composant miscible (vapeur d'eau et air sec) dans la phase gazeuse, le transfert de chaleur par conduction et le transport de masse dû au gradient de gaz et à la pression capillaire.

Pour la fermeture du modèle, plusieurs relations thermodynamiques (e.g. l'équation de Kelvin) sont valides car l'hypothèse de l'état d'équilibre local, la loi des gaz parfaits et la

loi de Dalton pour la description de l'état des phases gazeuses et pour la description de pression partielle ont été utilisées.

Les relations constitutives décrivent les déformations du béton en considérant les détériorations mécaniques et thermochimiques aussi bien que les phénomènes de transition thermique (voir Gawin [43]). En suivant ce modèle, la déformation totale $\underline{\epsilon}_{\text{tot}}$ d'un béton chargé mécaniquement à une température T , peut être décomposée comme suit :

$$\underline{\epsilon}_{\text{tot}}(\tilde{\underline{\sigma}}_e^s, T) = \underline{\epsilon}_{\text{el}}(\tilde{\underline{\sigma}}_e^s, T) + \underline{\epsilon}_{\text{th}}(T) + \underline{\epsilon}_{\text{tchem}}(V(T)) + \underline{\epsilon}_{\text{tr}}(\tilde{\underline{\sigma}}_e^s, T), \quad (\text{A.131})$$

où $\underline{\epsilon}_{\text{el}}$ est la déformation élastique due aux contraintes nettes effectives ($\tilde{\underline{\sigma}}_e^s$) causée par un chargement externe en pression des fluides des pores (l'eau liquide et l'air humide), $\underline{\epsilon}_{\text{th}}$ est la déformation thermique, $\underline{\epsilon}_{\text{tchem}}$ est la déformation thermochimique (composant irréversible) et $\underline{\epsilon}_{\text{tr}}$ est la déformation thermique de transition.

3.3.3 Bilan de la modélisation

Sur la base de la mécanique des milieux poreux, Gawin [44] propose une formulation de la dégradation du béton par choc thermique. Cependant de nombreux paramètres ne sont pas fournis mais une application à un feu 'normalisé' conforte la théorie.

Le modèle est similaire à ceux développés dans le cadre de lixiviation et de la réaction alcali-silice. Par soucis de clarté, le modèle n'est donc pas réécrit ici.

3.4 Conclusion et modèle générique

Les modélisations mises en œuvres pour les trois dégradations, lixiviation, réaction alcali-silice et agression thermique sont similaires. Trois équations constitutives sont utilisées : deux pour décrire le milieu poreux et une pour l'évolution du déplacement. Par contre, l'équation de conservation est spécifique à la dégradation étudiée : l'équation de conservation de la masse du calcium pour la lixiviation et l'équation de conservation de l'enthalpie pour la RAS et l'agression thermique.

Dans la suite, un formalisme générique est proposé.

ANNEXE A. COMPLÉMENTS SUR LES MÉCANISMES DE DÉGRADATIONS DU BÉTON

Modélisation des milieux poreux		
Équation de conservation de la masse d'air sec		
$\frac{S_g n}{\rho^{ga}} \frac{\partial \rho^{ga}}{\partial t} - \beta_s (\alpha - n) S_g \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{1-n}{\rho^s} S_g (\mathbf{Evol}_{\text{dégrad}}) + n \frac{\partial S_g}{\partial t} + \alpha S_g \text{div} \bar{\mathbf{v}}^s + \frac{1}{\rho^{ga}} \text{div} \mathbf{J}_d^{ga} + \frac{1}{\rho^{ga}} \text{div} (n S_g \rho^{ga} \mathbf{v}^{gs}) = \frac{S_g}{\rho^s} (\dot{m}_{\text{dégrad}}) \quad (\text{A.132})$		
Équation de conservation des espèces de l'eau		
$S_g n \frac{\partial \rho^{gw}}{\partial t} - \beta_{swg} \frac{\partial T}{\partial t} - n (\rho^{gw} - \rho^w) \frac{\partial S_w}{\partial t} + \text{div} \mathbf{J}_d^{gw} + \text{div} (n S_w \rho^w \mathbf{v}^{ws}) + \text{div} (n S_g \rho^{gw} \mathbf{v}^{gs}) + \frac{1-n}{\rho^s} (S_g \rho^{gw} + S_w \rho^w) (\mathbf{Evol}_{\text{dégrad}}) + \alpha (S_w \rho^w + S_g \rho^{gw}) \text{div} \bar{\mathbf{v}}^s = \frac{1}{\rho^s} \text{Prod}_{\text{dégrad}}$		
Dégradation	$\mathbf{Evol}_{\text{dégrad}}$	$\text{Prod}_{\text{dégrad}}$
Lixiviation	$\frac{\partial \rho^s}{\partial \Gamma_{\text{lixi}}} \frac{\partial \Gamma_{\text{lixi}}}{\partial t}$	$-\dot{m}_{\text{diss}} (\rho^{gw} S_g + \rho^w S_w)$
RAS	$\frac{\partial \rho^s}{\partial \varepsilon_{\text{RAS}}^{\text{vol}}} \frac{\partial \varepsilon_{\text{RAS}}^{\text{vol}}}{\partial t} + \frac{\partial \rho^s}{\partial m_{\text{RAS}}} \frac{\partial m_{\text{RAS}}}{\partial t}$	$\dot{m}_{\text{RAS}} (\rho^{gw} S_g + \rho^w S_w - \rho^s)$
Thermique	$\frac{\partial \rho^s}{\partial \Gamma_{\text{dehydr}}} \frac{\partial \Gamma_{\text{dehydr}}}{\partial t}$	$\dot{m}_{\text{dehydr}} (\rho^{gw} S_g + \rho^w S_w - \rho^s)$

Dans les équations précédentes, les termes en rouge sont dus à la prise en compte de la thermique et ceux en vert sont propres à chaque dégradation.

Modélisation du déplacement	
Équation de conservation de la quantité de mouvement	
$\text{div} \left[(1-V) \underline{\underline{\mathbf{D}}}_0 \left(\frac{\partial \underline{\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}}_{\text{tot}}}{\partial t} - \frac{\partial \underline{\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}}_c}{\partial t} - \underline{\underline{\mathbf{Défo}}}_{\text{dégra}} \right) - \frac{\partial V}{\partial t} \underline{\underline{\mathbf{D}}}_0 (\underline{\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}}_{\text{tot}} - \underline{\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}}_c - \underline{\underline{\mathbf{Défo}}}_{\text{dégra}}) \right] - \text{div} \left[\alpha \left(\frac{\partial p^g}{\partial t} - \frac{\partial \chi_s^{\text{ws}}}{\partial t} p^c - \chi_s^{\text{ws}} \frac{\partial p^c}{\partial t} \right) \underline{\underline{\mathbf{I}}} \right] + \frac{\partial \rho}{\partial t} \mathbf{g} = \mathbf{0}$	
Dégradation	$\underline{\underline{\mathbf{Défo}}}_{\text{dégra}}$
Lixiviation	$\underline{\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}}_{\text{ch}}$
RAS	$\underline{\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}}_t + \underline{\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}}_{\text{RAS}}$
Thermique	$\underline{\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}}_{\text{tchem}} + \underline{\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}}_{\text{th}}$

On écrit ici en vert les termes propres à chaque dégradation.

3. APPROCHE PAR LA MÉCANIQUE DES MILIEUX POREUX

Prise en compte de la thermique
Équation de conservation de l'enthalpie
$(\rho C_p)_{\text{eff}} \frac{\partial T}{\partial t} + (\rho_w C_p^w \mathbf{v}^w + \rho_g C_p^g \mathbf{v}^g) \nabla T - \text{div}(\chi_{\text{eff}} \nabla T) = -\dot{m}_{\text{vap}} \Delta H_{\text{vap}} + \dot{m}_{\text{dehydr}} \Delta H_{\text{dehydr}}$

Le terme en rouge est dû à l'écaillage par choc thermique.

Prise en compte d'une espèce
Équation de conservation de la masse d'une espèce
$(1-n)c_{ca} S_w \frac{1}{\rho^s} \frac{\partial \rho^s}{\partial \Gamma_{\text{lix}}}} \frac{\partial \Gamma_{\text{lix}}}{\partial t} + n c_{ca} \frac{\partial S_w}{\partial t} + n S_w \frac{\partial c_{ca}}{\partial t} + \alpha c_{ca} S_w \text{div} \bar{\mathbf{v}}^s + \frac{1}{\rho^w} \text{div} \mathbf{J}_D^{\text{ca}} + \frac{1}{\rho^w} \text{div} (c_{ca} n S_w \rho^w \mathbf{v}^{\text{ls}}) = \frac{\dot{m}_{\text{diss}}}{\rho^w} - \frac{\dot{m}_{\text{diss}}}{\rho^s} c_{ca} S_w$

On reprend ici l'équation de conservation de la masse de calcium pour le cas de la lixiviation.

Nous présentons dans la suite les équations utilisées pour la fermeture des modèles.

Équations de fermeture des modèles	
Endommagement chimique	V
Endommagement mécanique	d
Lois de Darcy	$n S_\pi \mathbf{v}^{\pi s} = -\frac{k^{r\pi} \mathbf{k}}{\mu^\pi} [\nabla(p^\pi) - \rho^\pi \mathbf{g}]$
Loi de Fick	$\mathbf{J}_D^{\text{ca}} = -\rho^w \underline{\mathbf{D}}_D^{\text{ca}} \nabla(c_{ca})$
Degré de dégradation	$\Gamma_{\text{dégra}}$
Taux de dégradation	$\dot{\Gamma}_{\text{dégra}}$

On rappelle que les symboles s, w, g, gw et ga représentent respectivement le squelette solide, l'eau liquide, la phase gazeuse en général, la vapeur et l'air sec. Cinq équations permettent de décrire les phénomènes : deux pour les milieux poreux, une pour le déplacement, une pour la thermique et une pour la diffusion d'une espèce.

4 Conclusion

La complexité et la variété des phénomènes susceptibles d'intervenir au cours de la vie d'un ouvrage en béton sont très importantes. Suite à de nombreuses réactions chimiques, le béton est considéré dans sa phase opérationnelle comme un solide. Cependant la micro-structure est composée de pores dans lesquelles des espèces chimiques sont susceptibles de réagir. Le vieillissement du béton est associé à ces réactions. Les cinétiques des différentes réactions sont conditionnées par de nombreux paramètres : l'humidité, la température, les constituants du béton...

De nombreuses dégradations différentes ont été présentées dans cette annexe. Plusieurs modélisations existent pour décrire le comportement du béton ayant subi ces dégradations. Dans cette partie nous nous sommes intéressés en particulier à la réaction alcali-silice. Les modélisations que l'on a proposé portent sur plusieurs échelles différentes. En première approximation, des modèles mécaniques sont considérés et intègrent la réaction par le biais de déformations spécifiques. Des modélisations plus pertinentes prennent en compte un couplage chemo-mécanique avec la diffusion d'espèces dans un volume élémentaire représentatif.

L'utilisation de la mécanique des milieux poreux pour la modélisation de trois dégradations a été présentée. Il s'agit d'un formalisme puissant permettant de modéliser à l'échelle mésoscopique des réactions intervenant à l'échelle microscopique. Il s'agit des modèles les plus complets. Cependant de nombreux paramètres sont à utiliser reposant sur des expériences et le nombre d'équations à résoudre est conséquent.

Annexe B

Compléments sur la fissuration thermo-mécaniques

Cette annexe présente d'une part l'assemblage des termes élémentaires du problème thermique dans la matrice du système linéaire et d'autre part une interprétation fine des simulations numériques sur des volumes élémentaires unitaires composés d'une inclusion entourée par un milieu cimentaire. En particulier, l'influence de l'approximation du gradient thermique (voir partie 3.4 du chapitre 2) sur la diffusion thermique est étudiée.

1 Assemblage des termes élémentaires thermiques

Le système linéaire du problème thermique est de la forme (voir section 1.4.1 du chapitre 1) :

$$\underline{\mathbf{A}} \{T\} = \{F\} \quad (\text{B.1})$$

ou $\underline{\mathbf{A}}$ est la matrice de conductivité, $\{T\}$ est le vecteur d'inconnues nodales et $\{F\}$ est le vecteur des flux généralisés.

La forme de la matrice de conductivité dépend de l'endommagement local des interfaces. Ainsi, plusieurs configurations sont envisagées : Éléments Finis classique (maillage continu), maillage discontinu sans endommagement et maillage discontinu.

Les termes de la $\underline{\mathbf{A}}$ sont notés a_{ij} où $i, j \in [0, N]$, N étant le nombre d'inconnues nodales. Les termes résultant de l'endommagement sont notés η_{ij} .

1.1 Éléments Finis classiques

Par souci de clarté, nous supposons le maillage de la FIGURE B.1 constitué de deux mailles.

Le système à résoudre est de la forme suivante :

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ 0 & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \end{pmatrix} \quad (\text{B.2})$$

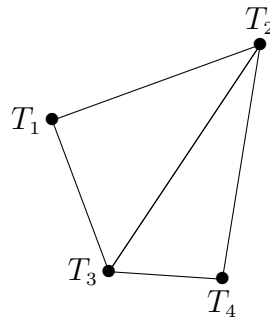


FIGURE B.1 – Maillage éléments finis constitué de deux mailles.

1.2 Traitement de la continuité avec un maillage discontinu

Nous souhaitons représenter des phénomènes continus, sans endommagement, avec un maillage discontinu. Le maillage utilisé similaire à celui utilisé avec les modèles de zones cohésives (voir FIGURE B.2). Chaque maille est supposée indépendante.

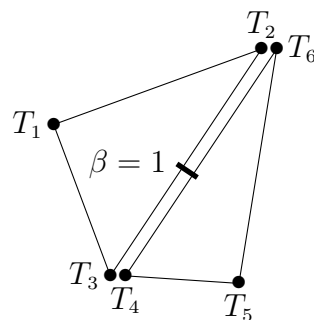


FIGURE B.2 – Maillage discontinu : chaque maille est indépendante.

Dans ce cas, sans relation entre les nœuds, le système à résoudre est de la forme :

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & 0 & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{44} & a_{45} & a_{46} \\ 0 & 0 & 0 & a_{54} & a_{55} & a_{56} \\ 0 & 0 & 0 & a_{64} & a_{65} & a_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \\ F_5 \\ F_6 \end{pmatrix} \quad (\text{B.3})$$

Pour le traitement d'un problème continu, nous imposons les relations suivantes entre les nœuds : $T_3 = T_4$ et $T_2 = T_6$. L'assemblage des termes associés dans la matrice de conductivité B.3 entraîne :

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & (a_{22} + a_{66}) & (a_{23} + a_{64}) & 0 & a_{65} & 0 \\ a_{31} & (a_{32} + a_{46}) & (a_{33} + a_{44}) & 0 & a_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & a_{56} & a_{54} & 0 & a_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 + F_6 \\ F_3 + F_4 \\ 0 \\ F_5 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{B.4})$$

Notons qu'un traitement particulier est appliqué aux inconnues T_4 et T_6 . En effet, pour assurer l'inversibilité de la matrice, ces inconnues ne sont pas calculées mais mis à jour à la fin du calcul : $T_4 = T_3$ et $T_6 = T_2$.

1.3 Maillage discontinu et endommagement surfacique

Nous considérons ici deux interfaces : saines (FIGURE B.3 (a)) et le cas hybride avec une interface saine et une interface endommagée (FIGURE B.3 (b)).

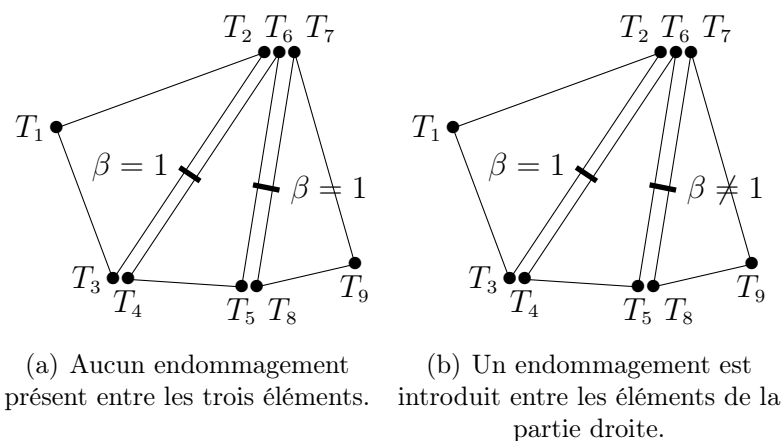


FIGURE B.3 – Maillage discontinu avec trois éléments.

Dans le cas où les deux interfaces sont saines, le système linéaire à résoudre a la forme suivante :

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} + a_{66} + a_{77} & a_{23} + a_{64} & 0 & a_{65} + a_{87} & 0 & 0 & 0 & a_{79} \\ a_{31} & a_{32} + a_{46} & a_{33} + a_{44} & 0 & a_{45} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{56} + a_{78} & a_{54} & 0 & a_{55} + a_{88} & 0 & 0 & 0 & a_{89} \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & a_{97} & 0 & 0 & a_{98} & 0 & 0 & 0 & a_{99} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \\ T_7 \\ T_8 \\ T_9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 + F_6 + F_7 \\ F_3 + F_4 \\ 0 \\ F_5 + F_8 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ F_9 \end{pmatrix} \quad (\text{B.5})$$

avec $T_6 = T_7 = T_2$, $T_4 = T_3$ et $T_8 = T_5$.

2. ANALYSE THERMO-MÉCANIQUE D'UNE INTERFACE PARFAITEMENT CONDUCTRICE

Dans le cas d'un endommagement, les termes supplémentaires, notés η_{ij} , sont décrits dans la section 2.2 du chapitre 2. Le système linéaire à résoudre devient :

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} + a_{66} + \eta_{66} & a_{23} + a_{64} & 0 & a_{65} + \eta_{65} & 0 & \eta_{67} & \eta_{68} & 0 \\ a_{31} & a_{32} + a_{46} & a_{33} + a_{44} & 0 & a_{45} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{56} + \eta_{56} & a_{54} & 0 & a_{55} + \eta_{55} & 0 & \eta_{57} & \eta_{58} & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \eta_{76} & 0 & 0 & \eta_{75} & 0 & a_{77} + \eta_{77} & a_{78} + \eta_{78} & a_{79} \\ 0 & \eta_{86} & 0 & 0 & \eta_{85} & 0 & a_{87} + \eta_{87} & a_{88} + \eta_{88} & a_{89} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{97} & a_{98} & a_{99} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \\ T_7 \\ T_8 \\ T_9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 + F_6 \\ F_3 + F_4 \\ 0 \\ F_5 \\ 0 \\ F_7 \\ F_8 \\ F_9 \end{pmatrix} \quad (\text{B.6})$$

avec $T_4 = T_3$ et $T_6 = T_2$.

2 Analyse thermo-mécanique d'une interface parfaitement conductrice

Dans la partie 3.5.2 du chapitre 2, la position d'une pré-dégradation autour d'une inclusion a été étudiée. Trois positions sont considérées : en amont, au médian et en aval de l'inclusion. Dans cette étude, une conduction faible dans l'interface cohésive rompue est utilisée. Cette section reprend les calculs avec une conduction dans l'interface cohésive rompue idéale, équivalente à une interface saine.

Pour chaque cas, le champ thermique et les zones cohésives endommagées ($\beta < 0.2$) sont présentés. L'évolution du champ de température suivant une droite (en blanc sur les figures) est tracé. Le cas d'une évolution sans pré-dégradation est superposé (en jaune sur la courbe).

Les FIGURES B.4, B.5 et B.6 représentent respectivement les résultats pour une pré-dégradation sur la partie gauche, au dessus et la partie droite de l'inclusion.

Dans les trois cas, le champ thermique présente une discontinuité faible. Les différences sont dues essentiellement à l'approximation du gradient thermique par une longueur (voir partie 3.4 du chapitre 2). Dans le cas d'une pré-dégradation à droite (FIGURE B.6), la dégradation de l'échantillon est très prononcée entraînant un écart plus important. Dans tous les cas, une multi-fissuration des échantillons est observée. La prise en compte de l'influence de la discontinuité sur la conductivité permet une représentation plus physique des phénomènes.

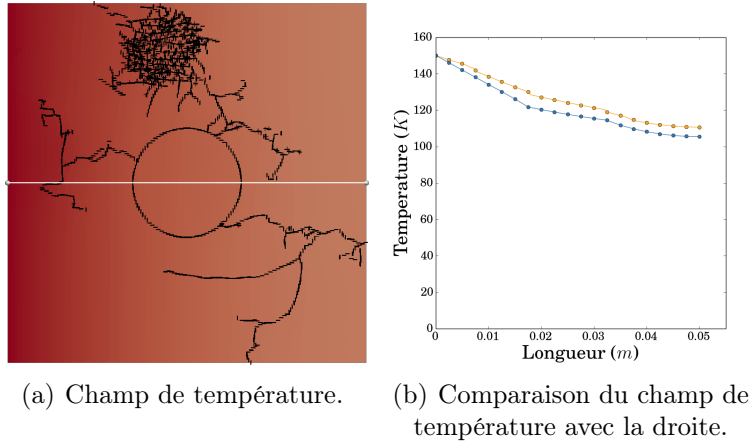


FIGURE B.4 – Interface parfaitement conductrice et pré-dégradation à gauche.

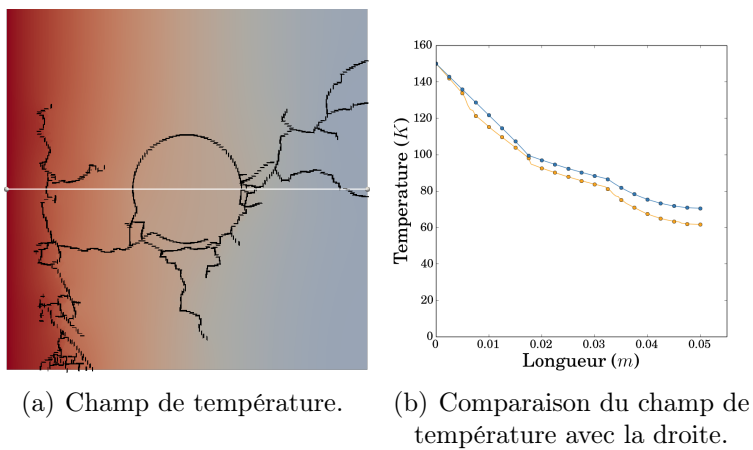


FIGURE B.5 – Interface parfaitement conductrice et pré-dégradation sur le dessus.

2. ANALYSE THERMO-MÉCANIQUE D'UNE INTERFACE PARFAITEMENT CONDUCTRICE

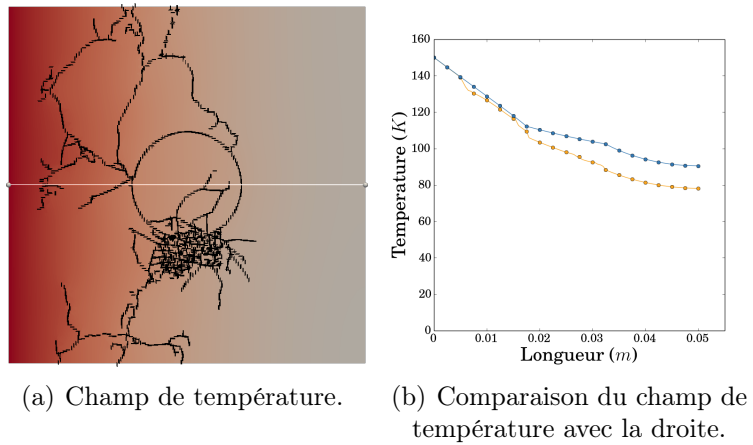


FIGURE B.6 – Interface parfaitement conductrice et pré-dégradation à droite.

3 Analyse thermo-mécanique d'un calcul pré-dégradé avec un taux de 20%

Cette section présente une analyse thermo-mécanique d'un volume élémentaire pré-dégradé à hauteur de 20% de la surface entre la matrice cimentaire et les granulats.

Deux sous-domaines sont considérés (voir FIGURE B.7). La FIGURE B.7 présente le champ de température à $t = 35.8\mu s$.

Pour le champ de température, les couleurs rouge et bleu représentent les extremums.

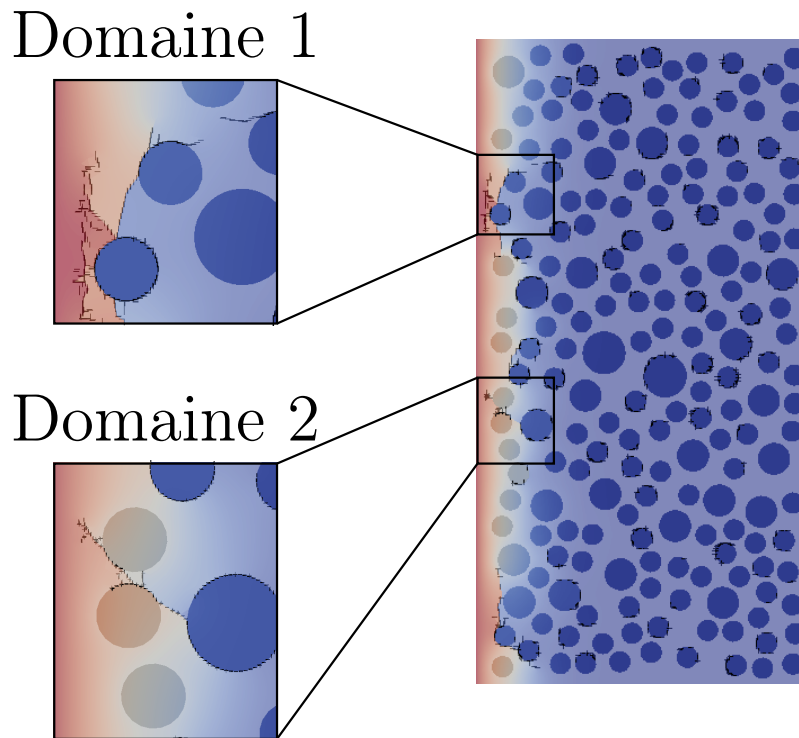


FIGURE B.7 – Champ de température à la fin du calcul et sous domaines considérés.

Pour le gradient thermique, la couleur rouge correspond à un gradient nul et la couleur bleu à une intensité importante.

3.1 Analyse du domaine 1

Deux instants sont considérés.

Le premier présente l'initiation de la fissure à partir du granulat le plus à gauche. La FIGURE B.8 présente le champ du gradient de température horizontal avant et après l'initiation de la fissure.

Dans la partie non pré-dégradée du granulat, le gradient de température est très important

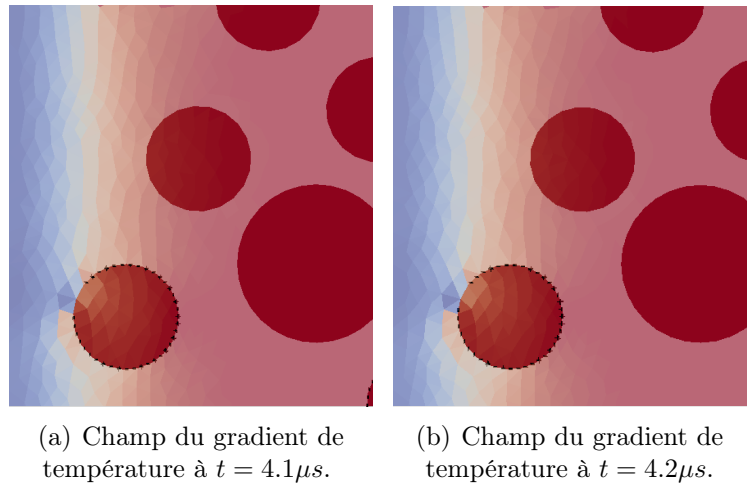
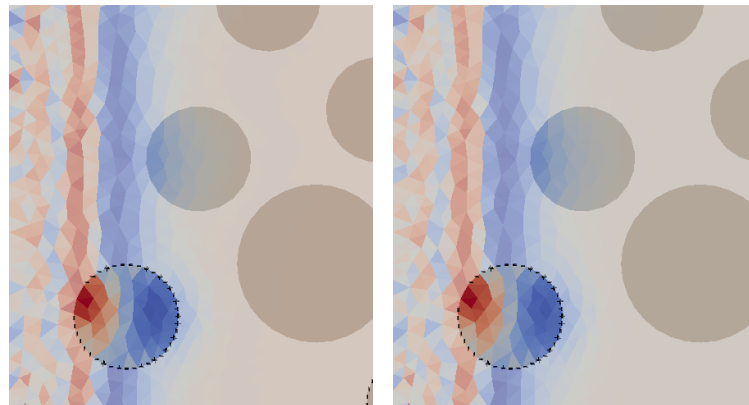


FIGURE B.8 – Gradient de température avant et après la propagation de la fissure.

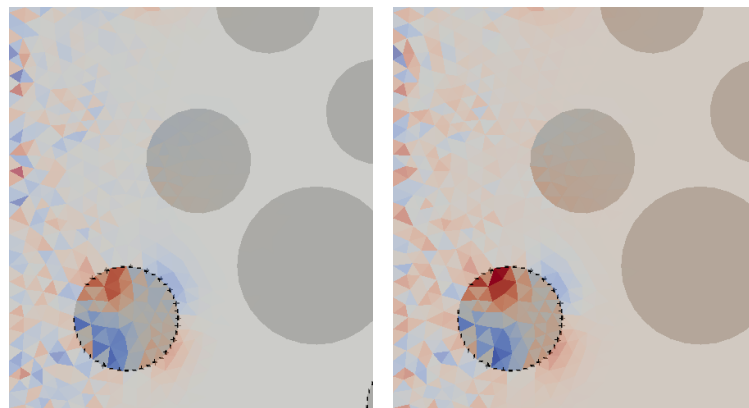
$$\nabla T_x^{max} = -17500K \cdot m^{-2}.$$

entraînant des contraintes locales importantes (voir les FIGURES B.9, B.10 et B.11). La fissure est initiée en mode I.



(a) Champ de contrainte σ_{xx} à $t = 4.1\mu s$. (b) Champ de contrainte σ_{xx} à $t = 4.2\mu s$.

FIGURE B.9 – Champ de contrainte σ_{xx} avant et après propagation de la fissure.
 $\sigma_{xx}^{max} = 20MPa$.



(a) Champ de contrainte σ_{xy} à $t = 4.1\mu s$. (b) Champ de contrainte σ_{xy} à $t = 4.2\mu s$.

FIGURE B.10 – Champ de contrainte σ_{xy} avant et après propagation de la fissure.
 $\sigma_{xy}^{max} = 1.5MPa$.

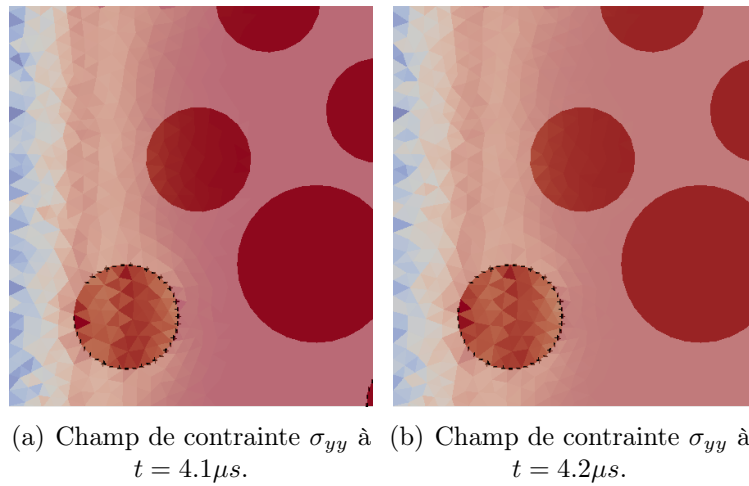


FIGURE B.11 – Champ de contrainte σ_{yy} avant et après propagation de la fissure.
 $\sigma_{yy}^{max} = -9.5MPa$.

ANNEXE B. COMPLÉMENTS SUR LA FISSURATION THERMO-MÉCANIQUES

Le second instant considéré correspond à la propagation de la fissure verticale dans la matrice cimentaire ($t = 20.3\mu s$). Plusieurs fissures se propagent dans le domaine et une barrière thermique est créée. L'intensité du gradient de température est faible avant et après la fissure. Le gradient horizontal est présenté sur la FIGURE B.12. Les FIGURES B.13, B.14 et B.15 présentent respectivement les contraintes σ_{xx} , σ_{xy} et σ_{yy} .

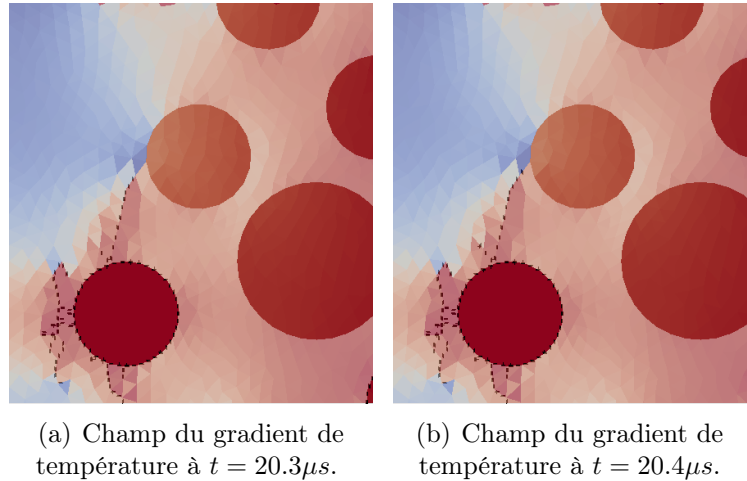


FIGURE B.12 – Gradient de température avant et après la propagation de la fissure.
 $\nabla T_x^{max} = -10000K \cdot m^{-2}$

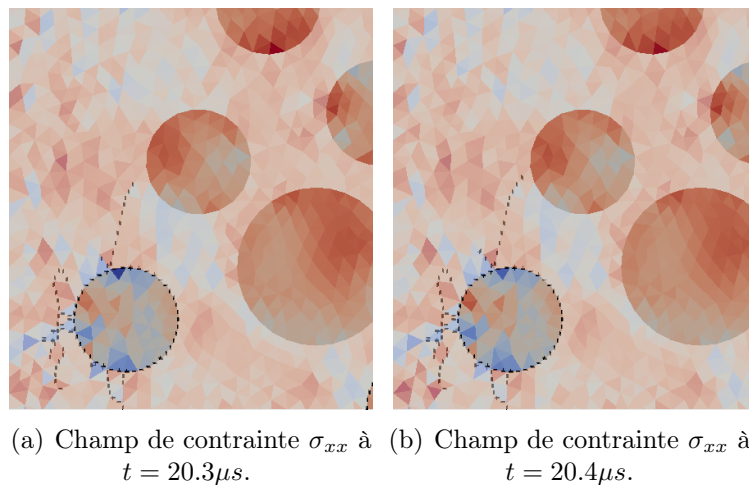
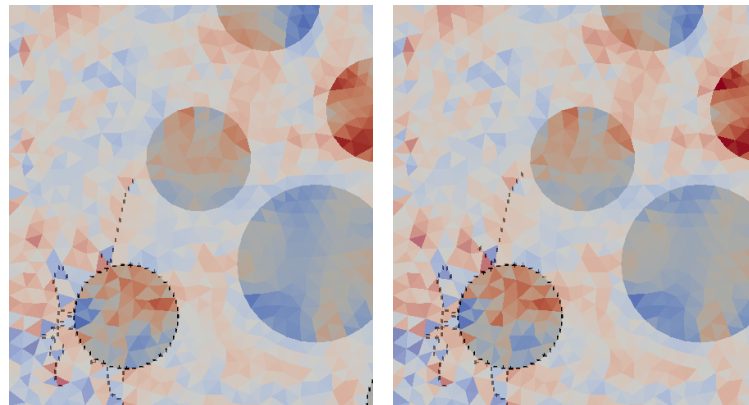
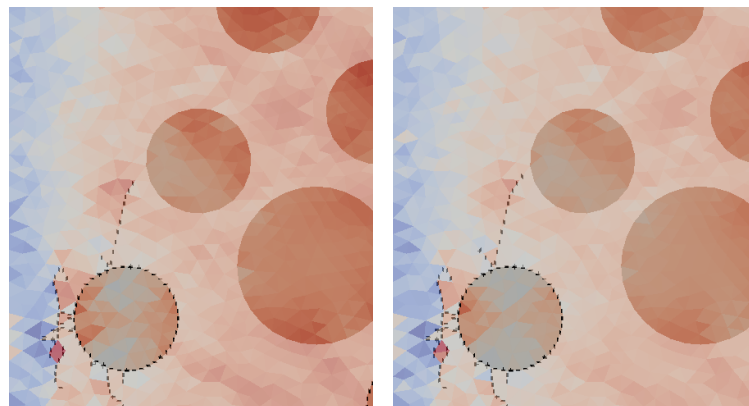


FIGURE B.13 – Champ de contrainte σ_{xx} avant et après propagation de la fissure.
 $\sigma_{xx}^{max} = 4.5MPa$.



(a) Champ de contrainte σ_{xy} à $t = 20.3\mu s$. (b) Champ de contrainte σ_{xy} à $t = 20.4\mu s$.

FIGURE B.14 – Champ de contrainte σ_{xy} avant et après propagation de la fissure. $\sigma_{xy}^{max} = 1.3MPa$.



(a) Champ de contrainte σ_{yy} à $t = 20.3\mu s$. (b) Champ de contrainte σ_{yy} à $t = 20.4\mu s$.

FIGURE B.15 – Champ de contrainte σ_{yy} avant et après propagation de la fissure. $\sigma_{yy}^{max} = -9.9MPa$.

ANNEXE B. COMPLÉMENTS SUR LA FISSURATION THERMO-MÉCANIQUES

Les champs de gradient de température horizontal et de contrainte σ_{xx} à la fin du calcul sont présentés sur la FIGURE B.16. Les champs de contraintes σ_{xy} et σ_{yy} sont présentés sur la FIGURE B.17. Le domaine contenant de nombreuses fissures, le gradient de température horizontal est très faible ce qui a un impact les champs de contraintes sur la partie arrière du domaine.

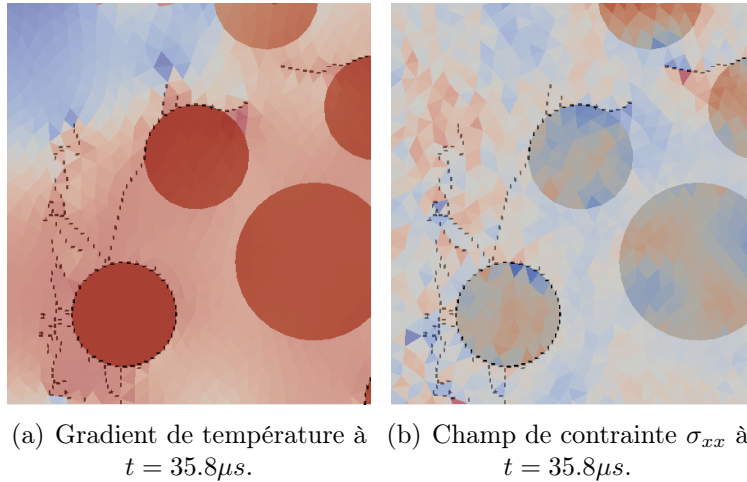


FIGURE B.16 – Champ du gradient de température horizontal et de contrainte σ_{xx} à la fin de la simulation.

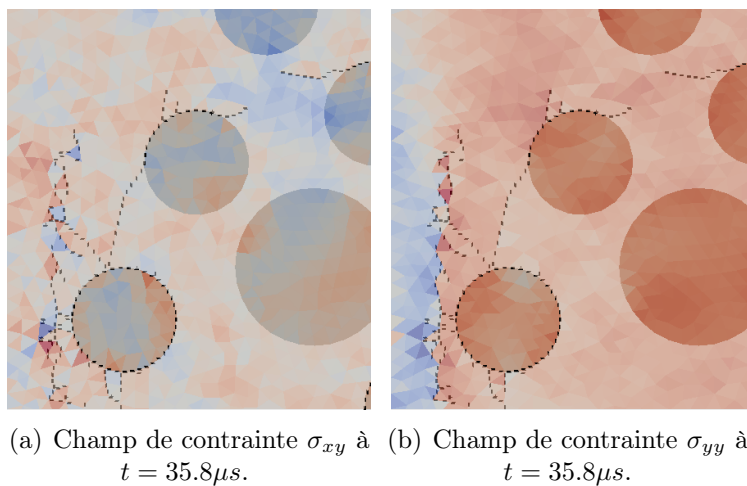


FIGURE B.17 – Champs de contrainte σ_{xy} et σ_{yy} en fin de simulation.

3.2 Analyse du domaine 2

Une analyse similaire est menée pour le second domaine. Le premier instant étudié est $t = 13.6\mu s$. Les champs du gradient thermique horizontal, σ_{xx} , σ_{xy} et σ_{yy} sont représentés avant et après l'initiation de la fissure. D'une manière analogue au domaine précédent, le champ de gradient présente une intensité importante proche de la zone de propagation de la fissure (FIGURE B.18) et une concentration de contraintes (voir FIGURES B.19, B.20 et B.21). La fissure se propage en mode mixte I et II.

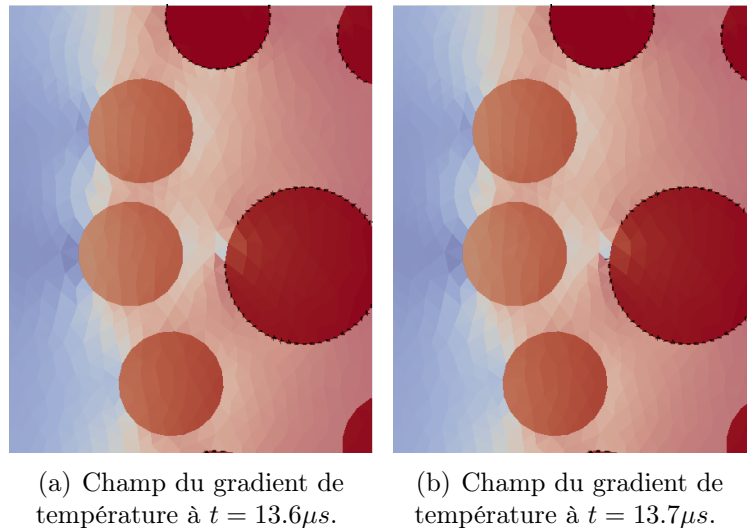
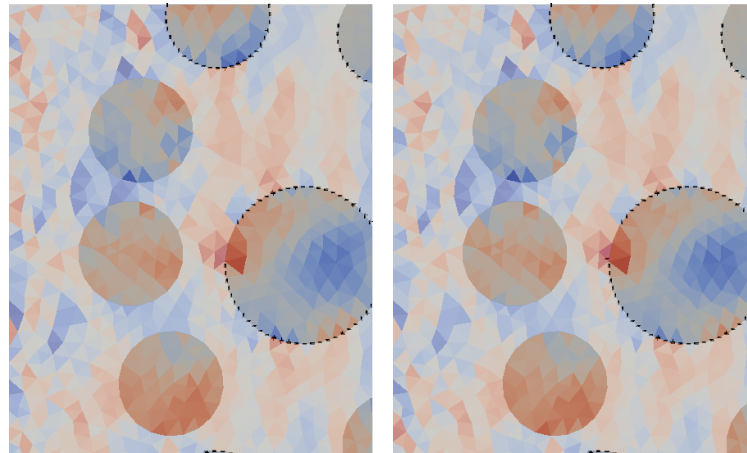
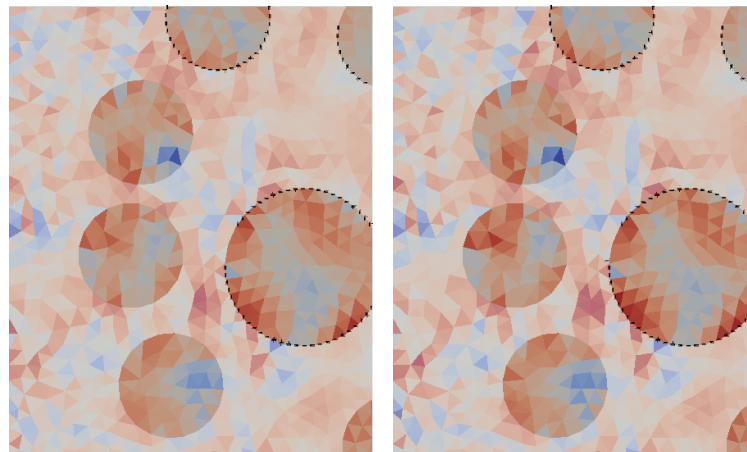


FIGURE B.18 – Gradient de température avant et après la propagation de la fissure.
 $\nabla T_x^{max} = -3582K \cdot m^{-2}$.



(a) Champ de contrainte σ_{xx} à $t = 13.6\mu s$. (b) Champ de contrainte σ_{xx} à $t = 13.7\mu s$.

FIGURE B.19 – Champ de contrainte σ_{xx} avant et après propagation de la fissure.
 $\sigma_{xx}^{max} = 2.8MPa$.



(a) Champ de contrainte σ_{xy} à $t = 13.6\mu s$. (b) Champ de contrainte σ_{xy} à $t = 13.7\mu s$.

FIGURE B.20 – Champ de contrainte σ_{xy} avant et après propagation de la fissure.
 $\sigma_{xy}^{max} = -4.6MPa$.

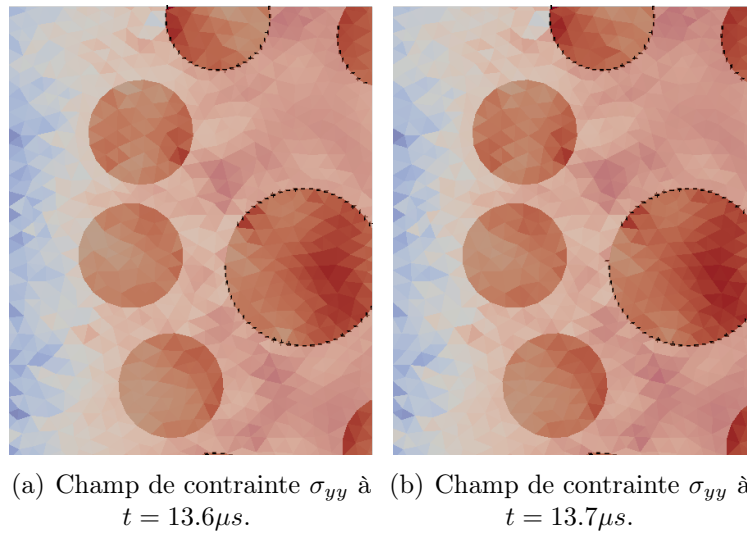


FIGURE B.21 – Champ de contrainte σ_{yy} avant et après propagation de la fissure.
 $\sigma_{yy}^{max} = -9.9MPa$.

ANNEXE B. COMPLÉMENTS SUR LA FISSURATION THERMO-MÉCANIQUES

Le second instant étudié est $t = 30.2\mu s$. La fissure se propage entre deux granulats. La propagation de la fissure est due à l'hétérogénéité des comportements mécaniques locaux. La contrainte locale maximale est obtenue en cisaillement.

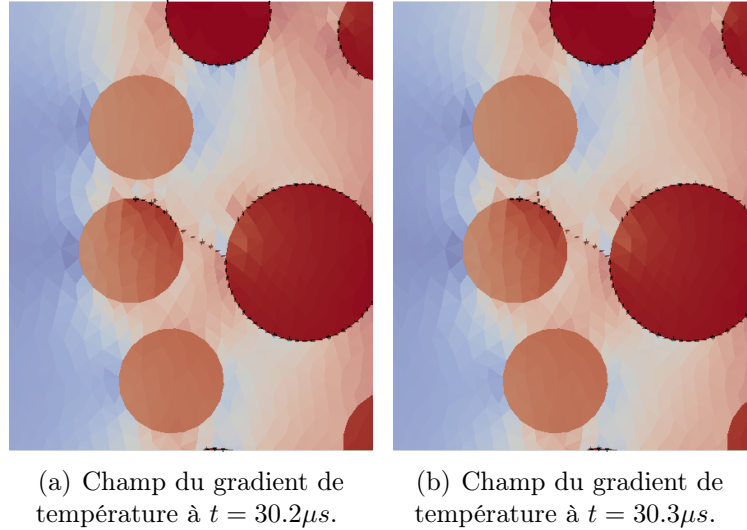


FIGURE B.22 – Gradient de température avant et après la propagation de la fissure.

$$\nabla T_x^{max} = -3528 K.m^{-2}$$

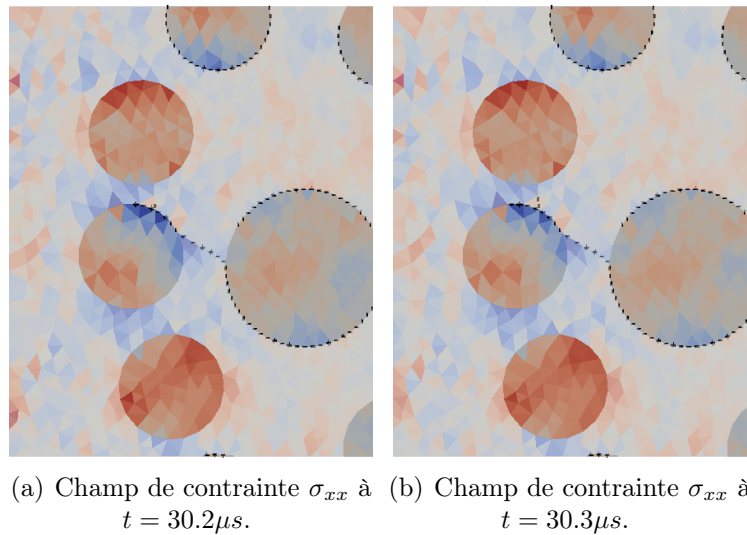
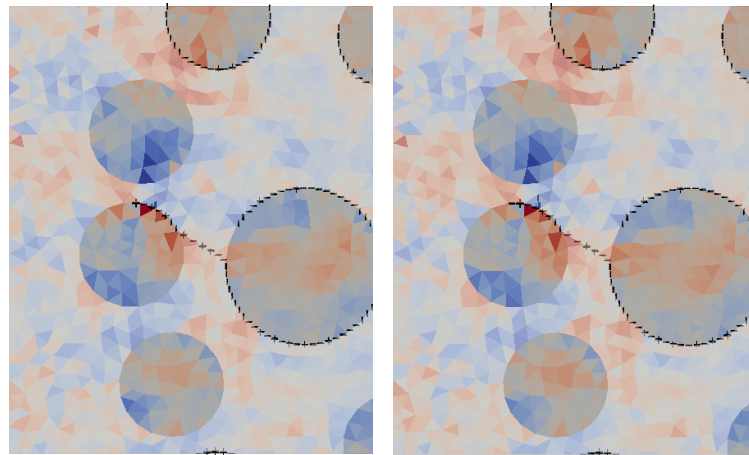


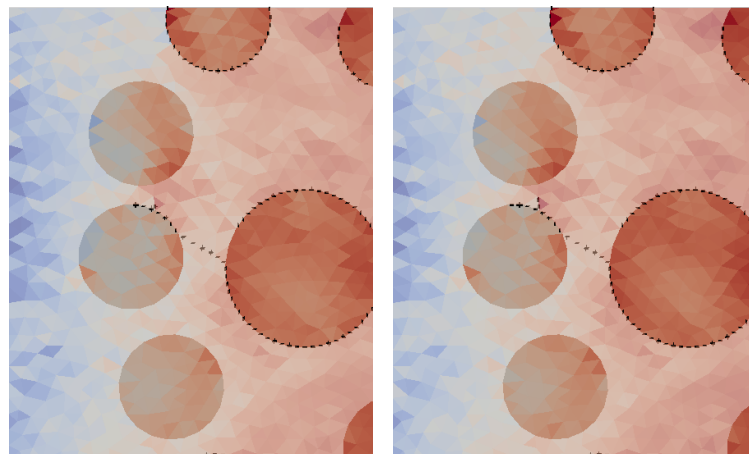
FIGURE B.23 – Champ de contrainte σ_{xx} avant et après propagation de la fissure.

$$\sigma_{xx}^{max} = -1.15 MPa.$$



(a) Champ de contrainte σ_{xy} à $t = 30.2\mu s$. (b) Champ de contrainte σ_{xy} à $t = 30.3\mu s$.

FIGURE B.24 – Champ de contrainte σ_{xy} avant et après propagation de la fissure. $\sigma_{xy}^{max} = -11MPa$.



(a) Champ de contrainte σ_{yy} à $t = 30.2\mu s$. (b) Champ de contrainte σ_{yy} à $t = 30.3\mu s$.

FIGURE B.25 – Champ de contrainte σ_{yy} avant et après propagation de la fissure. $\sigma_{yy}^{max} = 7.76MPa$.

ANNEXE B. COMPLÉMENTS SUR LA FISSURATION THERMO-MÉCANIQUES

Les FIGURES B.26 et B.27 présentent les champs étudiés à la fin du calcul ($t = 35.8\mu s$). Le gradient de température est élevé en pointe de fissure avec une barrière thermique plus faible que dans le premier domaine.

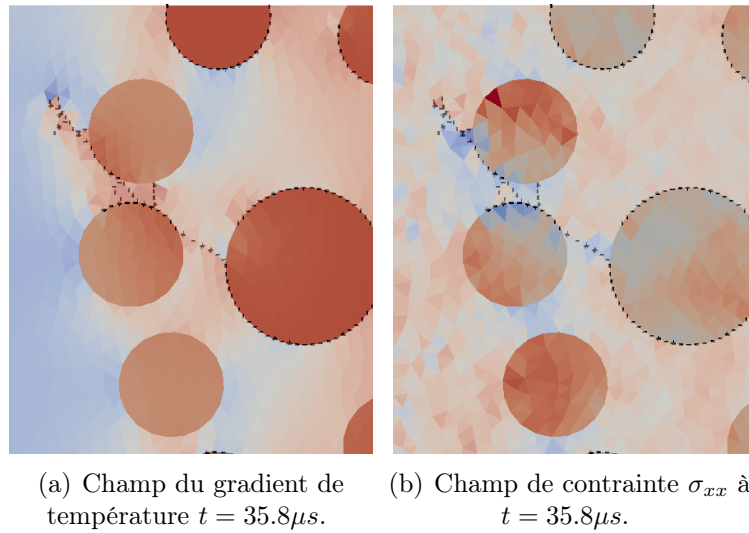


FIGURE B.26 – Champs du gradient de température horizontal et de contrainte σ_{xx} à la fin du calcul.

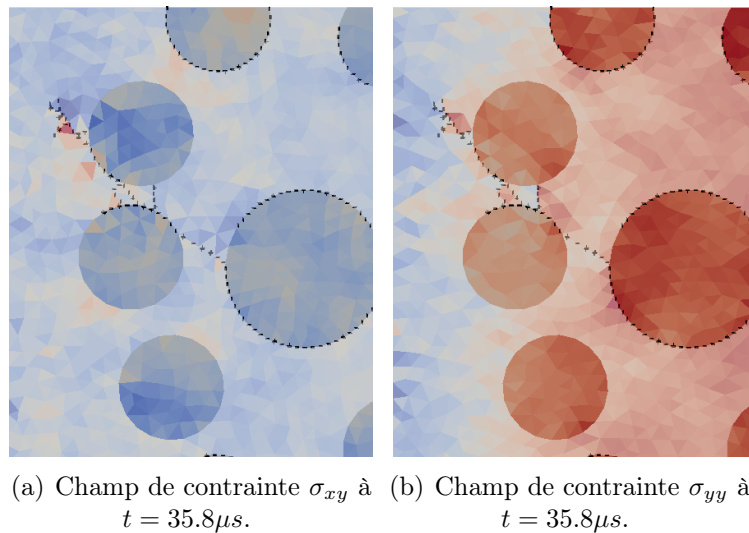


FIGURE B.27 – Champs de contrainte σ_{xy} et σ_{yy} à la fin du calcul.

4 Conclusion

La résolution du problème thermique repose sur la connaissance des variables internes associées à l'endommagement. L'assemblage des termes élémentaires dans le système linéaire a été décrit en fonction de l'état de la zone cohésive (saine ou endommagée).

Une analyse thermo-mécanique a été ensuite menée sur des composés matrice-inclusions dont une partie de l'interface entre les deux milieux est pré-dégradée. En particulier, l'hypothèse d'une conductivité parfaite a été étudiée. Enfin, le caractère très local associé à la fissuration thermo-mécanique a été mis en avant :

- le gradient de température est élevé en pointe de fissure (de l'ordre de $3000K \cdot m^{-2}$),
- plusieurs modes de rupture interviennent (modes I et II),
- la proximité de deux inclusions peut être un facteur de concentration de contraintes et par conséquent de propagation de fissure (partie 3.5.3 du chapitre 2).

De plus, les résultats confirment l'hypothèse de la section 3.2 du chapitre 2 : la présence des pré-dégradations est un emplacement privilégié pour l'initiation et la propagation de fissures.

Nomenclature

Les grandeurs en gras représentent des quantités vectorielles.

Lettres grecques milieux poreux

Symbole	Représentation	Unité
α	Coefficient de Biot	[-]
$\alpha\beta$	Interface générique entre α et β	[-]
β_{swg}	Coefficient d'expansion thermique cubique du solide, du liquide et du gaz combinés	$[K^{-1}]$
β_s	Coefficient d'expansion thermique cubique du solide	$[K^{-1}]$
σ^π	Tenseur de contrainte de la phase π	[Pa]
σ^{eff}	Tenseur de contrainte effective	[Pa]
σ^{tot}	Tenseur de contrainte totale	[Pa]
σ_s	Tenseur de contrainte de la phase solide	[Pa]
$\chi_\beta^{\alpha\beta}$	Fraction de surface de la phase β en contact avec la phase α	[-]
χ_{eff}	Conductivité thermique effective	$[W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}]$
ΔH_{ads}	Enthalpie d'absorption par unité de masse	$[J \cdot kg^{-1}]$
ΔH_{dehydr}	Enthalpie de déshydratation par unité de masse	$[J \cdot kg^{-1}]$
ΔH_{vap}	Enthalpie de vaporisation par unité de masse	$[J \cdot kg^{-1}]$
$\dot{\Gamma}_{lixi}$	Taux de mesure de la réaction de la RAS	$[s^{-1}]$
$\dot{\Gamma}_{RAS}$	Taux de mesure de la réaction de la RAS	$[s^{-1}]$
η^π	Fraction volumique de la phase π	[-]
Γ_{lixi}	Degré de réaction de la lixiviation	[-]
Γ_{RAS}	Degré de réaction de la RAS	[-]
Γ_{dehydr}	Degré de déshydratation	[-]
Λ_0	Tenseur de rigidité du matériau non endommagé	[Pa]

Nomenclature

Π^f	Pression de disjoitement	[Pa]
Π^w	Pression de disjoitement	[Pa]
Ψ	Potentiel en eau	[J · kg ⁻¹]
ρ	Densité apparente du milieu poreux	[kg · m ⁻³]
ρ^π	Masse volumique intrinsèque de la phase π	[kg · m ⁻³]
ρ_π	Masse volumique apparente de la phase π	[kg · m ⁻³]
τ_L	Constante de latence de la RAS	[m]
τ_r	Constante de temps de la RAS	[s]
$\tilde{\mathbf{q}}^\pi$	Densité de flux de chaleur de la phase π	[W · m ⁻²]
$\tilde{\sigma}_e^s$	Tenseur de contrainte 'net' effective	[Pa]
$\tilde{\varepsilon}$	Déformation équivalente d'après la théorie d'endommagement de Mazars	[-]
ε_{tchem}	tenseur de déformation thermo-chimique	[-]
ε_{th}	Tenseur de déformation thermique	[-]
ε_{tot}	Tenseur de déformation total	[-]
ε_{tr}	Tenseur de déformation thermique transitoire	[-]
c_{Ca}	Concentration en calcium liquide	[mol · m ⁻³]
s_{Ca}	Concentration en calcium solide	[kmol · m ⁻³]

Lettres latines milieux poreux

Symbole	Représentation	Unité
\dot{m}_{dehydr}	Taux de production de masse venant de la déshydratation	[kg · m ⁻³ · s ⁻¹]
\dot{m}_{diss}	Taux de production de masse par dissolution du squelette	[kg · m ⁻³ · s ⁻¹]
\dot{m}_{vap}	Taux de production de masse venant de la vaporisation	[kg · m ⁻³ · s ⁻¹]
$\mathbf{J}_D^{\beta\alpha}$	Flux diffusif de l'espèce α dans la phase β	[kg · m ⁻² · s ⁻¹]
\mathbf{k}	Tenseur de perméabilité absolue	[m ⁻²]
$\mathbf{s}^{\alpha\beta}$	Tension de surface à l'interface entre les phases α et β	[Pam]
\mathbf{u}^β	Vitesse advective de la phase β	[m · s ⁻¹]
$\mathbf{v}^{\alpha\beta}$	Vitesse diffusif de l'espèce α dans la phase β	[m · s ⁻¹]
\mathbf{v}^π	Vitesse de la phase π	[m · s ⁻¹]
\mathbf{v}^{gs}	Vitesse relative de la phase gazeuse	[m · s ⁻¹]
\mathbf{v}^{ws}	Vitesse relative de la phase liquide	[m · s ⁻¹]

Nomenclature

b	Porosité totale (volume des pores/volume total)	[-]
C_p	Chaleur effective spécifique du milieu poreux	$[J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}]$
C_p^g	Chaleur spécifique de la phase gazeuse	$[J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}]$
C_p^w	Chaleur spécifique de la phase liquide	$[J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}]$
$J_{\alpha\beta}^\alpha$	Courbure de l'interface $\alpha\beta$ par rapport à la phase α	$[m^{-1}]$
k	Ratio de chaleur spécifique	[-]
$k^{r\pi}$	Perméabilité relative de la phase π ($\pi = g, w$)	[-]
k_b	Paramètre matériel dépendant de la stoechiométrie de la déshydratation	$[kg]$
K_s	Module d'élasticité isostatique modifié pour les granulats	$[Pa]$
K_T	Module d'élasticité isostatique modifié pour le milieu poreux	$[Pa]$
m_{RAS}	Masse d'eau combinée lors de la RAS	$[kg]$
p^c	Pression capillaire	$[Pa]$
p^g	Pression de la phase gazeuse	$[Pa]$
P^s	Pression solide	$[Pa]$
p^s	Pression du squelette solide	$[Pa]$
p^w	Pression de l'eau liquide	$[Pa]$
p_0^w	Pression du réservoir d'eau liquide	$[Pa]$
R	Constante des gaz parfaits	$[J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}]$
S_g	Saturation volumique de la phase gazeuse (volume du gaz/ volume des pores)	[-]
S_w	Saturation volumique de la phase liquide (volume du liquide/ volume des pores)	[-]
t_r	Temps caractéristique de la RAS	$[s]$
n	Porosité [-]	

Lettres grecques

Symbole	Représentation	Unité
$\Gamma_{u_{imp}}$	Frontière pour les déplacements imposés	[-]
$\Gamma_{T_{imp}}$	Frontière pour la température imposé	[-]
$\Gamma_{F_{imp}}$	Frontière pour les efforts imposés	[-]
$\Gamma_{\phi_{imp}}$	Frontière pour un flux imposé	[-]

Nomenclature

Γ_{rob}	Frontière pour la convection imposée	[-]
λ_{cont}	Conductivité thermique du contact	[$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$]
λ_{cont}^{max}	Conductivité de contact maximale	[$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$]
λ_{cont}^{min}	Conductivité de contact minimale	[$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$]
λ_{cont}^{moy}	Conductivité de contact moyenne	[$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$]
λ_{CZM}	Conductivité thermique de l'interface	[$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$]
λ_2	Conductivité du milieu 2	[$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$]
λ_{rup}	Conductivité thermique pendant la rupture	[$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$]
λ_3	Conductivité du milieu 3	[$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$]
λ_1	Conductivité du milieu 1	[$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$]
$\underline{\sigma}$	Contrainte	[Pa]
$\Delta \underline{S}_K$	Matrice de rigidité associé à l'élément K	[Pa]
ΔA_K	Incrément de fissuration associé à K	[m]
Ω	Domaine matériel	[-]
Γ_d^-	Frontière de la fissure -	[-]
Γ_d^+	Frontière de la fissure +	[-]
β	Variable interne d'endommagement de la zone cohésive	[-]
β_0	Variable interne d'endommagement de la zone cohésive initiale	[-]
η	Étalement	[-]
ϕ_{CZM}	Flux de chaleur transmis par l'interface cohésive	[$W \cdot m^{-2}$]
$\phi_{1-\beta}$	Flux de chaleur transmis par l'interface endommagée	[$W \cdot m^{-2}$]
ϕ_{imp}	Flux de chaleur imposé	[$W \cdot m^{-2}$]
ϕ_β	Flux de chaleur transmis par l'interface non endommagée	[$W \cdot m^{-2}$]
λ_g	Conductivité du gaz	[$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$]
λ_s	Conductivité dans la partie solide	[$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$]
$\underline{\varepsilon}$	Matrice de déformation	[m]
ϕ^+	Flux de chaleur sur le bord Γ_d^+	[$W \cdot m^{-2}$]
ϕ^-	Flux de chaleur sur le bord Γ_d^-	[$W \cdot m^{-2}$]
ρ^p	Fraction volumique de granulats	[$kg \cdot m^{-3}$]
δ_c	Saut de déplacement critique pour lequel la zone cohésive n'a plus de tenu mécanique	[m]

Nomenclature

δ_0	Saut de déplacement à l'initiation de l'endommagement	[m]
τ	Tortuosité	[-]
τ_{circ}	Circularité	[-]
τ_{pred}	Taux de pré-dégradations initial	[-]
σ^\pm	Vecteur contrainte sur les lèvres de la fissure	[Pa]
μ	Coefficient de frottement	[-]
ν	Coefficient de Poisson	[-]
ρ	Masse volumique	[kg · m ⁻³]
Δt	Pas de temps	[s]

Lettres latines

Symbole	Représentation	Unité
e	Longueur pour l'approximation du gradient thermique	[m]
\bar{w}	Rugosité	[-]
c	Chaleur spécifique	[J · kg ⁻¹ · K ⁻¹]
h_c	Coefficient de convection	[W · m ⁻² · K ⁻¹]
a	Grandeur associée au contact a	[-]
b	Grandeur associée au contact b	[-]
\mathbf{q}	Vecteur de coordonnée des nœuds	[-]
a	Longueur du côté d'un carré	[m]
\mathbf{u}	Vecteur déplacement	[m]
\mathbf{u}_{imp}	Déplacement imposé	[m]
\dot{u}_T	Composante tangentielle de la vitesse associée au saut de déplacement	[m · s ⁻¹]
w	Énergie de rupture	[J]
e_2	Épaisseur associée au milieu 2	[m]
e_3	Épaisseur associée au milieu 3	[m]
e_1	Épaisseur associée au milieu 1	[m]
\mathbf{F}_{imp}	Force imposée	[N]
\mathbf{f}	Force volumique mécanique	[N · m ⁻³]
w	Source de production thermique	[W · m ⁻³ · K ⁻¹]
$\underline{\mathbf{H}}$	Matrice de passage des coordonnées globales à locales	[-]

Nomenclature

$H_{[u_N]}$	Indicateur d'ouverture/fermeture de la CZM	[-]
l	Largeur d'un domaine géométrique	[m]
$\underline{\mathbf{G}}$	Matrice de passage des coordonnées locales à globales	[-]
L	Longueur d'un domaine géométrique	[m]
\mathbf{g}	Accélération de la pesanteur	[$m.s^{-2}$]
$\underline{\mathbf{S}}$	Matrice de rigidité avant propagation de fissure	[Pa]
K	Matrice de conduction	[$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$]
χ	Nombre total de contact	[-]
p	Pression post-rupture	[Pa]
r	Rayon d'un cercle	[m]
C_N	Rigidité normale interfaciale de la zone cohésive	[Pa]
C_T	Rigidité tangentielle interfaciale de la zone cohésive	[Pa]
$[u_{max}]$	Saut de déplacement maximum atteint	[m]
$[\mathbf{u}]$	Saut de déplacement	[m]
$[u_N]$	Composante normale du saut de déplacement	[m]
$[\mathbf{u}_T]$	Composante tangentielle du saut de déplacement	[m]
$S_{1-\beta}$	Surface saine	[m^2]
S_β	Surface endommagée	[m^2]
l_c	Taille de maille	[m]
T	Température	[K]
T_{imp}	Température imposée	[K]
T_∞	Température ambiante	[K]
T_0	Température initiale	[K]
T_{max}	Température maximale	[K]
$[T]$	Saut de température	[K]
$\underline{\underline{\mathbf{C}}}$	Tenseur de Hooke	[Pa]
$\hat{\mathbf{R}}$	Vecteur contrainte cohésive maximum	[Pa]
\mathbf{R}_T	Vecteur contrainte cohésive tangentielle	[Pa]
\mathbf{I}	Vecteur impulsion	[$N.s^{-1}$]
\mathbf{I}^{coh}	Vecteur impulsion à la zone cohésive	[$N.s^{-1}$]
I_N	Impulsion normale	[$N.s^{-1}$]

Nomenclature

I_N^{coh}	Impulsion normale à la zone cohésive	$[N.s^{-1}]$
I_T	Impulsion tangentielle	$[N.s^{-1}]$
I_T^{coh}	Vecteur impulsion tangentielle à la zone cohésive	$[N.s^{-1}]$
i	Vecteur impulsion aux nœuds	$[N.s^{-1}]$
R_N	Contrainte normale à la zone cohésive	$[Pa]$
r	Vecteur réaction aux nœuds	$[N]$
u_T	Saut de déplacement tangent	$[m]$
U	Vitesse relative entre deux corps	$[m \cdot s^{-2}]$
U_N	Vitesse relative normale entre deux corps	$[m \cdot s^{-2}]$
U_T	Vitesse relative tangentielle entre deux corps	$[m \cdot s^{-2}]$
E	Module d'Young	$[Pa]$
e_m	Émissivité	$[-]$
G_c	Taux de restitution d'énergie	$[J.m^{-2}]$
$h_{1-\beta}$	Conductance associée à la partie endommagée	$[W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}]$
h_β	Conductance associée à la partie saine	$[W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}]$
h_{CZM}	Conductance de la zone cohésive	$[W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}]$
h_f	Conductance associée au fluide	$[W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}]$
h_g	Conductance associée au gaz	$[W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}]$
h_r	Conductance associée au rayonnement	$[W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}]$
K	Élément du maillage	$[-]$
K_0	Élément érodable	$[-]$
S_b	Constante de Stefan-Boltzmann	$[W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}]$

Bibliographie

- [1] S. Ahmad. Reinforcement corrosion in concrete structures, its monitoring and service life prediction-a review. *Cement and Concrete Composites*, 2003. (Cité p. 135)
- [2] F. Bangert, D. Kuhl, and G. Meschke. Chemo-hygro-mechanical modelling and numerical simulation of concrete deterioration caused by alkali-silica reaction. *International Journal of Solids and Structures*, 2001. (Cité p. 167)
- [3] F. Bangert, D. Kuhl, and G. Meschke. Chemo-hygro-mechanical modelling and numerical simulation of concrete deterioration caused by alkali-silica reaction. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 28 :689–714, 2004. (Cité p. 145)
- [4] B. Bary and A. Sellier. Coupled moisture-carbon dioxide-calcium transfer model for carbonation of concrete. *Cement and Concrete Research*, 2004. (Cité p. 133)
- [5] Z.P. Bazănt and A. Steffens. Mathematical model for kinetics of alkali-silica reaction in concrete. *Cement and Concrete Research*, 30 :419–428, 2000. (2 citations pp. 138 , 139)
- [6] Z.P. Bazănt, G. Zi, and C. Meyer. Fracture mechanics of asr in concretes with waste glass particles of different sizes. *Journal of Engineering Mechanics*, 126 :226–232, 2000. (2 citations pp. 139 , 140)
- [7] T. Belytschko, H. Chen, J. Xu, and G. Zi. Dynamic crack propagation based on loss of hyperbolicity and a new discontinuous enrichment. *International journal for numerical methods in engineering*, 58 :1873–1905, 2003. (4 citations pp. 86, 87, 88, 89)
- [8] V.V. Bertero and M. Polivka. Influence of thermal exposures on mechanical characteristics of concrete. *Conference for Nuclear Reactor*, 1972. (Cité p. 131)
- [9] A.W. Bishop. The influence of an undrained change in stress on the pore pressure in porous media of low compressibility. *Geotechnique*, 3 :435–442, 1973. (Cité p. 175)
- [10] N. Blal. *Modélisation Micromécanique et Identification Inverse de l'Endommagement par Approches Cohésives*. PhD thesis, Université Montpellier II, 2013. (4 citations pp. 22, 51, 52, 53)
- [11] H. Bouzabata, S. Multon, A. Sellier, and H. Houari. Swellings due to alkali-silica reaction and delayed ettringite formation : Characterisation of expansion isotropy and effect of moisture conditions. *Cement and Concrete Composites*, 34 :349–356, 2012. (Cité p. 3)
- [12] A. Isgor Burkan and R. Ghani. Finite element modeling of coupled heat transfer, moisture transport and carbonation process in concrete structures. *Cement and Concrete Composites*, 2004. (Cité p. 133)

- [13] B. Capra and A. Sellier. Orthotropic modelling of alkali-aggregate reaction in concrete structures : numerical simulations. *Mechanics of Material*, 35 :817–830, 2003. (Cité p. 146)
- [14] I. Carol, C.M. López, and O. Roa. Micromechanical analysis of quasi-brittle materials using fracture-based interface elements. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 52 :193–215, 2001. (Cité p. 106)
- [15] J.L. Chaboche, F. Feyel, and Y. Monerie. Interface debonding models : a viscous regularization with a limited rate dependency. *International Journal os Solids Structures*, 38 :3127–3160, 2001. (Cité p. 22)
- [16] S. Chan, G.F. Peng, and J. Chan. Comparison between high strength concrete and normal strength concrete subjected to high temperature. *Materials and Structures*, 29 :616–619, 1996. (2 citations pp. 3 , 130)
- [17] J. Chang, W. Yeih, and C. Chen R. Huang. Suitability of several current used concrete durability indices on evaluating the corrosion hazard for carbonated concrete. *Materials Chemistry and Physics*, 2004. (Cité p. 133)
- [18] R.G. Charlwood, S.V. Solymar, and D.D. Curtis. A review of alkali aggregate reactions in hydroelectric plants and dams. In *Proceedings of the International Conference of Alkali-Aggregate Reactions in Hydroelectric Plants and Dams, Fredericton, Canada*, page 129, 1992. (2 citations pp. 142 , 143)
- [19] M. Ciavarella, S. Dibello, and G. Demelio. Conductance of rough random profiles. *International Journal of Solids and Structures*, 45 :879–893, 2008. (Cité p. 26)
- [20] I. Comby-Peyrot, F. Bernard, P.O. Bouchard, F. Bay, and E. Garcia-Diaz. Development and validation of a 3d computational tool to describe concrete behaviour at mesoscale. application to the alkali-silica reaction. *Computational Materials Science*, 46 :1163–1177, 2009. (2 citations pp. 102 , 140)
- [21] C. Comi, R. Fedele, and U. Perego. A chemo-thermo-damage model for the analysis of concrete dams affected by alkali-silica reaction. *Mechanics of Materials*, 41 :210–230, 2009. (Cité p. 145)
- [22] C. Comi and U. Perego. Anisotropic damage model for concrete affected by alkali-aggregate reaction. *International Journal of Damage Mechanics*, 20 :598–617, 2011. (Cité p. 145)
- [23] M. Von den Bosch, P.J.G Schreurs, and M.G.D. Geers. An improved description of the exponential xu and needleman cohesive zone law for mixed-mode decohesion. *Engineering Fracture Mechanics*, 73 :1220–1234, 2006. (Cité p. 27)
- [24] G. Dhatt, G. Touzot, and E. Lefrançois. *Méthode des éléments finis*. Hermes Science Publications, 2004. (2 citations pp. 12 , 13)
- [25] J.K. Dienes. Comments on a generalized griffith criteria for crack propagation. *Engineering Fracture Mechanics*, 23 :615–617, 1986. (Cité p. 23)
- [26] R. Dron and F. Brivot. Thermodynamic and kinetic approach to the alkali-silica reaction. part 2 : Experiment. *Cement and Concrete Research*, 1993. (2 citations pp. 136 , 165)

- [27] F. Dubois and M. Jean. The non smooth contact dynamic method : recent lmgc90 software developments and application. *Applied and Computational Mechanics*, 27 :375–378, 2006. (Cité p. 50)
- [28] D. S. Dugdale. Yielding of steel sheets containing slits. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 8 :100–104, 1960. (Cité p. 19)
- [29] C.F. Dunant and K.L. Scrivener. Micro-mechanical modelling of alkali-silica-reaction-induced degradation using the AMIE framework. *Cement and Concrete Research*, 2010. (4 citations pp. 137, 140, 142, 167)
- [30] T. Ekström. *Leaching of Concrete-The Leaching Process and Its Effects*. PhD thesis, Lund Institute of Technology, 2003. (Cité p. 3)
- [31] J. Escoda. *Modélisation morphologique et micromécanique 3D de matériaux cimentaires*. PhD thesis, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2012. (2 citations pp. 101 , 102)
- [32] Techniques et méthodes des laboratoires de ponts et chaussées. Recommandations pour la durabilité des bétons durcis soumis au gel. Technical report, Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, 2003. (Cité p. 129)
- [33] Techniques et méthodes des laboratoires de ponts et chaussées. Recommandations pour la prévention des désordres dus à la réaction sulfatique interne. Technical report, Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, 2007. (Cité p. 135)
- [34] A. Fabbri. *Physico-mécanique des matériaux cimentaires soumis au gel-dégel*. PhD thesis, Université de Marne La Vallée, 2006. (Cité p. 129)
- [35] A. Fick. Ueber diffusion. *Annalen der Physik*, 170 :59–86, 1855. (Cité p. 139)
- [36] D.L. Fillmore. Literature review of the effects of radiation and temperature on the aging of concrete. Technical report, Idaho National Engineering and Environmental Laboratory, september 2004. (Cité p. 130)
- [37] G.A. Francfort and J-J. Marigo. Revisiting brittle fracture as an energy minimization problem. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 46 :1319–1342, 1998. (2 citations pp. 77 , 78)
- [38] LB Freund. *Dynamic fracture mechanics*. 1998. (Cité p. 85)
- [39] Y. Furusawa, H. Ohga, and T. Uomoto. An analytical study concerning prediction of concrete expansion due to alkali-silica reaction. In *Third International Conference on Durability of Concrete, Nice, France*, pages 757–80, 1994. (Cité p. 138)
- [40] D. Gawin. Modelling of coupled hygro-thermal phenomena in building materials and building components (polish). *Lodz technical university*, 2000. (Cité p. 171)
- [41] D. Gawin, C.E. Majorana, and C.A. Schrefler. Numerical analysis of hygro-thermic behaviour and damage of concrete at high temperature above critical point of water. *Mechanics of Cohesive-frictional Materials*, 4 :37–74, 1999. (Cité p. 158)
- [42] D. Gawin, F. Pesavento, and B. A. Schrefler. Modelling of hygro-thermal behaviour of concrete at high temperature with thermo-chemical and mechanical material degradation. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2003. (2 citations pp. 171 , 173)

- [43] D. Gawin, F. Pesavento, and B. A. Schrefler. Modelling of deformations of high strength concrete at elevated temperatures. *Materials and Structures*, 2004. (2 citations pp. 174 , 176)
- [44] D. Gawin, F. Pesavento, and B. A. Schrefler. Towards prediction of the thermal spalling risk through a multi-phase porous media model of concrete. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2006. (2 citations pp. 146 , 176)
- [45] D. Gawin, F. Pesavento, and B. A. Schrefler. Modeling of cementitious materials exposed to isothermal calcium leaching, considering process kinetics and advective water flow. Part 1 : Theoretical model. *International Journal of Solids and Structures*, 2008. (5 citations pp. 146, 147, 153, 155, 159)
- [46] D. Gawin, F. Pesavento, and B.A. Schrefler. Modelling creep and shrinkage of concrete by means of effective stress. *Materials and Structures*, 2007. (Cité p. 154)
- [47] B. Gerard, C. Le Bellogo, and O. Bernard. Simplified modelling of calcium leaching of concrete in various environment. *Materials and Structures*, 2002. (Cité p. 151)
- [48] B. Gerard, G. Pijaudier-Cabot, and C. Larborderie. Coupled diffusion-damage modelling and the implications on failure due to strain localisation. *International Journal of Solids and Structures*, 1998. (2 citations pp. 151 , 159)
- [49] L. Granger. *Comportement différencié du béton dans les enceintes de centrales nucléaires : analyse et modélisation*. PhD thesis, Laboratoire Centrale des Ponts et Chaussées, 1995. (3 citations pp. 2, 102, 104)
- [50] W.G. Gray and B.A. Schrefler. Analysis of the solid phase stress tensor in multi-phase porous media. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2007. (3 citations pp. 154, 174, 175)
- [51] E. Grimal, A. Sellier, Y.L. Pape, and E. Bourdarot. Creep, shrinkage, and anisotropic damage in alkali-aggregate reaction swelling mechanism—part i : A constitutive model. *ACI Materials Journal*, 105 :227–235, 2008. (Cité p. 146)
- [52] G.W. Groves and X. Zhang. A dilatation model for the expansion of silica glass/opc mortars. *Cement and Concrete Research*, 20 :453–460, 1990. (Cité p. 138)
- [53] J. Gulikers. Theoretical considerations on the supposed linear relationship between concrete resistivity and corrosion rate of steel reinforcement. *Materials and Corrosion*, 2005. (Cité p. 135)
- [54] B.M. Haha. Mechanical effects of alkali silica reaction in concrete studied by sem-image analysis. Technical report, DissertationTip, 2006. (Cité p. 141)
- [55] M.B. Haha, E. Gallucci, A. Guidoum, and K.L. Scrivener. Relation of expansion due to alkali silica reaction to the degree of reaction measured by sem image analysis. *Cement and Concrete Research*, 37 :1206–1214, 2007. (Cité p. 140)
- [56] M. Hamada. Neutralization (carbonation) of concrete and corrosion of reinforcing steel. *International Symposium on Cementious Chemistry*, 1968. (Cité p. 133)
- [57] A. Hattiangadi and T. Siegmund. A thermomechanical cohesive zone model for bridged delamination cracks. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 52 :533–566, 2004. (4 citations pp. i, 23, 24, 28)

- [58] D.W. Hobbs. The alkali-silica reaction -a model for predicting expansion in mortar. *Magazine of Concrete Research*, 33 :208–220, 1981. (Cité p. 138)
- [59] F.Y. Houst. Carbonatation du béton et corrosion des armatures. *Chantiers/Suisse*, 1989. (Cité p. 135)
- [60] M. Huang and S. Pietruszczak. Modeling of thermomechanical effects of alkali-silica reaction. *Journal of Engineering Mechanics*, 125 :476–485, 1999. (2 citations pp. 144 , 145)
- [61] N. Hyvert, A. Sellier, F. Duprat, P. Rougeau, and P. Francisco. Dependency of c-s-h carbonation rate on CO₂ pressure to explain transition from accelerated tests to natural carbonation. *Cement and Concrete Research*, 2010. (Cité p. 133)
- [62] A.E. Idiart, C.M. Lopez, and I. Carol. Chemo-mechanical analysis of concrete cracking and degradation due to external sulfate attack : A meso-scale model. *Cement and Concrete Composites*, 33 :411–423, 2011. (Cité p. 135)
- [63] M. Jean, V. Acary, and Y. Monerie. Non-smooth contact dynamics approach of cohesive materials. *Philisophical Transactions Mathematical, Physical Engineering Sciences*, 359 :2497–2518, 2001. (6 citations pp. 17, 18, 20, 22, 41, 46)
- [64] J.K. Kalthoff and S. Winkler. Failure mode transition at high rates of loading. In C.Y. Chiem, H.D. Kunze, and L.W. Meyer, editors, *Proceedings of the International Conference on Impact Loading and Dynamic Behaviour of Materials*, pages 160–177. Deutsche Gesellschaft für Metallkunde, 1988. (2 citations pp. 85 , 86)
- [65] D. Kuhl and G. Meschke. Computational modeling of transport mechanisms in reactive porous media - application of calcium leaching of concrete. 2003. (Cité p. 159)
- [66] C. Larive. *Apports combinés de l'expérimentation et de la modélisation à la compréhension de l'alcali-réaction et de ses effets mécaniques*. PhD thesis, Laboratoires des Ponts et Chaussées, 1998. (8 citations pp. 137, 144, 145, 165, 166, 167, 170, 171)
- [67] Q.V. Le. *Modélisation multi-échelle des matériaux viscoélastiques hétérogènes. Applications à l'identification et à l'estimation du fluage propre du béton d'enceintes de centrales nucléaires*. PhD thesis, Université Paris-Est, 2008. (2 citations pp. 102 , 104)
- [68] P. Léger, P. Côté, and R. Tiwani. Finite element analysis of concrete swelling due to alkali-aggregate reactions in dams. *Computers & Structures*, 60 :601–611, 1996. (Cité p. 143)
- [69] R.W. Lewis and B.A. Schrefler. *The Finite Element Method in the Static and Dynamic Deformation and Consolidation of Porous Media*. John Wiley and Sons, 1998. (Cité p. 160)
- [70] C.M. López, I. Carol, and A. Aguado. Meso-structural study of concrete fracture using interface elements. ii : compression, biaxial and brazilian test. *Materials and Structures*, 41 :601–620, 2008. (2 citations pp. 52 , 53)
- [71] L.G. Margolin. A generalized griffith criterion for crack propagation. *Engineering Fracture Mechanics*, 19 :569–543, 1984. (Cité p. 23)
- [72] A.L. Marshall. The thermal properties of concrete. *Building Science*, 7 :167–174, 1972. (Cité p. 104)

- [73] A. Menou. *Étude du comportement thermomécanique des bétons à haute température : approche multiéchelle de l'endommagement thermique*. PhD thesis, Université de Pau et des Pays de l'Adour, 2004. (2 citations pp. 53 , 104)
- [74] C. Meyer and S. Baxter. Use of recycled glass and fly ash for precast concrete. Technical report, NYSERDA 98-18 (4292-IABR-IA-96) to New York State Energy Research and Development Authority, 1998. (Cité p. 139)
- [75] J.-C. Michel, P. Suquet, and F. Thébaud. Une modélisation du rôle des interfaces dans le comportement des composites à matrice métallique. *Revue Européenne des Éléments Finis*, 3 :573–595, 1994. (Cité p. 21)
- [76] B.B. Mikic. Thermal contact conductance : theoretical considerations. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 17 :205–214, 1974. (Cité p. 26)
- [77] N. Moës, M. Cloire, P. Carta, and J. Remacle. A computational approach to handle complex microstructure geometries. *Communications in Numerical Methods in Engineering*, 192 :3163–3177, 2003. (Cité p. 141)
- [78] S.O. Moftah. *Computational homogenisation of concrete*. PhD thesis, Universität Hannover, Hannover, Germany, 2005. (Cité p. 106)
- [79] Y. Monerie. *Fissuration des matériaux composites : rôle de l'interface fibre-matrice*. PhD thesis, Université Aix Marseille 2, 2000. (3 citations pp. 19, 20, 51)
- [80] Y. Monerie and V. Acary. Nonsmooth fracture dynamics using cohesive zone approach. Technical Report RR-6032, INRIA, 2006. (Cité p. 20)
- [81] Y. Monerie and F. Perales. Structures en béton sous chargement thermomécanique. génération d'échantillons numériques et méthodologie. Technical report, DPAM-SEMCA, 2010. (Cité p. 52)
- [82] P. Moonen, L.J. Sluys, and J. Carmeliet. A continuous-discontinuous approach to simulate heat transfer in fractured media. *Transport in Porous Media*, 89 :399–419, 2011. (6 citations pp. i, 23, 28, 30, 31, 32)
- [83] S. Multon, J.F. Seignol, and F. Toutlemonde. Structural behavior of concrete beams affected by alkali-silica reaction. *ACI Materials Journal*, 102 :67–76, 2005. (Cité p. 145)
- [84] S. Multon, J.F. Seignol, and F. Toutlemonde. Chemomechanical assessment of beams damaged by alkali-silica reaction. *Journal of Materials in Civil Engineering*, 18 :500–509, 2006. (Cité p. 145)
- [85] S. Multon and F. Toutlemonde. Effect of applied stresses on alkali-silica reaction-induced expansions. *Cement and Concrete Research*, 36 :912–920, 2006. (Cité p. 145)
- [86] T. Mura. *Mechanics of Defects in Solids*. Martinus Nijhorff, 1987. (Cité p. 78)
- [87] V.A. Newell, C.D. Wagner, and Fontana. Dam a crack in the curve. *Waterpower*, pages 1–10, 1999. (Cité p. 145)
- [88] T.D. Nguyen. *Apport de la modélisation mésoscopique dans la prédiction des écoulements dans les ouvrages en béton fissuré en conditions d'accident grave*. PhD thesis, Université de Pau et des Pays de l'Adour, 2010. (Cité p. 104)

- [89] V.-H. Nguyen. *Couplage dégradation chimique-Comportement en compression du béton*. PhD thesis, École Nationale des Ponts et Chaussées, 2005. (Cité p. 132)
- [90] X.S. Nguyen. *Algorithmes probabilistes appliqués à la durabilité et à la mécanique des ouvrages de génie civil*. PhD thesis, INSA Toulouse, 2007. (2 citations pp. 131 , 133)
- [91] I. Özdemir, W.A.M. Brekelmans Pesavento, and M.G.D. Geers. A thermo-mechanical cohesive zone model. *Computational Mechanics*, 46 :735–745, 2010. (5 citations pp. i, 23, 25, 26, 28)
- [92] J.W. Pan, Y.T. Feng, J.T. Wang, Q.C. Sun, C.H. Zhang, and D.R.J Owen. Modeling of alkali-silica reaction in concrete : a review. *Frontiers of Structural and Civil Engineering*, 6 :1–18, 2012. (2 citations pp. 136 , 138)
- [93] A. Pandolfi and M. Ortiz. An eigenerosion approach to brittle fracture. *International Journal For Numerical Methods In Engineering*, 92 :694–714, 2012. (5 citations pp. 6, 77, 80, 82, 83)
- [94] V.G Papadakis, C.G. Vayenas, and M.N. Fardis. Fundamental modeling and experimental investigation of concrete carbonation. *Materials Journal*, 1991. (Cité p. 133)
- [95] F. Perales. *Fissuration des matériaux à gradient de propriétés. Application au zircaloy hydruré*. PhD thesis, Université Montpellier II, 2005. (2 citations pp. 19 , 22)
- [96] F. Perales, F. Dubois, Y. Monerie, B. Piar, and L. Stainier. A nonsmooth contact dynamics-based multi-domain solver. code coupling (xper) and application to fracture. *European Journal of Computational Mechanics*, 19 :389–417, 2010. (4 citations pp. 20, 21, 22, 50)
- [97] F. Perales, Y. Monerie, F. Dubois, and L. Stainier. Computational non-smooth fracture dynamics in nonlinear and heterogeneous materials. application to fracture of hydrided zircaloy. *International Association for Structural Mechanics in Reactor Technology*, 89 :274–280, 2005. (2 citations pp. 20 , 21)
- [98] F. Pesavento. *Non-linear modelling of concrete as multiphase porous material in high temperature conditions*. PhD thesis, Université de Padova, 2000. (Cité p. 171)
- [99] F. Pesavento, D. Gawin, M. Wyrzykowski, B. A. Schrefler, and L. Simoni. Modeling alkali-silica reaction in non-isothermal, partially saturated cement based materials. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2012. (3 citations pp. 137, 146, 160)
- [100] M. Huang S. Pietruszczak. Numerical analysis of concrete structures subjected to alkali-aggregate reaction. *Mechanics of Cohesive-Frictional Materials*, 1 :305–319, 1996. (Cité p. 144)
- [101] S. Pietruszczak. On the mechanical behaviour of concrete subjected to alkali-aggregate reaction. *Computers & Structures*, 58 :1093–1097, 1996. (Cité p. 144)
- [102] S. Poyet. *Etude de la dégradation des ouvrages en béton atteints par la réaction alcali-silice : approche expérimentale et modélisation numérique multi-échelle des dégradations dans un environnement hydro-chemo-mécanique variable*. PhD thesis, Université de Marne la Vallée, 2003. (2 citations pp. 170 , 171)
- [103] S. Poyet, A. Sellier, B. Capra, G. Foray, J.M. Torrenti, H. Cognon, and E. Bourdarot. Chemical modelling of alkali silica reaction : Influence of the reactive aggregate size distribution. *Materials and Structures*, 40 :229–239, 2007. (Cité p. 145)

- [104] A. Qomi, M. Javad, F.-J. Ulm, , and R. J.-M. Pellenq. Physical origins of thermal properties of cement paste. *Physical Review Applied*, 3 :064010–064027, 2015. (Cité p. 104)
- [105] N. Rakotomalala. *Simulation numérique de l'écaillage des barrières thermiques avec couplage thermo-mécanique*. PhD thesis, École nationale supérieure des mines de Paris, 2014. (4 citations pp. i, 23, 28, 32)
- [106] M. Raous, L. Cangémi, and M. Cocu. Consistent model coupling adhesion, friction and unilateral contact. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 177(3-4) :383–399, 1999. (Cité p. 21)
- [107] J. Riche, E. Garcia-Diaz, D. Bulteel, J.M. Roderick Jones, and Z. Li. Mechanism of damage for the alkali-silica reaction : relationship between swelling and reaction degree. In Dhir R Roderick Jones M Li Z eds Repair Rejuvenation and Enhancement of Concrete, editors, *Proceedings of International Conference of Dundee*, pages 94–102, 2002. (2 citations pp. 140 , 141)
- [108] A.V. Saetta and R.V. Vitalini. Experimental investigation and numerical modeling of carbonation process in reinforced concrete structures. Part 1 : Theoretical formulation. *Cement and Concrete Research*, 2004. (Cité p. 133)
- [109] H. Saito and A. Deguchi. Leaching tests on different mortars using accelerated electro-chemical method. *Cement and Concrete Research*, 30 :1815–1825, 2000. (Cité p. 158)
- [110] E. Samson and J. Marchand. Modeling the effect of temperature on ionic transport in cementitious materials. *Cement and Concrete Research*, 2007. (Cité p. 151)
- [111] E. Samson, J. Marchand, and J.J. Beaudoin. Modeling the influence of chemical reactions on the mechanisms of ionic transport in porous materials : an overview. *Cement and Concrete Research*, 2000. (Cité p. 151)
- [112] E. Samson, J. Marchand, K.A. Snyder, and J.J. Beaudoin. Modeling ion and fluid transport in unsaturated cement systems in isothermal conditions. *Cement and Concrete Research*, 2005. (Cité p. 151)
- [113] V. Saouma and L. Perotti. Constitutive model for alkali-aggregate reactions. *ACI Materials Journal*, 103 :194–202, 2006. (2 citations pp. 144 , 145)
- [114] B. Schmidt, F. Fraternali, and M. Ortiz. Eigenfracture : an eige deformation approach to variational fracture. *SIAM Multiscale Modeling and Simulation*, 7 :1237–1266, 2009. (Cité p. 78)
- [115] B. A. Schrefler. Mechanics and thermodynamics of saturated-unsaturated porous materials and quantitative solutions. *Applied Mechanics Reviews*, 2002. (Cité p. 174)
- [116] S. Secchi, L. Simoni, and B.A. Schrefler. Cohesive fracture growth in a thermoelastic bimaterial medium. *Computers and Structures*, 82 :1875–1887, 2004. (3 citations pp. i, 23, 24)
- [117] J.H. Shin. Modeling alkali-silica reaction using image analysis and finite element analysis. Technical report, DissertationTip, University of Illinois at Urbana-Champaign, 2009. (2 citations pp. 141 , 142)

- [118] J.H. Shin, L.J. Struble, and R.J. Kirkpatrick. Modeling alkali-silica reaction using image analysis and finite element analysis. In *Proceedings of the 6th International Symposium on Cement & Concrete and Canmet/Aci International Symposium on Concrete Technology for Sustainable Development*, volume 3, pages 1669–1675, 2006. (2 citations pp. 141 , 142)
- [119] L. Snozzi, F. Gatuingt, and J.F. Molinari. A meso-mechanical model for concrete under dynamic tensile and compressive loading. *Int J Frac*, 178 :179–194, 2012. (Cité p. 102)
- [120] A. Steffens, K. Li, and O. Coussy. Ageing approach to water effect on alkali-silica reaction. Degradation of structures. *Journal of Engineering Mechanics*, 2003. (4 citations pp. 160, 165, 166, 167)
- [121] P. Stroeven. Stereological approach to roughness of fracture surfaces and tortuosity of transport paths in concrete. *Cement and Concrete Composites*, 22(5) :331–341, 2006. (2 citations pp. 93 , 97)
- [122] A. Suwito, W. Jin, Y. Xi, and C. Meyer. A mathematical model for the pessimum effect of asr in concrete. *Concrete Science and Engineering*, 4 :23–34, 2002. (Cité p. 139)
- [123] H.F.W. Taylor and C. Famy andand K.L. Scrivener. Delayed ettringite formation. *Cement and Concrete Research*, 31 :683–693, 2001. (Cité p. 135)
- [124] Consulting Engineers Construction Materials Testing. Fire-damage inspection huntsville, texas. <http://www.c3sinc.com/node/13360>. (Cité p. 130)
- [125] M. Thiery. *Modélisation de la carbonatation atmosphérique dans des matériaux cimentaires. Prise en compte des effets cinétiques et des modifications microstructurales et hydriques*. PhD thesis,   cole Nationale des Ponts et Chaussées, 2005. (Cité p. 133)
- [126] G. Thompson, R.G. Charlwood, and R. Steeleand D.D Curtis. Mactaquac generating station intake and spillway remedial measures. In *Proceedings for the Eighteenth International Congress on Large Dams, Durban, South Africa*, pages 347–368, 1994. (Cité p. 142)
- [127] V. Tvergaard. Effect of fibre debonding in a whisker-reinforced metal. *Materials Science and Engineering*, 125 :203–213, 1990. (Cité p. 27)
- [128] F.-J. Ulm, O. Coussy, L. Kefei, and C. Larive. Thermo-chemo-mechanics of ASR expansion in concrete structures. *Journal of Engineering Mechanics*, 2000. (2 citations pp. 144 , 165)
- [129] F.-J. Ulm, J.-M. Torrenti, and F. Adenot. Chemoporoplasticity of calcium leaching in concrete. *Journal of Engineering Mechanics*, 1999. (Cité p. 153)
- [130] G. Ventura, J. X. Xu, and T. Belytschko. A vector level set method and new discontinuity approximations for crack growth by EFG. *International Journal for numerical methods in engineering*, 54 :923–944, 2002. (2 citations pp. 84 , 85)
- [131] C. Voivret. *Texture et comportement des matériaux granulaires à grande polydispersité*. PhD thesis, Université Montpellier 2, 2009. (Cité p. 103)

- [132] N.T. Vu. *Contribution à l'étude de la corrosion par carbonatation du béton armé : approche expérimentale et probabiliste*. PhD thesis, Université de Toulouse, 2011. (Cité p. 132)
- [133] Z.M. Wang, A.K.H. Kwan, and H.C. Chan. Mesoscopic study of concrete i : Generation of random aggregate structure and finite element mesh. *Computers & Structures*, 70 :533–544, 1999. (Cité p. 106)
- [134] P. Wriggers and S.O. Moftah. Mesoscale models for concrete : homogenisation and damage behaviour. *Finite Elem Anal Des*, 42 :623–636, 2006. (Cité p. 102)
- [135] Y. Xi and H.M. Jennings. Shrinkage of cement paste and concrete modelled by a multiscale effective homogeneous theory. *Materials and Structures*, 30 :329–339, 1997. (Cité p. 139)
- [136] Y. Xi, A. Suwito, X. Wen, C. Meyer, and W. Jin. Testing and modeling alkali-silica reaction and the associated expansion of concrete. mechanics of quasi-brittle materials and structures. In Hermes Science Publications, editor, *Proceedings of International Workshop in honor of Prof Z P Bazant 60th birthday*, 1998. (Cité p. 139)
- [137] I.K. Yoon, O.C Lu, and K. Park. Effect of global climatic change on carbonation progress on concrete. *Atmospheric Environment - Journal*, 2007. (Cité p. 133)
- [138] Z. Zhang and G. H. Paulino. Cohesive zone modeling of dynamic failure in homogeneous and functionally graded materials. *International Journal of Plasticity*, 21 :1195–1254, 2005. (3 citations pp. 86, 87, 89)